

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 3 日現在

機関番号：34310

研究種目：若手(B)

研究期間：2009～2012

課題番号：21740086

研究課題名（和文） 非線形方程式の解法による行列の対角化法に関する研究

研究課題名（英文） Studies on matrix diagonalization by solving nonlinear systems

研究代表者

近藤 弘一 (KONDO KOICHI)

同志社大学・理工学部・准教授

研究者番号：30314397

研究成果の概要（和文）：行列の固有値分解，特異値分解などの対角化法は，線形代数学における最も基本的な算法であり，かつ幅広い分野における重要な道具として利用されている．本研究課題では，行列の対角化問題を非線形方程式の解法に置き換え，ニュートン法によりすべての解を求める手法を提案し，これを超平面制約法と名付けている．ニュートン法の初期値の選定問題の回避策として，非線形方程式の制約条件である超平面の選定方法を提案しすべて解を求めることに成功している．

研究成果の概要（英文）：The matrix diagonalizations, for example eigenvalue decomposition, singular value decomposition, are basic topics in linear algebra, and they also important tools in various fields. In this research, we developed new method, which is called the hyperplane-constrained method. This method can obtain matrix diagonalization by solving the nonlinear systems, which are constrained on hyperplanes, by the Newton method. The problems on selecting initial vectors of the Newton method is avoided by suitable selecting the normal vectors of the hyperplanes.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：応用数学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：固有値分解，特異値分解，非線形解析，ニュートン法，数値計算アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

行列の対角化法は様々な方法が既に提案されている．しかし，計算機を用いて数値的に計算された行列は，丸め誤差の影響により，得られた結果の精度は，対象としている行列の条件により大きく変化する．悪条件の行列に対する高精度な計算法が求められている．

2. 研究の目的

従来とは異なる性質をもつ対角化法を提案し，行列の条件に依存しない高精度な行列の対角化法の提案を行うことを目的とする．

3. 研究の方法

行列の対角化問題を非線形問題の求根問題に置き換え，これをニュートン法により解く．ニュートン法における初期値と極限の関係は，フラクタル状態であることが知られてお

り, 一般的には初期値の選定方法を工夫するだけではすべての解を求めることは不可能である. この問題を回避するために, 初期値の選定方法ではなく非線形方法の選定方法を工夫する. 既得の解から生成される部分空間の直交補空間から選ばれたベクトルを法線ベクトルとする超平面を非線形方程式の制約条件として利用する.

4. 研究成果

開発した手法を超平面制約法と名付けた. この手法は, 固有値分解, 特異値分解, 一般化固有値問題に対して利用可能である. 様々な悪条件な行列に関して数値実験を行い, 行列の条件に依存せず高精度な演算が可能であることを示した. また, 提案法の理論的な性質に関して証明を与えた.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 14 件)

1. K. Kondo, Solutions of Sakaki-Kakei equations of type 1, 2, 7 and 12, JSIAM Letters, 査読有, Vol.3, 2011, 45-48.
2. 近藤弘一, 反復関数の共役性および準共役性による Sakaki-Kakei 方程式の解の構成, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 査読有, 23A0-S7 巻, 2011, 127-134.
3. K. Yadani, K. Kondo, M. Iwasaki, Numerical performance of hyperplane constrained method and its hybrid method for singular value decomposition, Computing, 査読有, Vol. 92, 2011, 265-283.
4. K. Kondo, Solutions of Sakaki-Kakei equations of type 3, 5 and 6, JSIAM Letters, 査読有, Vol.2, 2010, 73-76.
5. 吉武奈緒美, 岩崎雅史, 近藤弘一, 固有値分解のための超平面制約法に対する理論解析, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 査読無, 22A0-S8 巻, 2011, 214-219.
6. Mukaihira, Y. Mori, K. Kondo, On a max-plus version of the Stieltjes function, International conference on numerical analysis and applied mathematics 2010, AIP Conference Proceedings 1281, Ed. T. .E. Simons, 査読有, 2010, 2099-2102.
7. K. Yadani, K. Kondo, M. Iwasaki, Mixed double-multiple precision version of hyperplane constrained method for singular value decomposition, JSIAM Letters, 査読有, Vol.2, 2010, 25-28.
8. K. Yadani, K. Kondo, M. Iwasaki, On the convergence of the V-type hyperplane constrained method for singular value decomposition, JSIAM Letters, 査読有, Vol.2, 2010, 21-24.
9. K. Yadani, K. Kondo, M. Iwasaki, A singular value decomposition algorithm based on solving hyperplane constrained nonlinear systems, Appl. Math. Comput., 査読有, Vol.216, 2010, 779-790.
10. 矢谷健一, 近藤弘一, 岩崎雅史, 超平面制約付き非線形方程式に対するニュートン反復を利用した特異値分解法, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 査読無, 21ME-S7 巻, 2010, 191-196.
11. 大西洋平, 近藤弘一, ベキ乗法と qd 表による密行列の 3 重対角化について, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 査読無, 21ME-S7 巻, 2010, 185-190.
12. 近藤弘一, 算術調和平均アルゴリズムと Sakaki-Kakei 方程式の一般解とその分類, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 査読無, 21ME-S7 巻, 2010, 179-184.
13. K. Kondo, S. Yasukouchi, M. Iwasaki, Eigendecomposition algorithms solving sequentially quadratic systems by Newton method, JSIAM Letters, 査読有, Vol.1, 2009, 40-43.
14. 近藤弘一, 杉本昌平, 岩崎雅史, 非線形方程式の解法による行列の特異値分解アルゴリズム, 日本応用数学会論文誌, 査読有, 19 巻, 2009, 81-103.

[学会発表] (計 21 件)

1. K. Kondo, Trigonometric and elliptic solutions of Sakaki-Kakei equations, China-Japan Joint Workshop on Integrable Systems 2013, Kyoto University, Kyoto, Japan, 2013 年 3 月 18 日.
2. 赤岩香苗, 近藤弘一, 岩崎雅史, 中村佳正, 重複固有値をもつ 3 重対角行列が定める qd 変数の漸近挙動について, 2013 年日本応用数学会研究部会連合発表会, 東洋大学, 2013 年 3 月 14 日.
3. 安藤達則, 近藤弘一, 岩崎雅史, 計算機におけるニュートン法の収束性および誤差評価について, 第 10 回計算数学研究会, 鈴鹿, 2012 年 12 月 1 日.
4. 赤岩香苗, 近藤弘一, 岩崎雅史, 中村佳正, 非対称行列の固有値を保存した 3 重対角化について, 第 10 回計算数学研究会, 鈴鹿, 2012 年 11 月 30 日.
5. K. Akaiwa, K. Kondo, M. Iwasaki, Y. Nakamura, A tridiagonalization for nonsymmetric complex matrix in terms of the finite discrete Toda equation, International Congress on Computat

- ional and Applied Mathematics, Ghent University, Gent, Belgium, 2012 年 7 月 12 日.
6. 赤岩香苗, 近藤弘一, 岩崎雅史, 中村佳正, 有限戸田格子方程式に関連する 3 重対角行列の固有値について, 日本応用数理学会 2012 年度研究部会連合発表会「行列・固有値問題の解法とその応用」, 九州大学伊都キャンパス, 2012 年 3 月 8 日.
 7. 近藤弘一, 第 1 型および第 12 型 Sakaki-Kakei 方程式の自己準共役性と特殊解, 九州大学応用力学研究所 共同利用研究集会「非線形波動研究の進展-現象と数理の相互作用-」, 九州大学応用力学研究所, 2011 年 10 月 29 日.
 8. 吉武奈緒美, 岩崎雅史, 近藤弘一, 固有値分解のための超平面制約法に対する理論解析, 研究集会「非線形波動研究の新たな展開 — 現象とモデル化 —」, 九州大学応用力学研究所, 2010 年 10 月 29 日.
 9. Mukaihira, Y. Mori, K. Kondo, On a max-plus version of the Stieltjes function, International conference on numerical analysis and applied mathematics 2010, Rhodes, Greece, 2010 年 9 月 23 日.
 10. 近藤弘一, 非自励な保存量をもつ Sakaki-Kakei 方程式について, 日本応用数理学会 2010 年度年会, 明治大学, 2010 年 9 月 8 日.
 11. 矢谷健一, 近藤弘一, 岩崎雅史, Kantorovich の定理による超平面制約特異値分解法の半局所収束性とその応用, 日本応用数理学会 2009 年度研究部会連合発表会, 筑波大学, 2010 年 3 月 8 日.
 12. K. Kondo, Solvable chaotic systems derived from tridiagonal determinant and Newton's method, China-Japan Joint Workshop on Integrable Systems, Shaoxing Univ., China, 2010 年 1 月 8 日.
 13. 近藤弘一, 中村佳正, 非線形方程式の Steffensen 法とその拡張について, 加速法ワークショップ, 東京女子大学, 2009 年 11 月 28 日.
 14. 矢谷健一, 近藤弘一, 岩崎雅史, 特異値分解のための超平面制約法に関する数値性能評価, 日本応用数理学会 第 8 回「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会, 国立情報学研究所, 2009 年 11 月 26 日.
 15. 矢谷健一, 近藤弘一, 岩崎雅史, 超平面制約付き非線形方程式に対するニュートン反復を利用した特異値分解法, 研究集会「非線形波動の現状と将来」, 九州大学応用力学研究所, 2009 年 11 月 20 日.
 16. 大西洋平, 近藤弘一, べき乗法と qd 表による密行列の三重対角化について, 研究集会「非線形波動の現状と将来」, 九州大学応用力学研究所, 2009 年 11 月 20 日.
 17. 近藤弘一, 算術調和平均アルゴリズムと Sakaki-Kakei 方程式の一般解とその分類, 研究集会「非線形波動の現状と将来」, 九州大学応用力学研究所, 2009 年 11 月 20 日.
 18. 矢谷健一, 近藤弘一, 岩崎雅史, 特異値分解に関する超平面制約法について, 第 7 回計算数学研究会, 会津大学, 2009 年 10 月 17 日.
 19. 大西洋平, 近藤弘一, 超平面型べき乗法と qd 表について, 第 7 回計算数学研究会, 会津大学, 2009 年 10 月 17 日.
 20. 矢谷健一, 近藤弘一, 岩崎雅史, 超平面制約付き非線形方程式の解法による特異値分解アルゴリズムの収束性について, 日本応用数理学会 2009 年度年会, 大阪大学, 2009 年 9 月 29 日.
 21. 近藤弘一, 超幾何関数で表される不変量をもつ Sakaki-Kakei 方程式の一般解について, 日本応用数理学会 2009 年度年会, 大阪大学, 2009 年 9 月 29 日.
6. 研究組織
- (1) 研究代表者
近藤 弘一 (KONDO KOICHI)
同社大学・理工学部・准教授
研究者番号: 30314397
 - (2) 研究分担者
 - (3) 連携研究者