

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成23年6月6日現在

機関番号：52501

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2009～2011

課題番号：21740057

研究課題名（和文）リーマン面のモジュライ空間の関数としてのリーマン面上の調和体積

研究課題名（英文）The harmonic volume for compact Riemann surfaces as a function on the moduli space of Riemann surfaces.

研究代表者

田所 勇樹 (TADOKORO YUUKI)

木更津工業高等専門学校・基礎学系・准教授

研究者番号：10435414

研究成果の概要（和文）：私はリーマン面の複素構造の違いに興味を持ち、研究を行っている。調和体積は、調和1形式に関するチェンの反復積分を用いてハリスにより定義され、複素構造のみに依存して決まる。調和体積を調べることにより、複素構造の違いを知ることが当面の目標である。フェルマー商曲線の調和体積の像を求めた。この結果よりただちに、そのヤコビ代数多様体のセラササイクルの代数的非自明性を示すアルゴリズムを得た。実際に1000以下の3で割ると1余る素数Nに対するフェルマー商曲線について非自明性を示した。

研究成果の概要（英文）：Harris defined the harmonic volume for compact Riemann surfaces, using Chen's iterated integrals. It depends only on the complex structure of compact Riemann surfaces. We obtain the trace map images of the values of certain harmonic volumes for some cyclic quotients of Fermat curves. These provide the algorithm showing that the algebraic cycles called by the Ceresa cycles are not algebraically equivalent to zero in the Jacobian varieties. We apply the method to the case for the prime $N < 1000$ with $N \equiv 1 \pmod{3}$.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	500,000	150,000	650,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	1,800,000	540,000	2,340,000

研究分野：位相幾何学，リーマン面

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：調和体積，反復積分，リーマン面，モジュライ空間，写像類群，トポロジー

1. 研究開始当初の背景

リーマン面上で、反復積分を用いて定義される調和体積は、リーマン面の複素構造のみに依存して定まることが知られていた。調和体積およびその第1変分は、リーマン面のモジュライ空間の解析に有効である。実際、ハリスは調和体積を用いて、種数3のリーマン面であるフェルマー4次曲線に対して、ヤコビ

代数多様体上のセラササイクルと呼ばれる代数的サイクルが代数的に非自明であることを示した。代表者はクライン4次曲線(種数3)、フェルマー6次曲線(種数10)に対して同様の結果を得ていた。

2. 研究の目的

目的は、リーマン面のモジュライ空間の局所

的な構造を理解することにある。0以上の整数 g に対して定まるモジュライ空間 M_g とは、種数 g の開リーマン面、つまりコンパクトな複素1次元多様体、全体を双正則同型により同一視した空間である。

モジュライ空間 M_g 、複素構造の“かたち”を理解するために以下の2つを実行したい：

(1) 特殊なリーマン面、および M_g におけるその近傍のリーマン面族の調和体積の決定。

(2) ヤコビ代数多様体におけるセレスサイクルが代数的に非自明であるようなリーマン面を生成するアルゴリズムの導出。

3. 研究の方法

(1) 反復積分

複素射影直線 CP^1 の巡回分岐被覆で表されるリーマン面を、まとめて Z として表す。 CP^1 における線分のリフトを用いて、実際に Z 上の1次元ホモロジー群の基底となるようなループを取り出す。 Z 上の2つの正則1形式に対する、これらのループに沿った反復積分を求める。実際にこれが一般超幾何関数の特殊値を用いて表されることがわかる。

(2) 調和体積とトレース写像の像

上記の計算をもとに、円分体の整数環に値を持つフェルマー曲線およびフェルマー商曲線での調和体積を得た。あとはそのトレース写像による像を具体的に求めた。この値が0でないことが、ヤコビ代数多様体におけるセレスサイクルの非自明性を言うための十分条件であることが知られている。数式処理ソフトを用いて数値計算を行い、実際に具体的なフェルマー商曲線が上記の性質を持つことを示した。

4. 研究成果

調和体積を求めることにより、フェルマー商曲線のヤコビ代数多様体におけるセレスサイクルの非自明性を示すアルゴリズムについて書いた論文arXiv:1009.0096は現在投稿中である。これによって、研究目的の一つである「ヤコビ代数多様体におけるセレスサイクルが代数的に非自明であるようなリーマン面を生成するアルゴリズムの導出」が達成された。

もう一つの研究目的である「特殊なリーマン面、およびリーマン面のモジュライ空間におけるその近傍のリーマン面族の調和体積の決定」を実現するために、代数曲線として表されるリーマン面の調和体積の計算を実行した。大きな進展はなかったが、その際に出てきたリーマン面の周期行列の計算手法について整理し、公開する準備をしている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

Yuuki Tadokoro: A nontrivial algebraic cycle in the Jacobian variety of the Fermat sextic, Tsukuba J. Math. 33 (2009), no.1, 29-38, 査読有

<http://projecteuclid.org/euclid.tkbjm/1251833205>

[学会発表] (計8件)

①田所勇樹: Nontrivial algebraic cycles in the Jacobian varieties of some quotients of Fermat curves, 2012年2月7日, 東京工業大学.

②田所勇樹: Nontrivial algebraic cycles in the Jacobian varieties of some quotients of Fermat curves, 2012年2月6日, 東京工業大学.

③田所勇樹: Nontrivial algebraic cycles in the Jacobian varieties of some quotients of Fermat curves, 2011年3月21日, 日本数学会トポロジー分科会一般講演, 早稲田大学.

④田所勇樹: Nontrivial algebraic cycles in the Jacobian varieties of some quotients of Fermat curves, 2010年12月21日, 研究集会「トポロジーの現在と未来」, 文部省共済組合箱根合宿所.

⑤田所勇樹: Nontrivial algebraic cycles in the Jacobian varieties of some quotients of Fermat curves, 2010年9月5日, 研究集会「リーマン面に関連する位相幾何学」, 東京大学.

⑥田所勇樹: A nontrivial algebraic cycle in the Jacobian variety of the Klein quartic, 2010年6月28日~7月3日, Teichmuller Theory and its Interactions in Mathematics and Physics, Centre de Recerca Matematica, Bellaterra(スペイン).

⑦田所勇樹: リーマン面の調和体積とその応用, 2009年11月23日, 第52回函数論シンポジウム, 大阪府立大学.

⑧田所勇樹: A nontrivial algebraic cycle in the Jacobian variety of the Klein quartic, 2009年7月6日, 北海道大学.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計0件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田所 勇樹 (TADOKORO YUUKI)
木更津工業高等専門学校・基礎学系・准教授
研究者番号：10435414

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

