

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 30 日現在

機関番号： 12102  
 研究種目： 若手研究 (B)  
 研究期間： 2009 ~ 2011  
 課題番号： 21740158  
 研究課題名 (和文) 可解構造に基づいた重力理論/ゲージ理論双対性の研究  
 研究課題名 (英文) Study of gauge/string duality based on integrability  
 研究代表者  
 佐藤 勇二 (SATO YUJI)  
 筑波大学・数理物質系・助教  
 研究者番号： 50312799

研究成果の概要 (和文)： 重力理論とゲージ理論が同じ理論の異なった記述であるという重力理論/ゲージ理論双対性をその背後にある可解構造に基づいて研究した。特に、超対称ゲージ理論の強結合におけるグルーオン散乱振幅が、等質サイン・ゴールドン模型という 2 次元可積分模型の有限サイズ効果を与える熱力学的ベータ仮説方程式で記述され、特定の運動量配位の周りでは 2 次元共形場理論の摂動により解析的に評価されることを明らかにした。

研究成果の概要 (英文)： The gauge/string duality states that certain gauge theories and theories of string/gravity are just different descriptions of the same theories. We studied this duality based on the integrability behind it. Especially, we found that gluon scattering amplitudes of a supersymmetric gauge theory at strong coupling are obtained through thermodynamic Bethe ansatz equations of a class of two-dimensional integrable models called Homogenous sine-Gordon models, which give finite size effects of two-dimensional integrable models. Based on this fact, we also showed that the amplitudes are analytically evaluated around certain momentum configurations by the two-dimensional conformal perturbation theory.

## 交付決定額

(金額単位：円)

|        | 直接経費      | 間接経費    | 合計        |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2009年度 | 1,000,000 | 300,000 | 1,300,000 |
| 2010年度 | 500,000   | 150,000 | 650,000   |
| 2011年度 | 500,000   | 150,000 | 650,000   |
| 年度     |           |         |           |
| 年度     |           |         |           |
| 総計     | 2,000,000 | 600,000 | 2,600,000 |

研究分野：素粒子論

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：素粒子論、弦理論、ゲージ理論、数理物理、可解模型

## 1. 研究開始当初の背景

弦理論は重力を含む素粒子の統一理論の重要な候補であり、関連する諸分野に様々

なアイデアを提供しながら現在も活発な研究が続いている。この弦理論の近年の大きな成果の一つに、重力理論とゲージ理論が同じ理論の異なった記述であるという重力理論

／ゲージ理論双対性の発見がある。この双対性の研究は、その背後にある可解構造の発見により大きく進展し、例えば、超対称ゲージ理論／曲がった時空中の弦理論の全ての結合領域でのスペクトルが解析できるようになりつつあった。また、双対性の応用として、強結合でのゲージ理論散乱振幅を曲がった時空中の弦の古典解を用いて求める方法が注目され始めていた。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、重力理論／ゲージ理論双対性の背後に現れる可解模型の真空を提案・解析したこれまでの我々の研究成果を発展させ、可解構造に基づく重力理論／ゲージ理論双対性の研究を推し進めること、特に

(1) 超対称ゲージ理論、反ドジッター時空中の弦理論の性質を解明すること、

(2) その結果として、仮説として提案されている重力理論／ゲージ理論双対性の証明・反証に近づくこと、

(3) 強結合ゲージ理論散乱振幅などハドロン物理への応用を推し進めること、

であった。

## 3. 研究の方法

上記の目的の達成に向けて、重力理論／ゲージ理論双対性の研究で蓄積されてきた、理論の可解構造、隠れた対称性などに関する知見、可解模型の研究で開発されてきた様々な手法を用いて研究をおこなった。具体的には以下の通りである：

(1) 反ドジッター時空中の古典弦の運動方程式の可積分性とそれに付随する代数曲線上のテータ関数を用いて有限帯解を構成し、強結合散乱振幅を与える、光的な境界を持つ弦の古典解を系統的に解析した。

(2) 強結合散乱振幅は上述の弦の古典解の面積で与えられる。このような古典解を具体的に構成することは大変困難であるが、その面積は具体的に解を構成しなくても求めることができる。そのため、弦の非線形運動方程式を Pohlmeyer reduction という操作で線形化し、線形問題のストークス係数の満たす関係式を解析した。また、結果として得られた積分方程式と 2 次元可積分模型との関係

を具体的に調べた。

(3) 上述の 2 次元可積分模型が特定の極限で 2 次元共形場理論に帰着することに着目し、2 次元共形場理論の摂動を用いて、強結合散乱振幅を特定の運動量配位の周りで解析した。この際、2 次元可積分模型の保存量に対応する  $Y$ - $T$ -関数と境界エントロピー ( $g$ -関数) との興味深い関係を用いた。また、弱結合側で知られている解析的な表式と比較をおこなった。

(4) 積分方程式を数値的に解くことにより、2 次元共形場理論の摂動による解析の検証をおこなった。

## 4. 研究成果

本研究では、上述の方法に従い、特に強結合ゲージ理論散乱振幅への応用に関して大きな成果を得た。具体的な成果は以下の通りである：

(1) 強結合散乱振幅を記述する光的境界を持つ解の構成は非常に困難であり、様々な試みにも拘らず具体的な表式は 4 点散乱に対応するもののみが知られていた。我々は、3 次元反ドジッター時空中の弦について、有限帯解と呼ばれる非常に大きなクラスの古典解を構成し、6 点散乱に対応する新たな厳密解を見いだした。

(2) 3 次元反ドジッター時空中の弦の古典解で与えられる強結合散乱振幅について、1 0、1 2 点散乱振幅を記述する積分方程式を導いた。また、 $n$ -点振幅の場合には散乱振幅を記述する積分方程式は、一般化されたパラフェルミオン共形場理論を摂動して得られる可解模型である等質サイン・ゴルドン模型の熱力学的ベーテ仮説方程式であることを予想した。4 次元反ドジッター時空中の弦の解についても同様の予想を提出した。これらの予想は我々の論文とほぼ同時期に現れた別のグループの論文の結果を用いて確認されている。

(3) こうした強結合散乱振幅と 2 次元可解模型・共形場理論の関係に基づき、特定の運動量配位の周りで、強結合散乱振幅を解析的に評価する手法を定式化した。

(4) この手法に基づき、3 次元反ドジッター時空中の弦に対応する  $n$ -点振幅に対して、主要次数の解析的展開式を具体的に導いた。また、適切な規格化をおこなうと、振幅の非自明な部分は弱結合側の結果と非常に近い

値になるという興味深い事実を見いだした。

強結合におけるゲージ理論の解析はハドロンの物理など自然界の理解には大変重要であるが、摂動的な取り扱いができないため大変困難であり、通常は大規模な数値計算を用いておこなわれる。我々の結果は、強結合超対称ゲージ理論の散乱振幅・ダイナミクスの解析に対する新たな道を開くものである。また、我々の結果は、4次元ゲージ理論、10次元超弦理論、2次元可積分模型の間の非常に興味深い関係も示している。こうした成果は、多くの国際研究会を含む研究会・セミナーで発表され、国内外の注目を集める研究となっている。

今後の発展に向けて次のような研究が考えられる：

(1) 一般の運動量に対する散乱振幅を与える5次元反ドジッター時空中の弦について我々の定式化を拡張し、完成させる。

(2) 2次元可積分模型を用いた強結合ゲージ理論の解析を他の物理量にも応用する。

(3) 全ての結合領域での散乱振幅・ダイナミクスが解析できるよう、強結合極限からの補正を取り込む手法を開発する。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

- ① Yasuyuki Hatsuda, Katsushi Ito and Yuji Satoh,  
“ T-functions and multi-gluon scattering amplitudes ” ,  
Journal of High Energy Physics, 1202 (2012) 003, 査読有,  
DOI: 10.1007/JHEP02(2012)003
- ② Yasuyuki Hatsuda, Katsushi Ito, Kazuhiro Sakai and Yuji Satoh,  
“ g-functions and gluon scattering amplitudes at strong coupling ” ,  
Journal of High Energy Physics, 1104 (2011) 100, 査読有,  
DOI:10.1007/JHEP04(2011)100
- ③ Yasuyuki Hatsuda, Katsushi Ito, Kazuhiro Sakai and Yuji Satoh,  
“ Six-point gluon scattering amplitudes from  $Z_4$ -symmetric

integrable model ” ,  
Journal of High Energy Physics, 1009 (2010) 064, 査読有,  
DOI: 10.1007/JHEP09(2010)064

- ④ Yasuyuki Hatsuda, Katsushi Ito, Kazuhiro Sakai and Yuji Satoh,  
“ Thermodynamic Bethe Ansatz Equations for Minimal Surfaces in  $AdS_3$  ” ,  
Journal of High Energy Physics, 1004 (2010) 108, 査読有,  
DOI:10.1007/JHEP04(2010)108
- ⑤ Kazuhiro Sakai, Yuji Satoh,  
“ Constant mean curvature surfaces in  $AdS_3$  ” ,  
Journal of High Energy Physics 1003 (2010) 077, 査読有,  
DOI:10.1007/JHEP03(2010)077
- ⑥ Kazuhiro Sakai, Yuji Satoh,  
“ A note on string solutions in  $AdS_3$  ” ,  
Journal of High Energy Physics 0910 (2009) 001, 査読有,  
DOI: 10.1088/1126-6708/2009/10/001

[学会発表] (計10件)

- ① Yuji Satoh,  
“Thermodynamic Bethe ansatz and analytic expansions of gluon scattering amplitudes at strong coupling” ,  
8-th Bologna Workshop on CFT and Integrable Model,  
Bologna University, Bologna, Italy,  
12-15 September, 2011
- ② Yuji Satoh,  
“g-functions and gluon scattering amplitudes at strong coupling” ,  
35th Johns Hopkins Workshop on AdS/CFT and its applications,  
Eotvos University, Budapest, Hungary,  
22-24 June, 2011
- ③ 初田泰之, 伊藤克司, 酒井一博, 佐藤勇二,  
“AdS3 時空における有限ギャップ型開弦解” ,  
日本物理学会 2010 年秋季大会,  
九州工業大学戸畑キャンパス, 北九州,  
2010 年 9 月 11 -14 日

- ④ 初田泰之, 伊藤克司, 酒井一博, 佐藤勇二,  
“Thermodynamic Bethe ansatz equations for minimal surfaces in AdS<sub>3</sub>”,  
日本物理学会 2010 年秋季大会,  
九州工業大学戸畑キャンパス, 北九州,  
2010 年 9 月 11 -14 日
- ⑤ 初田泰之, 伊藤克司, 酒井一博, 佐藤勇二,  
“Six-point gluon scattering amplitudes from Z<sub>4</sub>-symmetric integrable model”,  
日本物理学会 2010 年秋季大会,  
九州工業大学戸畑キャンパス, 北九州,  
2010 年 9 月 11 -14 日
- ⑥ Yuji Satoh,  
“Gluon scattering amplitudes from gauge/string duality and integrability” (招待講演),  
立教大学「場の理論、量子重力研究会」,  
立教大学、東京、2011 年 1 月 5 日 -- 6 日
- ⑦ Yuji Satoh,  
“Gauge/string duality and thermodynamic Bethe ansatz equations”,  
京都大学数理解析研究所 (RIMS) 研究集会 “Developments in Quantum Integrable Systems” (招待講演),  
Kyoto Univ., Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto, Japan,  
June 14-16, 2010

[その他]

ホームページ等

<http://www-het.ph.tsukuba.ac.jp/%7Eysatoh/index.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

佐藤 勇二 (SATO YUJI)

筑波大学・数理物質系・助教

研究者番号：50312799