

平成23年 5月 12日現在

機関番号：15301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2009～2010

課題番号：21740070

研究課題名(和文) 分枝マルコフ過程の長時間漸近挙動の解析

研究課題名(英文) Analysis of asymptotic properties of branching Markov processes

研究代表者

塩沢 裕一 (SHIOZAWA YUICHI)

岡山大学・大学院自然科学研究科・准教授

研究者番号：60454518

研究成果の概要(和文)：

ランダム環境中の分枝ブラウン運動について研究を行った。その結果として、たとえ絶滅が起こりうる場合においても、絶滅しない条件の下では弱い意味での局在化が起こることを示した。また、ディリクレ形式から生成される純飛躍型対称マルコフ過程についても研究を行い、保存的であるための十分条件を与えることができた。さらに、対称安定過程の時間変更によって爆発を起こす純飛躍型マルコフ過程を具体的に構成し、我々の十分条件が精密であることを確かめた。

研究成果の概要(英文)：

I studied about branching Brownian motions in random environment. As a result, it is proved that, even if the process may go extinct, the localization in weak sense occurs under the survival event. I also studied about symmetric Markov processes of pure jump-type and gave a sufficient condition for them to be conservative. I then constructed the explosive process of pure jump-type by the time change of symmetric stable process, which verifies that our sufficient condition is sharp.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			0
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：確率過程論

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：確率論・分枝マルコフ過程・ランダム環境・局在化・純飛躍型マルコフ過程・保存性・ディリクレ形式

1. 研究開始当初の背景

分称マルコフ過程は、各粒子がマルコフ過程の法則に従いながら分裂を繰り返すことによって時間発展する確率過程である。この確率過程は移動を伴う個体の人口発展モデルを単純化したものであり、粒子の分布や総粒子数の長時間挙動などは、理論と応用の両面から見ても非常に興味深い研究対象である。報告者も分枝マルコフ過程の長時間挙動に興味を持ち、これまでに

- ・粒子の動いた場所に依存した分枝率を持つ分枝対称マルコフ過程
- ・粒子の挙動とは独立な（ポアソン乱測度から定まる）ランダムさに依存した分枝率を持つランダム環境中の分枝ブラウン運動という2種類の確率過程の長時間挙動を解析してきた。

これまでの研究をさらに推し進め、分枝マルコフ過程の長時間挙動に関する詳細な性質を調べ明らかにするということが、本研究の動機であった。

2. 研究の目的

(1) 分枝マルコフ過程の粒子数の増大度と粒子の分布の長時間挙動については、報告者を含め様々な研究者によって、極限定理を示す形で調べられている。しかしながら、マルコフ過程と分枝率に課される条件には様々なものが知られており、それらは互いに包含関係を持たない。これらの枠組みを整理して、極限定理が成立するための本質的な条件を明らかにすることが申請時における本研究の目的の1つであった。

(2) ランダム環境中の分枝ブラウン運動は時空連続モデルであるために、時空離散モデルであるランダム環境中の分枝ランダムウォークに比べ、様々な挙動をより詳細に解析することが期待できる。このことを実行することが申請時における本研究のもう1つの目的であった。

3. 研究の方法

(1) 分枝マルコフ過程の長時間挙動は自然に定まるシュレディンガー型作用素の固有値によって特徴づけられている。このことに関して、報告者と Z.-Q. Chen 氏との共同研究では、マルコフ過程に対称性を課す代わりに分枝率が特異な測度から定まる場合を許容した形で極限定理を得ることができた。反対に、Engländer-Harris-Kyprianou (2010) はマルコフ過程に対称性を課さない代わりに分枝率を連続関数に制限して極限定理を得た。これら2つに課された条件は互いに包含関係を持たないので、これら2つの条件を考察し、極限定理の成立について統一の見地を与えることに取り組んだ。また、本研究費を用いて Engländer 氏を日本に招へいし、分枝マルコフ過程に関する研究交流を行った。

(2) ランダム環境中の分枝ブラウン運動について、確率解析を援用することで、局在化や粒子数の増大度等に関する性質を調べるとともに、離散モデルよりも詳細に解析を行うことに取り組んだ。

(3) 分枝マルコフ過程に限らず、より広く確率過程の長時間挙動の解析を調べるために、研究対象を純飛躍型対称マルコフ過程に広げ、保存性の研究に取り組んだ。

4. 研究成果

(1) ランダム環境中の分枝ブラウン運動の局在化について、永幡幸生氏（大阪大学）と吉田伸生氏（京都大学）との共同研究で取り組んだ。その結果として、たとえ絶滅が起こりうる場合であっても、環境のランダムさが強ければ（絶滅しないという条件下では）弱い意味での局在化が起こることを示すことができた。この研究成果を研究集会“Topics on random media”で報告した。強い局在化を示すことは今後の課題である。

また、ラプラス作用素に定数（ポアソン乱測度の強度）を加えたものがランダム環境中の分枝ブラウン運動のある種の生成作用素であることを確かめることができた。

(2) 確率過程において保存性（粒子が状態空間に留まる性質）は基本的性質の1つである。拡散過程（連続な道をもつマルコフ過程）については、保存性を持つための（必要）十分条件に関する結果が数多く得られている。しかしながら、純飛躍型マルコフ過程の場合については対応する結果がほとんど得られていなかった。正則ディリクレ形式から生成される純飛躍型対称マルコフ過程の保存性について上村稔大氏（関西大学）と共同研究を行い、有界な飛躍・非有界な飛躍・ずれの大きさの程度によって保存性の十分条件を与えることができた。また、爆発を起こす（粒子が有限時間で無限遠点に到達する）純飛躍型対称マルコフ過程を、対称安定過程の時間変更を用いて具体的に構成することにより、先に述べた保存性の十分条件が精密なあることを確か

めることができた。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計5件）

- ① Yuichi Shiozawa, Toshihiro Uemura, Stability of the Feller property for non-local operators under bounded perturbations, Glasnik Matematički, 45 巻, 2010, 155-172, 査読有
- ② Perturbation approach to the Feller property for non-local operators, 数理解析研究所講究録, 1672, 2010, 131-142, 査読無
- ③ Yuichi Shiozawa, Central limit theorem for branching Brownian motions in random environment, Journal of Statistical Physics, 136, 2009, 145-163, 査読有
- ④ Yuichi Shiozawa, Localization for branching Brownian motions in random environment, Tohoku Mathematical Journal, 61, 2009, 483-497, 査読有
- ⑤ Branching Brownian motions in random environment, 数理解析研究所講究録, 1672, 2009, 143-158, 査読無

〔学会発表〕（計6件）

- ① Yuichi Shiozawa, Explosion of jump-type Dirichlet forms on \mathbb{R}^d , Workshop “Analysis of jump processes”, 2011年3月15日, Universität Bielefeld
- ② 塩沢裕一, On an explosion of jump-type symmetric Dirichlet forms on \mathbb{R}^d , 阪大確率論セミナー, 2011年2月8日, 大阪大学
- ③ 塩沢裕一, On an explosion of jump-type Dirichlet forms on \mathbb{R}^d , マルコフ過程と関連する話題, 2011年1月30日, 関西大学

- ④ 塩沢裕一, On an explosion of jump-type symmetric Dirichlet forms on \mathbb{R}^d II, ジャンプ過程における諸問題, 2011年1月9日, 奈良女子大学
- ⑤ Yuichi Shiozawa, Localization for branching Brownian motions in random environment with extinction, Topics on Random media, 2009年9月14日, 京都大学
- ⑥ Yuichi Shiozawa, Branching Brownian motions in random environment, The Third International Conference on Stochastic Analysis and its Applications, 2009年7月16日, 北京理工大学 (中華人民共和国)

[その他]

ホームページ等

<http://www.ems.okayama-u.ac.jp/appl/shiozawa/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

塩沢 裕一 (SHIOZAWA YUICHI)
岡山大学・大学院自然科学研究科・准教授
研究者番号: 60454518

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし