

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 5日現在

機関番号：13901  
 研究種目：若手研究(B)  
 研究期間：2009～2011  
 課題番号：21740176  
 研究課題名（和文）  
 ゲージ理論による弦理論の解析  
 研究課題名（英文）  
 String Theory from Gauge Theory  
 研究代表者  
 森山 翔文 (Moriyama Sanefumi)  
 名古屋大学・基礎理論研究センター・助教  
 研究者番号：80402452

## 研究成果の概要（和文）：

統一理論の候補となる弦理論から、実験で検証された標準模型を正確に再現することはできていない。また、無数の真空解を持つため、弦理論の予言能力が疑問視されている。これらの困難は、弦理論の非摂動的な効果に対する理解が不足していることに起因する。ここでは、弦理論やM理論の非摂動的な効果の理解と素粒子標準模型の導出を目指して、ゲージ理論による弦理論の記述の研究を行った。研究期間を通じて取り組んだ具体的なテーマは、(1) 膜理論の行列模型の解析、(2) ヘテロ弦理論によるE6大統一理論の導出、(3)  $su(2|2)$  光円錐型弦の場の理論の構成、(4) AdS/CFT ヤンギアン対称性の理解である。

## 研究成果の概要（英文）：

It is a challenge to derive the standard model of particle physics from string theory, which is a candidate of the unified theory of gauge and gravitational interaction. The main reason is our lack of knowledge on the non-perturbative effect of string theory. Here aiming at the understanding of the non-perturbative effect and the derivation of the standard model, we study string theory using the gauge theory description. The projects we have studied are (1) the membrane matrix model, (2) the E6 grand unified theory from string theory, (3)  $su(2|2)$  light-cone string field theory and (4) the AdS/CFT Yangian symmetry.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
総計	2,600,000	780,000	3,380,000

研究分野：数理系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子、原子核、宇宙線、宇宙理論

キーワード：素粒子論、数理物理学、弦理論、ゲージ理論、M理論、大統一理論、弦の場の理論、可積分性

## 1. 研究開始当初の背景

理論物理学の一大目標は自然現象を統一的に理解することである。電磁気学や量子力学に始まり、より広範囲の自然現象をより単純な物理法則で説明しようと、相対性理論や場の量子論が発展してきた。現在では、ゲージ場の量子論と重力理論の枠組みで標準模型が構築され、これによってほとんどの実験事実が説明されるようになった。

ところが、ゲージ場の量子論と重力理論は理論的にうまく整合しない。そこで理論物理学では、重力子を含めたあらゆる素粒子を、弦のさまざまな振動モードだと見なす弦理論によって、その理論的な矛盾をうまく回避した。そのため、弦理論は量子重力理論を含めた無矛盾な統一理論の候補として注目されるようになった。

それにもかかわらず、いまだ弦理論から実験で検証されている標準模型を正確に再現することはできていない。また、無数の真空解を持つため、弦理論の予言能力が疑問視されている。これらの困難は、ともに弦理論に対する理解不足に起因する。そのため、弦理論の正確な定式化や摂動論を超えた理解が急務となっている。

近年の弦理論の研究により、弦理論の双対性やM理論の発見など非摂動論的な効果に対する理解が目覚ましく進展してきた。しかしながら、弦の相互作用の記述、M理論の定式化、真空構造の全体像など、より本質的な疑問点に対してはそれほど明白な理解が得られていない。

## 2. 研究の目的

弦理論の非摂動論的な効果を解析するためには、相互作用を含めた弦理論やM理論の正確な記述が必要である。

これまでの物理学によれば、相互作用は場の理論によって記述されるので、弦理論に対しても場の理論を構築する必要がある。ところが、一般に単一弦の世界面理論でさえ、ゲージ自由度のため解析が非常に複雑になるため、それに基づく弦の場の理論の解析はほぼ絶望的である。歴史的にも弦の場の理論の構築はその重要性が認識されつつも、その複雑さのため多くの研究者から敬遠されてきた。このような複雑さを回避し、より簡潔な良い記述を求めて、光円錐型、共変型、中点型、真空型、ヴェス・ズミノ型などとさまざまな形式の改良が行われてきた。しかし、

上記の複雑さを乗り越えた決定的な弦の場の理論はまだ構築されていない。

そのため、弦の相互作用を記述する新しい定式化が望まれるようになった。本研究では、弦の相互作用の記述について再考することで、弦理論やM理論の新しい定式化を探索し、さらに、これを用いて弦理論の非摂動論的な効果に対する知見を得ることを研究目的とする。

## 3. 研究の方法

近年の弦理論の発展で、弦理論やM理論の定式化を再考する上で特に注目すべきことは、弦理論とゲージ理論の対応関係が確固とした形で提示されたことである。この対応関係のアイデアはもともとトーフトにより提唱され、行列模型による非臨界弦の記述に継承された。さらに近年では、光円錐量子化のM理論や弦理論の行列模型による記述などが発見されて、より一般的に弦理論とゲージ理論の間に関係があることが信じられるようになった。この発展の中で、アンチドジッター (AdS) 時空上の超弦理論と共形場の理論 (CFT) である超対称ヤン・ミルズ理論の間の対応関係が提示された。

このような発展をふまえて、本研究では、ゲージ理論との対応関係という研究手法を用いて、弦理論の記述について再考する。具体的には、ゲージ理論を用いた弦理論やM理論の記述について探索した上で、曲がった時空上の弦理論を解析し、弦理論の非摂動論的な効果や真空構造に対して知見を得る。

主な研究内容は下記の通りである。弦理論とゲージ理論の対応関係を用いて、近年ゲージ理論で理解されてきた可積分性を詳しく分析することにより、弦理論の対称性に対する知見を得る。また、研究目的で言及したように、光円錐型弦の場の理論の構築は非常に複雑であるが、研究代表者らの先行研究 [Kishimoto-Moriyama, 2006] で弦理論とゲージ理論の対応関係の解析から、平坦時空上の光円錐型弦の場の理論を、これまで提唱された形よりはるかに簡単に書き換えることに成功した。この方向性をさらに推し進めて、より一般的な曲がった時空で弦の場の理論の構成を試みる。これは、より一般的な弦理論とゲージ理論の対応を調べる第一歩になる。さらに、これらの理解から、M理論の理解や標準模型の導出へ進みたい。

## 4. 研究成果

前項に述べた研究手法を用いて、弦理論と M 理論の非摂動的な効果の理解や標準模型の導出を目指す研究目的に対して、おおむね順調に成果が得られた。本研究の具体的な研究成果は次の 4 項目に分類される。

(1) ABJM 理論の行列模型の解析 (雑誌論文 [2])

約 15 年前に、5 つあった摂動的な 10 次元弦理論が双対性によって一つの理論の異なる真空に同定され、さらに、特殊な強結合極限においては、11 次元の理論になることが発見され、M 理論と名付けられた。これを受けて、非摂動的な弦理論の理解には、M 理論の研究が必要だと広く認識された。しかし残念ながら、それから長い間 M 理論は謎に包まれ、その理解に関して大きな進展はなかった。

特に、この M 理論は、空間 2 次元の広がりを持つ膜が基本的な励起だと思われ、AdS/CFT 対応によれば、膜の枚数が増大すると、自由度はその  $3/2$  乗で増大することが知られていた。弦理論の D ブレーンが行列の自由度を持ち、膜の枚数の 2 乗で自由度が増大することと比べると、M 理論の膜の自由度のこの特徴は非常に不思議に思われた。

近年、膜上の理論が超対称チャーン・サイモンズ理論で記述できることが提唱され、注目を集めた。その分配関数は局所化公式により有限次元の行列模型に帰着され、行列模型の解析から  $3/2$  乗の自由度の振舞いが再現された。

本研究は、この分配関数の計算をさらに押し進め、すべての摂動項を足し上げることに成功した。その結果、行列模型の分配関数は、エアリー関数で表示できることがわかった。エアリー関数は、三次式の積分表示がチャーン・サイモンズ理論を思い出させ、また、M 理論の異なる文脈でも現れるので、M 理論、チャーン・サイモンズ理論、エアリー関数の間に深い繋がりがあることを示唆している。さらに、ベネチアノ振幅の関数形から弦理論の共形対称性が発見された歴史を思い起こすと、分配関数の関数形から M 理論の隠れた対称性が発見できる可能性を秘めていると言えよう。

(2) ヘテロ型弦理論による E6 大統一理論の導出 (雑誌論文 [1, 3])

ヘテロ型弦理論を使って、現象論的な模型を再現する研究を行った。標準模型は実験とよい一致を示すが、その物質内容は多様であ

り、審美的な観点から決して満足できるものではない。ところが、例外リー代数を用いるとその物質は実にコンパクトに統合される。そこでここでは、ヘテロ型弦理論を用いて、標準模型の代わりに、例外リー代数に基づく大統一理論の導出を目指した。

先行研究によれば、そのような三世代模型はただ 1 つしか存在せず、しかもさらなる現象論的な要請を満たさない、という否定的な結果に終わった。ここでは、これまで歴史的に蓄積された手法を組み合わせることで系統的に調べ、その結果ある範囲内で三世代模型が 3 つ存在することがわかった。先行研究の現象論的な問題点が積極的に改善されたわけではないが、より多く存在することはこれからよりよい模型が構築できる可能性を示唆している。

(3)  $su(2|2)$  光円錐型弦の場の理論の構築 (雑誌論文 [4])

弦理論とゲージ理論の対応関係は、単一弦と単一トレース演算子の間のみならず、複合弦や複合トレース演算子の間でも成り立つと期待されている。研究代表者らの先行研究 [Gomis-Moriyama-Park, 2002-2003]において、PP 波極限で、弦の場の理論のハミルトニアンとゲージ理論の複合トレース演算子の異常次元を比較することによって、この関係は詳しく調べられた。その極限を超えた対応を調べるためには、まず PP 波背景上の弦の場の理論をもっと一般的な背景上に拡張しなければならない。

そこで、PP 波背景上の弦の場の理論を見直したところ、PP 波背景の対称性の一部である超リー代数  $su(2|2)$  だけが弦の場の理論の構成に本質的な役割を果たしていることがわかった。これは、超リー代数  $su(2|2)$  の対称性だけを持つ背景 (泡立ち背景) 上で弦の場の理論を構成できる可能性があることを示唆している。これを受けて、この泡立ち背景上の弦の場の理論の構成に向けて詳しく調べた。

(4) AdS/CFT ヤンギアン対称性におけるセル関係式の証明と高次演算子の構成 (雑誌論文 [5])

弦理論の対称性の理解を目指して、対応するゲージ理論である超対称ヤン・ミルズ理論のトレース演算子における可積分性の研究を行った。

本研究の主要成果は下記の通りである。超対称ヤン・ミルズ理論の可積分性の研究にお

いて、それまでの研究で仮定されていた evaluation 表現が、ヤンギアン代数の定義方程式であるセール関係式を満たすことを示した。さらに、この性質は超対称ヤン・ミルズ理論の対称性代数に対してだけでなく、その変形代数である例外超リー代数に対しても成り立つことを証明した。

evaluation 表現とは、高次演算子の表現が零次演算子の表現に evaluation 媒介変数の冪乗をかけたものとして書ける表現のことである。evaluation 表現を持つことの意味はこれまであまり議論されてこなかったが、弦の世界理論である共形場理論のアフィン代数と極めてよく似ていることから、evaluation 表現を持つことは共形場理論(弦理論)との関係を示唆すると予想している。

その予想の下で、例外超リー代数においても、evaluation 表現がセール関係式を満たしていることは驚きである。超対称ヤン・ミルズ理論の対称性代数はキリング形式が縮退しており、例外超リー代数はもともとその縮退を解くという技術的な理由で導入されたが、この変形が evaluation 表現を保つことで、この変形自体に物理的な意味があることが示唆された。

さらに、超対称ヤン・ミルズ理論の対称性代数でキリング形式が縮退していることから、通常の構成方法では高次演算子が必然的に特異性を持ってしまいが、本研究において、セール関係式の構造を再考することで、非特異な高次演算子を構成することに成功した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

[1] Motoharu Ito, Shogo Kuwakino, Nobuhiro Maekawa, Sanefumi Moriyama, Keijiro Takahashi, Kazuaki Takei, Shunsuke Teraguchi, Toshifumi Yamashita, "Heterotic E6 GUTs and Partition Functions", *Journal of High Energy Physics* **12** (2011) 100, 査読有, doi:10.1007/JHEP12(2011)100.

[2] Hiroyuki Fuji, Shinji Hirano, Sanefumi Moriyama, "Summing Up All Genus Free Energy of ABJM Matrix Model", *Journal of High Energy Physics* **08** (2011) 001, 査読有, doi:10.1007/JHEP08(2011)001.

[3] Motoharu Ito, Shogo Kuwakino, Nobuhiro

Maekawa, Sanefumi Moriyama, Keijiro Takahashi, Kazuaki Takei, Shunsuke Teraguchi, Toshifumi Yamashita, "E6 grand unified theory with three generations from heterotic string", *Physical Review D* **83** (2011) 091703, 査読有, DOI: 10.1103/PhysRevD.83.091703.

[4] Isao Kishimoto, Sanefumi Moriyama, "An Algebraic Model for the  $su(2|2)$  Light-Cone String Field Theory", *Journal of High Energy Physics* **08** (2010) 013, 査読有, doi:10.1007/JHEP08(2010)013.

[5] Takuya Matsumoto, Sanefumi Moriyama, "Serre Relation and Higher Grade Generators of the AdS/CFT Yangian Symmetry", *Journal of High Energy Physics* **09** (2009) 097, 査読有, doi:10.1088/1126-6708/2009/09/097.

[学会発表] (計 10 件)

[1] 藤博之, 平野真司, 森山翔文, "Summing Up All Genus Free Energy of ABJM Matrix Model", 日本物理学会年次大会, 2012/03/24-2012/03/27, (発表日 2012/03/24), 関西学院大学.

[2] 森山翔文, "The ABJM Matrix Model From Two Viewpoints", 研究会「高次元ブラックホールとAdS/CFT対応」, 2012/01/05-2012/01/07, (発表日 2012/01/05-2012/01/06), 伊豆高原.

[3] 森山翔文, "局所化とABJM行列模型", 日露共同研究国内ワーキングセミナー, 2011/10/20, 大阪市立大学文化交流センター.

[4] Sanefumi Moriyama, "Summing Up All Genus Free Energy of ABJM Matrix Model", 日露共同研究研究会 "Synthesis of integrabilities in the context of duality between the string theory and gauge theories", 2011/09/12-2011/09/16, (発表日 2011/09/14), Steklov Mathematical Institute & Higher School of Economics (Moscow).

[5] 森山翔文, "Summing Up All Genus Free Energy of ABJM Matrix Model", Summer Institute 2011 (宇宙・素粒子論), 2011/08/03-2011/08/12, (発表日 2011/08/09), 富士吉田.

[6] Sanefumi Moriyama, "E6 grand unified

theory with three generations from heterotic string”, Nagoya University Global COE Program “2nd International Forum”, 2011/03/03-2011/03/05, (発表日 2011/03/03), 名古屋大学.

[7] 森山翔文, “E6 grand unified theory with three generations from heterotic string”, 理研シンポジウム「場と弦の理論の新展開に向けて」, 2010/12/17-2010/12/19, (発表日: 短時間講演2010/12/17 (長時間講演賞)→長時間講演2010/12/18), 理研和光研究所.

[8] Sanefumi Moriyama, “An Algebraic Model for the  $su(2|2)$  Light-Cone String Field Theory”, 国際研究会SFT2010“String Field Theory and Related Aspects”, 2010/10/18-2010/10/22, (発表日 2010/10/21), 京都大学基礎物理学研究所.

[9] 森山翔文, 「AdS/CFT スピンチェイン模型におけるヤンギアン対称性」, 大阪素粒子セミナー, 2010/04/26, 大阪市立大学文化交流センター.

[10] 森山翔文, “Serre Relation and Higher

Grade Generators in the AdS/CFT Yangian Symmetry”, Summer Institute 2009 (宇宙・素粒子論), 2009/08/03-2009/08/13, (発表日 2009/08/11), 富士吉田.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

## 6. 研究組織

(1) 研究代表者

森山 翔文 (Moriyama Sanefumi)  
名古屋大学・基礎理論研究センター・助教  
研究者番号: 80402452

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者