

機関番号：82110

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2009～2010

課題番号：21740188

研究課題名(和文) 自己重力系・長距離力系の準平衡進化

研究課題名(英文) Quasi-equilibrium evolution in self-gravitating and long-range interacting systems

研究代表者

立川 崇之 (TATEKAWA TAKAYUKI)

独立行政法人日本原子力研究開発機構・システム計算科学センター・博士研究員

研究者番号：60350477

研究成果の概要(和文)：

自己重力系をはじめとした長距離力系では、緩和時間が非常に長いことが知られている。また、長距離力系で緩和に向かう途中段階で、初期条件に依らず、時間的変化が非常にゆっくりとした準平衡状態が存在する場合はしばしばみられる。この準平衡状態を記述する方法を、統計力学の立場からの解析的手法、およびGPUなどのプロセッサを用いて高速化したN体粒子シミュレーションの両方を用いて検証した。この結果、自己重力系についてはLangevin方程式を用いた手法で、Kingモデルと呼ばれる密度分布を再現できることを示した。また、長距離力系の簡単なモデルである二次元HMFモデルについて、比熱が負のエネルギースケールでは、準平衡状態が非加法的エントロピーを最大にする分布でフィットできることを示した。一方で、比熱が負のエネルギースケールでは、非加法的エントロピーを最大にする分布関数でフィッティングはできなかった。

研究成果の概要(英文)：

In long-range interacting systems such as self-gravitating system, it is known that relaxation time is quite long. Then during relaxation process in the long-range interacting systems, quasi-equilibrium state which is independent of initial conditions often appears. We discuss the models which can describe the quasi-equilibrium state with both analytic methods from statistical mechanics and N-body particles simulation. Then we showed that the density distribution of King model is represented by using Langevin equation in self-gravitating system. We showed that, in negative specific heat region, the quasi-equilibrium state in 2-dimensional HMF model can be fitted by maximum state of non-extensive entropy. On the other hand, in positive specific heat region, we cannot fit the quasi-equilibrium state with maximum state of non-extensive entropy.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	3,000,000	900,000	3,900,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,900,000	1,170,000	5,070,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：統計物理, 重力, 長距離力, N体シミュレーション, 非平衡, GPGPU

## 1. 研究開始当初の背景

重力が支配的な影響を及ぼす自己重力系では、様々なスケーリング則が成り立つ事が観測から知られている。例えば 1980 年代以降の大規模な銀河サーベイの結果から、銀河はその空間二点相関関数が距離の冪に従うという結果が得られている。また、スケールの小さい構造に関しても、スケーリング則が見いだされている。例えば楕円銀河については、de Vaucouleurs の  $1/4$  乗則 (de Vaucouleurs, *Annales d'Astrophysique* 11, 247 (1948)) と呼ばれる、表面輝度と中心からの半径の間に冪則が成り立ち、分子雲においては質量と速度分散の間の冪則が成り立っている (Ostriker, Stone, Gammie, *Astrophys. J.* 546, 980 (2001))。

このような自己重力系のスケーリング則の成立について、まだ満足される理論的説明がなされていない。過去には Chandrasekhar (*Astrophys. J.* 93, 285 (1941)) による二対散乱を通じた多体系の緩和、蒸発の議論がなされているが、この緩和時間の議論では、楕円銀河の緩和時間は現在の宇宙年齢よりも遥かに長く、1 兆年以上になる。一方で現在観測される楕円銀河は、初期条件が各々異なるにも関わらず、前述の de Vaucouleurs の  $1/4$  乗則が成り立つ。楕円銀河は緩和状態に至っていないのに、なぜ共通した性質が見られるのかという点で矛盾が存在する。

そこで自己重力系における準安定、準平衡状態が議論されている。共通した性質は、準平衡状態の存在によるではものないかと考えられる。

## 2. 研究の目的

本研究では自己重力系、および長距離力系で、系の進化、緩和過程を検討し、重力を含む長距離力系での準平衡状態の統計力学を考察する。自己重力系は、系を構成する物質が自己重力に拘束されている状況では、系の全エネルギーを増加させると全運動エネルギーが減少するという、『負の比熱』を示す。また、重力ポテンシャルが無限遠で漸近的に平坦であるため、大きな運動エネルギーを持った粒子は重力ポテンシャルの束縛を振り切り、無限遠に抜け出す『蒸発現象』が見られる。すると系全体は平衡状態になる事が出来ず、ポテンシャルに拘束された領域が準平衡となる。我々の過去のシミュレーションにおいて、球対称に分布させ静止させた粒子は、自己重力による崩壊の後、様々な Maxwell

分布を重ね合わせたような速度分布を保つ事が分かっている (Iguchi et al., *Phys. Rev. E* 71, 016102 (2005))。

また、長距離力系では系の緩和時間が非常に長い事が知られている。これは自己重力系に限らず、一次元シート系や HMF モデルとよばれる一次元モデルにおいても知られている。HMF モデルでは、相転移点付近のエネルギーにおいて準平衡状態が存在し、徐々に平衡状態に移行していく事が知られている。このため、多粒子系のシミュレーションでは、系が緩和に至ったかの判断が困難である。そこで、我々が開発した手法を活用する (Tatekawa et al., *Phys. Rev. E* 71, 056111 (2005))。我々は系のハミルトニアンが与えられた時に、その系のカノニカル、ミクロカノニカル分布のもとでの平衡分布を高速に導出する、新たな逐次近似法を開発した。この手法を用いれば、長距離力系といえども平衡状態を示す質量分布、エントロピー、温度を素早く導出でき、臨界エネルギーや相転移の次数の判断も容易である。

さらに我々は、準平衡状態を記述する可能性があると期待される、様々なエントロピーのモデルについて、エントロピーを最大にする分布関数を導出する手法を構築する。この手法により得られた分布関数をシミュレーションと比較する事により、様々なエントロピーのモデルの有効性が議論できる。本研究では粒子系の N 体シミュレーションなどの力学的手法および逐次近似法の双方を用い、自己重力系、長距離力系の進化と緩和過程を議論する。このことから、長距離力系における準平衡状態の統計力学の構築を試みる。

## 3. 研究の方法

統計力学的手法による解析的アプローチと、GPU などの高速プロセッサを活用した粒子系シミュレーションの双方を組み合わせる研究を進める。

統計力学的手法について、我々はかつて Boltzmann-Gibbs エントロピーが最大となる状態を表す分布関数を導出する、新たな逐次近似法を開発した (Tatekawa et al., *Phys. Rev. E* 71, 056111 (2005))。この方法を用いることにより、システムが緩和に至ったかどうかを判断することができる。本研究では逐次近似法を改良し、様々なエントロピーモデルに対しても適用できるようにした。適用例の一つとして、非加法的エントロピーである Tsallis エントロピー (Tsallis, *J. Stat.*

Phys. 52, 479 (1988))に応用した。

また、分布関数の進化について、Langevin 方程式を用い、多体系の影響を考慮した定常解を導出することにより、準平衡状態を記述できるのではないかと考えた。

粒子系シミュレーションについては、計算量が一番多い箇所は粒子間の相互作用である事を考慮し、相互作用の計算を汎用プロセッサではなく、専用プロセッサを用いた。具体的には、FPGA を用いた GRAPE-7 (Kawai and Fukushige, SC06 Proceedings (2006)), および画像処理用のグラフィックプロセッサ (GPU) である。これらを用いることにより、汎用プロセッサの数十倍の計算速度を得ることができる。

本研究で対象としたモデルは自己重力系の他に、相互作用が平均場で厳密に記述でき、計算量が大幅に軽減できる二次元 HMF モデルとした。

#### 4. 研究成果

自己重力系について、多粒子系のシミュレーションと Langevin 方程式を用いた分布関数の比較を行った。自己重力系の球対称平衡解のモデルとして、King モデルがある (King, Astron. J. 71, 64 (1966))。質量密度が中心はなだらかな分布をなし、外側に行くと半径のべきに従って密度が薄まる分布である。このような分布は、多粒子系のシミュレーションでも現れる。自己重力系では正のエネルギーとなった粒子が無限遠に脱出する『蒸発現象』があるため、開放系では平衡状態が存在しない。このため、King モデルは準平衡状態の分布を表していると考えられる。King モデルの起源について、系を構成する多数の粒子からの重力を考慮した Langevin 方程式を立てて、時間変化を無視することにより、King モデルと同じ形の密度分布を得ることを示した。また、シミュレーションでは全粒子の質量を同じにした場合、1 っだけ周囲の質量の 5 倍、10 倍にした場合を扱ったが、10 倍の質量をもつ粒子を含んだ場合でも、全体の質量分布への影響は無視できるということを示した (Tashiro and Tatekawa (2010, 2011)) (図 1)。

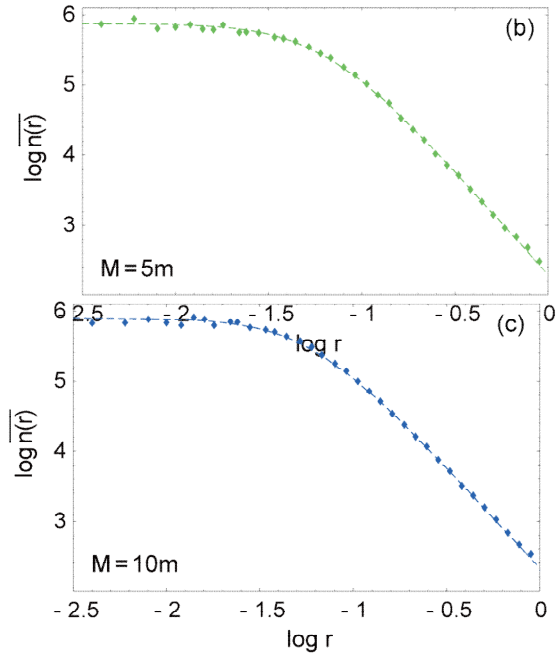
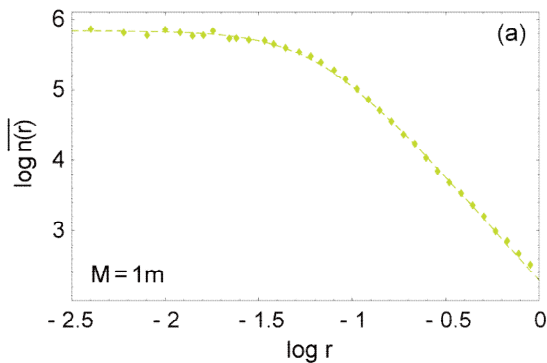


図 1 シミュレーションによる準平衡状態での質量密度分布. 中心天体の質量  $M$  と周囲の天体の質量  $m$  との比をそれぞれ 1, 5, 10 にした場合. いずれの場合にも King モデルの質量密度分布に合う (Tashiro and Tatekawa (2011)).

この粒子の質量が周囲の粒子の 100 倍、1000 倍となる場合には、中質量ブラックホールを含む球状星団のプロトタイプモデルとなり、過去には Bahcall and Wolf (Astrophys. J. 209, 214 (1976)) による、カスプのある密度分布の議論がなされている。本研究は中心天体の質量は周囲と大きな隔たりを持たない場合を考えた。今後、より重い天体の場合の質量分布、重い天体の挙動についても考察する。

一方、長距離力の簡単なモデルとして二次元 HMF モデル (Antoni and Torcini, Phys. Rev. E 57, R6233 (1998); Torcini and Antoni, Phys. Rev. E 59, 2746 (1999)) (図 2) を取り上げ、平衡状態、力学的進化の解析を行った。

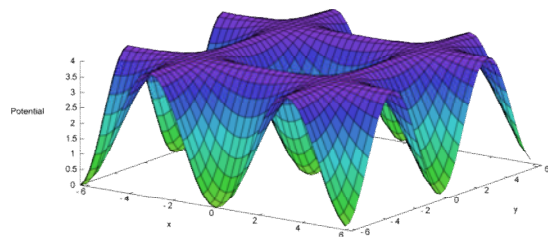


図 2 2 次元 HMF モデルのポテンシャル.  $x, y$  方向それぞれ周期  $2\pi$  の境界条件を持つ。

原点で最小となる。

二次元 HMF モデルは熱平衡状態でも負の比熱を示すエネルギー領域が存在することが、過去の研究から知られている (図 3)。ただし、負の比熱が現れるエネルギースケールでは、全エネルギーと『温度』の関係がどのようなになっているのかが明らかにされていなかった。本研究に先立ち、負の比熱が現れるエネルギースケールを含めて熱平衡状態の温度曲線を示し、本モデルがマイクロカノニカル分布のもとでは二次相転移を起こすことを明らかにした (立川, 物性研究 87, 510 (2007))。次に多粒子系のシミュレーションを行い、系の進化, 準平衡状態の存在を明らかにした。

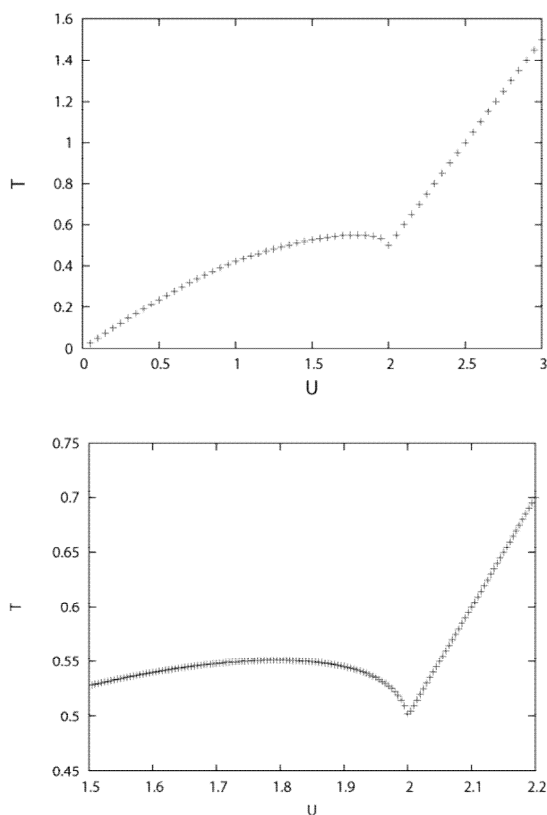


図 3 二次元 HMF モデルの温度曲線. 系全体のエネルギーと運動エネルギーの関係を示す.  $1.795 < U < 2.000$  において, 全エネルギーを増加させると運動エネルギーが下がる『負の比熱』が見られる.

長距離力系である二次元 HMF モデルでは, 熱平衡に至るまでの緩和時間は非常に長い. 熱平衡に至るまでの途中段階の変化はゆっくりであり, 準平衡的な進化をしているとみられる. この途中段階の分布を表す方法として, 非加法的エントロピーの一つである Tsallis エントロピーを最大にする分布でフィットできるかを調べた. この結果, 比熱が

負のエネルギースケールでは Tsallis エントロピーを最大とする分布関数で割とよく合わせる事ができることが分かった. また, 時間が経過すると Tsallis エントロピーに含まれるパラメータ  $q$  は 1 より大きい値から, 徐々に Boltzmann-Gibbs エントロピーと一致する 1 に向かって収束していくことも分かった. 一方で, 比熱が正のエネルギースケールでは, 準平衡的な進化とみられる現象は同様に表れるものの, Tsallis エントロピーを最大にする分布関数でフィットすることはできなかった.

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

1. Tohru Tashiro and Takayuki Tatekawa: Brownian dynamics around the core of self-gravitating systems, Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 79, No. 6, 063001-1~063001-4 (2010). (査読あり)
2. Tohru Tashiro and Takayuki Tatekawa: "Stochastic dynamics toward the steady state of self-gravitating systems", Numerical Simulations / Book2 (Intech) (2011). (査読あり)

[学会発表] (計 2 件)

1. Takayuki Tatekawa, Masa-aki Sakagami, Atsushi Taruya, Takashi Okamura, and Stefano Ruffo: Transient states in two-dimensional long-range interacting system, The XXIV International Conference on Statistical Physics of the International Union for Pure and Applied Physics (STATPHYS 24) (Cairns, Australia) 2010 年 7 月 19~23 日
2. Takayuki Tatekawa, Masa-aki Sakagami, Atsushi Taruya, Takashi Okamura, and Stefano Ruffo: Transient states in two-dimensional N-body systems, The 13th Slovenia-Japan seminar on nonlinear science and Waseda AICS symposium on nonlinear and nonequilibrium phenomena in complex systems (早稲田大学) 2010 年 11 月 4~6 日

[その他]

ホームページ等

<http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~tatekawa/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

立川 崇之 (TATEKAWA TAKAYUKI)

独立行政法人日本原子力研究開発機構・

システム計算科学センター・博士研究員

研究者番号：60350477