

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月 1日現在

機関番号：12101

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2012

課題番号：21740157

研究課題名（和文）量子重力理論の一般的問題と非摂動的かつ背景独立な定式化の研究

研究課題名（英文）Non-perturbative and background-independent formulation of quantum gravity and its general problems

研究代表者

永尾 敬一 (NAGAO Keiichi)

茨城大学・教育学部・准教授

研究者番号：10391731

研究成果の概要（和文）：

複素作用理論において、長い時間発展後に自動的にハミルトニアンのエルミート性を得る機構、および、複素数の座標や運動量を適切に扱える新たなブラケット形式を提唱した。また、運動量の関係式が通常的作用が実数の理論の場合と同じであることを示した。さらに、時間の積分に関して未来を含む理論におけるある行列要素が、未来と過去の時間間隔が長い場合には、未来を含まずに内積の定義が修正された理論における期待値にほぼ等しいということを示した。

研究成果の概要（英文）：

In complex action theory we proposed the mechanism to automatically obtain a hermitian Hamiltonian after a long time development, and constructed a new bracket formalism, by which we can deal with complex coordinate and momentum properly. Furthermore, we showed that for a large time interval between the final and initial times a diagonal element in the future-included theory is almost equal to an expectation value in the future-not-included theory defined with a modified inner product.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：素粒子論

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：素粒子（理論）

## 1. 研究開始当初の背景

重力を含んだ4つの力全てを統一した理論を構築し得る最有力候補とされているのが超弦理論である。90年代後半、その超弦理論

の非摂動的定式化の一つの試みとして種々の行列模型が提唱された。そのうちの一つが、IIB型超弦理論を行列正則化したIKKT行列模型[N. Ishibashi, H. Kawai, Y.

Kitazawa and A. Tsuchiya, A Large-N Reduced Model as Superstring, Nucl. Phys. B498 (1997) 467-491]であり、数多くの未解決問題が残されている。私は、IKKT行列模型における時空解釈やインデックスの構成の問題に取り組んできたわけであるが、行列模型に限らず、全ての量子重力理論に共通する一般的問題として、量子重力理論を構築しようとするとき closed time curve が現れてしまうという問題 (CTC 問題) が知られている。無矛盾な量子重力理論を構築するためには、CTC 問題を回避することが必要不可欠であり、その一つの方法と期待されるのが複素作用理論 [H.B.Nielsen and M.Ninomiya, Proc. Bled 2006 : What Comes Beyond the Standard Models, pp.87-124 (2006)]によるアプローチである。

古典論においては、運動方程式は作用  $S$  を微分することによって得られることから、作用が基本的な量であり、実数として定義される。一方、量子論においては、経路積分の被積分関数が  $\exp(iS)$  で与えられることから、作用  $S$  よりも  $\exp(iS)$  が基本的な量である可能性がある。もし、そうだとすると、 $\exp(iS)$  が複素数であることから、 $S$  は根源的には複素数であると考えるのは不自然ではない。この着想に基づき作用を複素数にすることによって量子論を拡張する試みが複素作用理論である。複素作用理論は、原理的に二種類に分けることができる。一つは、ラグランジアン の時間積分の範囲が通常 の理論のように過去から現在までのものであり、もう一つは、その時間積分の範囲が過去から未来まであり未来の終状態を含む理論である。このうち後者の未来を含む理論において、通常の意味では行列要素である量が、未来を含まない理論における期待値にほぼ等しいのではないかという推測が上述の文献でなされていた。もし、本当にそうであれば、作用の複素成分や未来を含む理論が現実的にあり得ることになり、量子論のより基礎的な定式化を探求する試みとして非常に興味深いと考えられるが、複素作用理論の基礎的な形式に関しては、まだ詳細に調べられていないという状況であった。

## 2. 研究の目的

我々の時空がなぜ4次元で、宇宙はどのように始まったのか、といった根源的な問に答えるためには、重力を含んだ4つの力全てを統一した理論を構成する必要がある。その最有力候補とされているのが超弦理論であるが、背景依存で摂動的にしか定式化されていないという問題点を抱えている。例えば、行列模型は非摂動的定式化の試みとして

提唱されたが、背景独立には定式化されていない。また、量子重力理論を構築する際に必ず解決しなければならない一般的問題も存在する。これらの問題に取り組み、無矛盾な量子重力理論の非摂動的かつ背景独立な定式化を目指すことが本研究の目的である。

## 3. 研究の方法

無矛盾な量子重力理論を構築するためには、少なくとも、全ての量子重力理論に共通する一般的問題である CTC 問題を解決しなければならない。CTC 問題を回避する一つの方法が複素作用理論によるアプローチである。そこで本研究課題においては、複素作用理論について、その基礎的な定式化の研究を行なった。

## 4. 研究成果

複素作用理論では、対応するハミルトニアンは非エルミートとなり、散逸系以外の通常の物理系を記述するのは困難に思える。私は、Holger Bech Nielsen 教授と非エルミートハミルトニアンで記述される系の解析を行った。ノーマルでないハミルトニアンの固有状態は一般に互いに直交しないため、非物理的な量子状態の遷移が起こりうる。そこで、まず、このような遷移が起こらないようにするため、固有状態が互いに直交するような適切な内積を導入した。すると、この内積の下でエルミート共役などが定義できて、ハミルトニアンはノーマルとなる。そして、十分に長い時間が経てば歪エルミート成分が抑制されエルミート成分のみが残ること、つまり、エルミートなハミルトニアンが自動的に得られることを示した。また、そのハミルトニアンが局所的な形で得られた場合には、保存する確率流密度が二種類の波動関数を用いて記述されることを示した。さらに、そのハミルトニアンを用いて過去の状態を調べることで、その評価を誤ってしまう可能性についても指摘した。この成果は、基礎的な理論においては、最初にハミルトニアンはエルミートであるという条件を課す必要がないということを示唆している。

さて、複素作用理論とは、通常の実数の作用を複素数にまで拡張した理論である。その解は一般には複素数であり、座標  $q$  や運動量  $p$  も複素数となり得る。ここでブラケット形式を使おうとすると、ある問題に直面する。例えば、ある状態  $|\phi\rangle$  の  $q$ -表示  $\phi(q) = \langle q|\phi\rangle$  において、左辺は複素数の  $q$  に解析接続できるが、右辺は、 $\langle q|$  が実数の  $q$  に対してしか定義されていないので、 $q$  を複素数にすることはできない。もし仮に複素数の  $q$  に拡張で

きるとしたら、 $q$  がエルミート演算子の固有値であることに矛盾してしまう。 $\langle q|$ や $\langle p|$ が実数の  $q$  や  $p$  に対してしか定義されていないというこの問題は、複素作用理論だけでなく、通常の実数作用の理論においても、トンネル効果やWKB近似などで直面する。そこで、私は、Holger Bech Nielsen 教授とともに、複素数の  $q$  や  $p$  を扱えるように新しいブラケット形式の基礎的な定式化を行なった。具体的には、まず、複素平面で定義されたデルタ関数や、パラメーターの解析性を保つように修正されたブラや複素共役などを導入した。そして、複素数の  $q$  や  $p$  を固有値に持つような非エルミートな演算子とその固有状態のブラを2種類のコヒーレント状態を利用するなどして新たに構成した。なお、この新しい演算子やブラおよびそのエルミート共役であるケットは、実数の  $q$  や  $p$  などに対しては、通常のエルミートな演算子やブラおよびケットとして振舞うという性質を持っている。複素作用理論だけでなく通常の実数作用の理論においても、この拡張された演算子や固有状態などを用いることを提唱した。また、この複素座標形式を用いて、前述した自動的にハミルトニアンのエルミート性を得る機構が複素座標の場合にも適用できることを示した。

次に、複素作用理論における運動量と座標の時間微分の関係式について調べた。これが、実数作用の理論の場合と同じであるのかどうかを確認するために、上述した複素座標形式をファインマンの経路積分に適用して具体的に評価し、運動量の関係式が実数作用の理論の場合と同じであることを示した。

なお、複素作用理論には、ラグランジアン  
の時間積分の範囲が通常  
の理論のように過去から現在までのものと、過去から未来までのものの二種類ある。私は Nielsen 教授とともに、後者の未来を含む理論において、ある行列要素を評価し、それが期待値のように振る舞うことを示した。具体的には、ハイゼンベルグ方程式やエーレンフェストの定理、保存する確率流密度を得た。また、その量が、現在と過去の時間間隔と未来と現在の時間間隔が非常に長い場合には、未来を含まないで内積の定義が修正された理論における期待値にほぼ等しいということ  
を自動的にエルミート性を得る機構を用いて示した。これは、未来を含む理論は一見エキゾチックに見えるものの排除できないということを示唆する結果である。

##### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Theory Including Future Not Excluded : Formulation of Complex Action Theory II, Prog. Theor. Exp. Phys. 023B04 (2013). 査読有  
DOI: 10.1093/ptep/pts084
- ② Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Correspondence between future-included and future-not-included theories, Proc.Bled 2012:What Comes Beyond the Standard Models, pp.86-93 (2012). 査読有
- ③ Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Momentum and Hamiltonian in Complex Action Theory, Int. Mod. Phys. A 27, 1250076 (2012). 査読有  
DOI: 10.1142/S0217751X12500765
- ④ Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Formulation of Complex Action Theory, Prog. Theor. Phys. 126, pp.1021-1049 (2011). 査読有  
DOI: 10.1143/PTP.126.1021
- ⑤ Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Automatic Hermiticity, Prog. Theor. Phys. 125, pp.633-640 (2011). 査読有  
DOI: 10.1143/PTP.125.633
- ⑥ H. B. Nielsen, N. S. Mankoc Borstnik, K. Nagao and G. Moulataka, Complex Action Functioning as Cutoff and De Broglie-Bohm Particle, Proc.Bled 2010:What Comes Beyond the Standard Models, pp.211-216 (2010). 査読有

[学会発表] (計 10 件)

- ① Keiichi Nagao, Theory Including Future Not Excluded, KEK理論研究会 2013, 2013年03月19日, 高エネルギー加速器研究機構(KEK)
- ② Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Theory Including Future Not Excluded, 日本物理学会 2012年秋季大会, 2012年09月11日, 京都産業大学
- ③ Keiichi Nagao, Formulation of complex

action theory, Bled 2012: What comes Beyond the Standard Models, 2012年07月10日, Plemelj's house, Bled, Slovenia

- ④ Keiichi Nagao, Formulation of Complex Action Theory, QMKEK2012 量子論の諸問題と今後の発展, 2012年3月17日, 高エネルギー加速器研究機構 (KEK)
- ⑤ Keiichi Nagao, Formulation of Complex Action Theory, KEK理論研究会 2012, 2012年3月6日, 高エネルギー加速器研究機構 (KEK)
- ⑥ Keiichi Nagao, Automatic Hermiticity, 基礎物理学研究所研究会「物理と情報の階層構造 —情報を接点とした諸階層の制御と創発—」, 2012年1月7日, 京都大学基礎物理学研究所
- ⑦ Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Momentum and Hamiltonian in Complex Action Theory, 日本物理学会 2011年秋季大会, 2011年9月18日, 弘前大学
- ⑧ Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Formulation of Complex Action Theory, 日本物理学会 2011年秋季大会, 2011年9月18日, 弘前大学
- ⑨ Keiichi Nagao, Holger Bech Nielsen, Automatic Hermiticity, 日本物理学会 2011年秋季大会, 2011年9月18日, 弘前大学
- ⑩ Keiichi Nagao, Automatic Hermiticity, KEK理論研究会 2011, 2011年3月15日の予定であったが震災のため中止(研究会HP上で発表原稿が公開), 高エネルギー加速器研究機構 (KEK)

[その他]

ホームページ等

- ① <http://info.ibaraki.ac.jp/Profiles/12/0001140/profile.html>
- ② [http://arxiv.org/a/nagao\\_k\\_1.atom](http://arxiv.org/a/nagao_k_1.atom)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

永尾 敬一 (NAGAO KEIICHI)

茨城大学・教育学部・准教授

研究者番号: 10391731