

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 12 日現在

機関番号：50103

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2012

課題番号：21740197

研究課題名（和文）共形不変な有効理論によるブラックホール熱力学の解析

研究課題名（英文）Analyses of black hole thermodynamics by effective theories with conformal invariance

研究代表者

梅津 裕志（UMETSU HIROSHI）

釧路工業高等専門学校・一般教育科・准教授

研究者番号：90393420

研究成果の概要（和文）：ブラックホールによるホーキング輻射を時空の地平近傍の有効理論を用いて解析した。また時空の非可換性による効果を解析するために、変形量子化の方法によって任意次元の複素射影空間と複素双曲空間上の非可換積を具体的に与えた。この非可換積に対するフォック表現を構成し、これらの非可換空間上の関数の代数構造を明らかにした。ここで構成した非可換空間が、行列模型を用いて構成された非可換複素射影空間を特別な場合として含んでいることを示した。

研究成果の概要（英文）：We studied the Hawking radiation by using effective theories which appear near the event horizon. We gave explicit expressions for noncommutative products on CP^N and CH^N by deformation quantization in order to investigate effects of noncommutativities of space-time. Fock representations for these noncommutative products were constructed and the algebraic structure of functions under the products was explicitly clarified. These noncommutative spaces include the fuzzy CP^N which was given by using matrix models as a specific case.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：ブラックホール・量子重力・共形場理論・非可換空間

1. 研究開始当初の背景

重力の量子論の構成を行なう上で、ブラックホールの性質を研究することは重要な役割を果たしてきた。ブラックホールは時空の地平での表面重力に比例した温度の輻射を放出し、熱力学的な系と類似した性質を持つことが知られていた。特に、ブラックホールは時空の地平の面積に比例した有限のエン

トロピーを持つと期待されている。このことは量子重力理論において、時空が離散的性質や非可換性を持つことを示唆していると考えられる。

非可換性をもつ時空上の場の理論は、高エネルギーの現象と低エネルギーの現象が混合する性質や非局所的な観測量を持つなど、特異な性質を持つことが知られていた。

2. 研究の目的

ブラックホールの熱力学的性質の普遍性を理解することと、時空がマイクロなレベルで持つ離散的性質を明らかにすることが目的である。具体的には量子異常を用いてホーキング輻射やブラックホールエントロピーを普遍的に導出することと、非可換時空上の場の理論や行列模型を用いて、非可換性を持つ時空の構造を解析することを目指した。

3. 研究の方法

ブラックホールの時空の地平近傍では球対称な場の励起が熱力学的効果に最も効いてくるため、4次元の場の理論は次元減却され共形不変性をもつ2次元の有効理論によって記述できる。時空の地平における因果律の構造のため、この有効理論はカイラルな自由度を持ち、量子異常が現われる。重力場によるホーキング輻射とブラックホールエントロピーに寄与する自由度を、この有効理論と量子異常を用いて解析した。

次の方法は、マイクロなスケールにおいて現われると期待される時空の非可換性に注目した。非可換時空上の場の理論と行列模型を用いて時空の離散的性質を理解することを目指した。非可換時空の構成法としては特に変形量子化を用い、その結果と行列模型による解析との関係を明らかにすることを目指した。具体的には変形量子化の方法を用いて、任意次元の複素射影空間と複素双曲空間の非可換化を行なった。

4. 研究成果

ブラックホールの時空の地平近傍では球対称な場の励起が熱力学的効果に最も効いてくると期待される。このためブラックホール背景時空上の場の理論は、時空の地平近傍では共形不変性を持つ2次元の有効理論によって記述できる。この理論は時空の地平を持つ因果的性質によってカイラルな自由度を持つ。カイラルな場の理論は普遍的に量子異常を持ち、エネルギー・運動量テンソルや高階スピンをもつカレントに対する量子異常から、ホーキング輻射によるフラックスを導出することが出来る。この方法は、様々なタイプのブラックホールに適用することが可能である。

本研究ではまず、ブラックホールの時空の地平近傍における重力の有効理論を研究した。重力理論において時空の地平の存在に対応する境界条件を設定し、4次元重力理論を2次元に次元減却した。この有効理論は共形不変性を持つスカラー場の理論によって記述できた。この理論に対して、時空の地平と無限遠方においてブラックホールに対応した境界条件を課すことにより、共形変換の

なす代数における中心電荷に対応する量を計算できた。これからホーキング輻射によるフラックスを解析することが出来たが、ブラックエントロピーに寄与する自由度を同定し、時空の離散的性質を理解するまでには至らなかった。これは、ここで用いた有効理論よりもマイクロな構造を考慮に入れなければいけないことを示しており、弦理論や行列模型を考えることが重要である。

次に、時空の微視的構造を記述する有力な方法の一つである行列模型を用いた解析を行った。行列の自由度の量子効果によって、重力場と行列模型の自由度との間の相互作用を記述する頂点演算子を含む、行列模型の有効理論が導出できることが知られている。重力に対応した行列模型の頂点演算子間の相関関数を得ることが、重力の量子論的性質を理解する上で非常に重要である。我々はこの行列模型の持つ大きな超対称性に着目し、位相的場の理論の方法を用いて相関関数を計算する方法について研究した。頂点演算子が特殊な外線運動量を持つ場合には、位相的場の理論における相関関数として解釈できることが理解できた。しかし実際の計算を実行する上では固定点を孤立させる点で困難があり、厳密な計算には至らなかった。

我々は以前の研究において、行列模型の量子論的有効作用を1ループの近似の範囲で導出した。行列模型は明白な対称性としてゲージ対称性を持っている。今回の研究では行列模型の有効作用が近似的に、一般座標変換に類似した非線形な対称性を持っていることが分かった。この対称性が有効作用の厳密な対称性になり得るのか、また一般座標変換との類似性の持つ物理的意味を明らかにすることは今後の課題である。

本研究の後半では非可換時空上の場の理論に関する研究を行った。非可換時空を構成する方法はいくつか知られている。一つは行列模型を用いた構成である。行列模型においては、時空とその上の場の励起を含む全ての自由度は行列によって記述される。従って、時空の非可換性は行列の非可換性から導かれる。非可換時空上の場の理論は、低エネルギーの現象と高エネルギーの現象が混合する性質を持つことや、非局所的な観測可能量が存在することなど、非可換時空特有の性質として知られている。また、古典解として非可換ソリトンやインスタントンが存在し、これらは場の理論の非摂動的な寄与を与える。行列模型においては有限サイズの行列によって理論が記述されるため、有限な自由度に基づいて解析が行える利点がある。しかし、行列模型によって構成できる非可換空間が限られているため、より一般の非可換空間上

で同様な性質が存在するのかどうかは明白でない。

非可換時空の他の構成法として、変形量子化が知られている。この方法では、時空上の場に対して非可換な積を導入することによって時空の非可換性が実現される。非可換積が結合則を満たす条件は一般に無限個の微分方程式系として与えられるため、非可換積を具体的に記述することは多くの場合難しい問題である。

本研究では、Karabegov によって提唱されたケーラー多様体の変形量子化の方法を用いて、任意次元の複素射影空間と複素双曲空間の変形量子化を具体的に実行した。結合則に対応した無限個の微分方程式系を解くことにより、場間の非可換積の具体的な表式を与えた。この表式は非可換変形のパラメータの全ての次数に対して具体的に書かれている。特に、非斉次座標の間の積が、ガウスの超幾何関数によって記述できることを示した。複素射影空間上の非可換積としては、以前に Bordemann などによって与えられたものが知られていた。彼らの非可換積は斉次座標に対して定義されているため、本研究で得られたものと等価であるかどうかは自明ではないのだが、上で述べた超幾何関数による記述を用いて等価性を証明することに成功した。更に、この非可換積の下での関数の間の代数を詳細に調べた。真空への射影演算子に対応する関数を同定し、それに生成消滅演算子に対応した関数を作用させることにより、非可換積のフォック表現を構成した。この方法で構成された関数は、それらの間だけで閉じた代数を成している。フォック表現を与えている関数の中には射影演算子に対応するものが存在する。この非可換空間上のスカラー場の理論はこのフォック表現を用いて構成することが出来る。その理論において、射影演算子に対応する関数は非可換ソリトンを記述していると期待される。

変形量子化において非可換積に現われる非可換パラメータは形式的な変数として導入されているが、これを特定の値にとると、ここで構成した非可換空間が Balachandran などによって行列模型を用いて構成された非可換射影空間と一致することが示された。また行列模型で扱われている自由度は、上で述べたフォック表現に対応していることが分かった。従って、本研究で構成した非可換射影空間は行列模型による構成の一般化になっている。

上で述べた複素射影空間の変形量子化は、複素双曲空間に対しても同様に行なうことができる。複素双曲空間は非コンパクトな空間であり、そのような空間の変形量子化はこれまでほとんど知られていなかった。非可換球面などのコンパクトな空間上の非可換場

の理論で知られていた性質が、非コンパクトな空間でどうなるのかを研究することが今後重要であると考えられる。

ここで用いた変形量子化の方法は、形式的にはより一般のケーラー多様体にも適用できるのだが、非可換積を具体的に構成することは容易ではない。ここでは、リーマン対称空間に制限して非可換積を構成することを試みた。結合則に対応した無限個の微分方程式系から代数的な漸化式を導出することに成功したが、その一般的な解を与えることは出来なかった。ただし、非可換パラメータに関するべき級数として原理的には解を構成することが可能である。

4次元非可換空間上のゲージ理論において重要な役割を果たすインスタントン解について研究を行った。通常の可換な4次元複素射影空間上のインスタントンについては、ツイスター空間上の正則ベクトル束を用いて一般的な構成法が与えられている。正則ベクトル束について与えられた情報から具体的にゲージ場を構成し、特定の場合には実際にゲージ場の曲率が自己双対条件を満たすことを確認した。更に、この場合において場の積を非可換積に置き換えることによって、自己双対条件が量子変形によってどのように変形されるかを調べた。現在のところ非可換インスタントンに関する研究は、特別に解析が容易な場合しか扱えない状況であり、一般的な場合に非可換性によってどのような変形を受けるかを研究することが今後重要である。また、ここで導入した複素射影空間と複素双曲空間の非可換性が物理的にどのような状況と対応しているのかを明らかにし、ゲージ場の理論や重力の量子論の枠組みにおいて、非可換性が与える量子論的效果を解析することは今後の課題として残っている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1件)

① 佐古彰史、鈴木俊哉、梅津裕志：
「Explicit Formulas For Noncommutative Deformations of CP^N and CH^N 」
Journal of Mathematical Physics 53
(2012) 073502 16 pages, 査読有

[学会発表] (計 2件)

① 梅津裕志：国際会議招待講演
「Explicit Formulas For Noncommutative Deformations of CP^N and CH^N 」 7th Mathematical Physics Meeting: Summer School and Conference in Modern

Mathematical Physics, (2012 年 9 月)
(Institute of Physics, University of
Belgrade)

② 梅津裕志 : 国際会議ポスター発表

「Generalized Conformal Symmetry and
Recovery of $SO(8)$ in Multiple M2 and D2
Branes」 XVI International Congress on
Mathematical Physics, (2009 年 8 月)、プ
ラハ Clarion Congress Hotel Prague

6. 研究組織

(1) 研究代表者

梅津裕志 (UMETSU HIROSHI)

釧路工業高等専門学校・一般教育科・准教
授

研究者番号 : 90393420

(2) 研究分担者

()

研究者番号 :

(3) 連携研究者

()

研究者番号 :