

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月 25日現在

機関番号：17102

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2012

課題番号：21740125

研究課題名（和文）複素 Henon 写像族のパラメータ空間の力学系的研究

研究課題名（英文）Dynamical study of the parameter space for the complex Henon family

研究代表者

石井 豊（ISHII YUTAKA）

九州大学・数理学研究院・准教授

研究者番号：20304727

研究成果の概要（和文）：

複素 Henon 写像は2次元複素力学系の中で最も標準的なものと考えられているにもかかわらず、そのジュリア集合の位相的・組み合わせ論的な観点からの力学系の性質は、現在までほとんど研究されてこなかった。本研究の研究成果は、この複素 Henon 写像に対して Hubbard tree と呼ばれる組み合わせ論的な解析手法や iterated monodromy group という代数的な群作用による道具立てを開発し、またそれを数値実験と結びつけてパラメータ空間の構造を解析した点にある。

研究成果の概要（英文）：

Although the complex Henon map is regarded as one of the most standard holomorphic dynamical systems in complex dimension two, the dynamical study of its Julia set from the topological and combinatorial viewpoint has not been well developed. We introduced a combinatorial model called the Hubbard tree for such map and developed an algebraic formalism called the iterated monodromy group. Moreover, together with the help of numerical experiments, we also analyzed the dynamical structure in the parameter space of the Henon family.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：大域解析学

キーワード：複素力学系、ジュリア集合、iterated monodromy group

1. 研究開始当初の背景

Henon 写像

$$f_{\{c, b\}} : (x, y) \rightarrow (x^2 + c - by, x)$$

は 1976 年に天体物理学者の Michel Henon が導入し、ストレンジアトラクタを有することで広く知られており、またより一般にホモクリニック接触を起こす写像族のモデルになる。この写像の複素版である複素 Henon 写像は 2 次元複素力学系の中で最も標準的なものと考えられている。にもかかわらず、その位相的・組み合わせ論的な観点からの力学系的性質は、現在までほとんど研究されてこなかった。

2. 研究の目的

この研究の目的は、このような複素 Henon 写像のパラメータ空間における力学系的な構造(分岐構造)を解析することにある。特に、ホースシュー領域やジュリア集合が連結になるようなパラメータ集合の位相的性質や、各双曲的成分の相対的な位置関係を対応するジュリア集合の性質と結びつける点にある。これは、1 変数の 2 次多項式族

$$p_c : z \rightarrow z^2 + c$$

に関する Douady-Hubbard 理論の場合と異なり、まったく独自の対応関係を見付ける必要がある。

3. 研究の方法

この複素 Henon 写像に対して Hubbard tree と呼ばれる組み合わせ論的な解析手法や iterated monodromy group という代数的な道具立てを開発し、さらにこれらの手法を数値実験と結びつけてパラメータ空間の構造を観察した。このような数学的対象は 1 変数の場合は John Hubbard と Volodymyr Nekrashevych がそれぞれ導入しているが、Henon 写像は拡大的な宝庫と縮小的な方向を持ちしかも微分同相写像のため、これらの定義は明らかでなかった。

4. 研究成果

まず Hubbard tree に関しては、その射影極限をとった空間を pinching pair が定める同値関係で割った商空間上のシフト写像が、も

とのジュリア集合上の Henon 写像と位相共役になることを証明した。また iterated monodromy group に関しては、その作用が定める漸近同値関係で割った記号空間(これは極限空間とよばれる)上のシフト写像が、もとのジュリア集合上の Henon 写像と位相共役になることを証明した。またこの応用として、ジュリア集合を記述するオートマトンを構成することに成功した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

Yutaka Ishii:

Hyperbolic polynomial diffeomorphisms of \mathbb{C}^2 . II: Hubbard trees.

Adv. Math. 220, no. 4, pp. 985-1022 (2009).

Yutaka Ishii:

Corrigendum, Adv. Math. 226, no. 4, pp. 3850-3855 (2011).

Yutaka Ishii and John Smillie:

Homotopy shadowing.

Amer. J. Math. 132, no. 4, pp. 987-1029 (2010).

Akira Shudo, Yutaka Ishii, Kensuke Ikeda: Julia sets and chaotic tunneling I.

J. Phys. A: Math. Theor. 42, article number 265101 (26pp), (2009).

Akira Shudo, Yutaka Ishii, Kensuke Ikeda: Julia sets and chaotic tunneling II.

J. Phys. A: Math. Theor. 42, article number 265102 (34pp), (2009).

[学会発表] (計 8 件)

Yutaka Ishii:

“Trinitas for complex Henon maps”
Workshop on Holomorphic Vector Fields and
Foliations,
December 7-9 (2012), Ryukoku University
Seminar House, Kyoto, Japan

Yutaka Ishii:

“Homotopy kernel”
New Developments in Complex Dynamical
Systems,
December 10-14 (2012), RIMS at Kyoto
University, Kyoto, Japan

Yutaka Ishii:

“Some conjectures on the parameter space
of the Lozi family”
SIAM Conference on Applications of
Dynamical Systems,
May 21-26 (2011), Snowbird Ski and Summer
Resort, Snowbird, USA

Yutaka Ishii:

“Some conjectures on the parameter space
of the Lozi family”
Kyoto Symposium on Complex Analysis in
Several Variables XIV,
July 18-21 (2011), Kyoto University, Kyoto,
Japan

Yutaka Ishii:

“Iterated monodromy groups for complex
Henon maps”
Göttingen-Penn State International
Summer School,

August 7-14 (2011),
Georg-August-Universität at Göttingen,
Göttingen, Germany

Yutaka Ishii:

“Hubbard trees for complex Henon maps”
Symposium on Complex Analysis,
October 8-10 (2011), Chiba University,
Chiba, Japan

Yutaka Ishii:

“Iterated monodromy groups for complex
Henon maps”
Automorphisms of Algebraic Varieties,
December 19-23 (2011), Hotel Laforet,
Shirahama, Japan

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]
ホームページ等
<https://sites.google.com/site/webpageyutakaishii/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

石井 豊 (ISHII YUTAKA)
九州大学・数理学研究院・准教授
研究者番号：20304727

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：