

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月30日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2011

課題番号：21760129

研究課題名（和文） ボルツマン方程式の差分法による希薄気体流の精密解析

研究課題名（英文） Studies on rarefied gas flows via an accurate finite-difference analysis of the Boltzmann equation

研究代表者

小菅 真吾 (KOSUGE SHINGO)

京都大学・大学院工学研究科・助教

研究者番号：40335188

研究成果の概要（和文）：

(1) 非一様な温度を持つ平行2平板間の自由分子気体（分子衝突が無視できるほど希薄な気体）の定常的挙動を解析し、平板上での境界条件に応じた流れ場の変化を求めた。また流れが起きないケースを、従来よりも一般的に考察した。

(2) 木星の衛星イオの大気挙動を、モデル・ボルツマン方程式の差分解析により調べた。イオが木星の影に入る食に伴い、大気主成分である二酸化硫黄が凝縮・昇華することで起きる非定常流れを求めた。

研究成果の概要（英文）：

(1) Steady behavior of a free-molecular gas (a highly rarefied gas in which the molecular collisions can be neglected) between parallel plates with non-uniform temperature is analyzed to clarify the dependence of the flow field on the boundary condition. Moreover, a new example where no steady flow is induced is investigated.

(2) The behavior of Io's atmosphere is studied via a finite-difference analysis of a model Boltzmann equation. Unsteady flows caused by condensation and sublimation of sulfur dioxide (the main component of the atmosphere) during and after eclipse are obtained.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：分子気体力学

科研費の分科・細目：機械工学・流体工学

キーワード：ボルツマン方程式・希薄気体力学・分子気体力学・気体分子運動論・自由分子気体・イオ

1. 研究開始当初の背景

(1) 希薄気体では、外力がなくても、定常な温度場により定常な流れが誘起される。その代表例として、非一様な温度を持つ物体の周りに生じる熱ほふく流がよく知られてい

る。ところが気体が極度に希薄になり分子衝突が無視できるようになると（自由分子気体）、流れが消滅することが数学的に証明されている。ただしこの証明では、物体表面で（簡便であり、当分野の研究で頻繁に用いら

れる) マクスウェル型と呼ばれる境界条件を仮定している。それ以外の境界条件が成り立つとき、自由分子気体の流れが起きるのかわかるとは定かではなかった。

(2) 木星の衛星イオは、二酸化硫黄を主成分とする希薄な大気を持つ。イオの地表温度は、昼夜、あるいはイオが木星の影に入る食の前後において、日射の変動によりおよそ 90K から 120K の範囲で変動する。それに伴い、二酸化硫黄は地表を薄く覆う固相(霜)との間で相変化を起こす。この相変化に伴った大気挙動が、初めは通常の流体力学により、近年になってボルツマン方程式により解析されている。ただし後者は、DSMC法(粒子シミュレーションによる確率的解法)によるノイズを含んだ結果であり、解像度にも限界があった。

2. 研究の目的

(1) 定常・非一様な温度を持つ物体周りの希薄気体の挙動を調べる。このとき、物体表面ではマクスウェル型ではない境界条件を適用する。特に自由分子気体の場合に流れがあるのかわかると、流れがある場合にはその挙動を解明する。

(2) イオの食の間に二酸化硫黄の凝縮・昇華に伴って生じる非定常的な大気挙動を、希薄気体力学に基づいて解析する。特に非凝縮性気体が大気の微量成分として含まれる場合も想定し、その影響に着目する。この際、上に述べた DSMC 法による従来の結果よりも、高精度の解析を目指す。

3. 研究の方法

(1) 次のような基礎的問題を設定し、数値解析を行う：正弦波状の温度分布を持つ平行 2 平板間の希薄気体を想定し、平板上では Cercignani-Lampis の境界条件 (CL 条件) を満たすとする。CL 条件には 2 つのパラメータ (適応係数) が含まれており、それらを調整することで、現実の分子線散乱実験の結果をよく再現できる。これはマクスウェル型条件では困難なことである。

剛体球分子を仮定したボルツマン方程式を、DSMC 法により、希薄度 (= 気体分子の平均自由行程 ÷ 平板間距離) の広範囲 (希薄度が無限大に相当する自由分子気体の場合も含めて) にわたり、適応係数の様々な値に対して解析する。更に自由分子気体の場合は、方程式と境界条件とを等価な積分方程式に変換し、それを決定論的な方法で解く。これは DSMC 法より高精度だが、計算コストが高いため少数の適応係数についてのみ実施する。以上の 2 つの解法を組み合わせると、自由分子気体の流れの有無を正確に確認すると

同時に、パラメータに依存した流れ場の変化を詳細に解明する。

(2) イオの木星側半球における赤道上的ある地点を定めて、その上の大気柱を考える。地表は二酸化硫黄の固相であるとする。大気は二酸化硫黄を主成分とし、少量の非凝縮性気体 (一酸化硫黄、または酸素) を含んだ 2 成分混合気体とする。食の開始、およびその終了直後における日射の変動により、地表温度が変化して二酸化硫黄が凝縮・昇華を起こす。これに伴って誘起される大気柱の 1 次元・非定常的挙動を、Andries らのモデル・ボルツマン方程式 [Andries, P., et al., J. Stat. Phys. 106, 993 (2002)] に基づき、差分法による数値解析を実施して調べる。

本研究では、気体分子の内部自由度や、放射の影響、化学反応、宇宙空間からのプラズマ流入の影響などは全て省略する。そして非凝縮性気体の存在にのみ絞った単純化した問題を扱うことで、逆に大気柱の運動において最も重要な物理を浮き彫りにする。Moore らは、同じ問題を上にあげた幾つかの現実的効果も含めて DSMC 法により解析している [Moore, C. H., et al., Icarus 201, 585 (2009)]。従って Moore らの結果をベンチマークとして、本研究における単純化の妥当性が評価できる。一方、DSMC 法で非定常問題を扱う場合は、多くのアンサンブル平均をとる必要などから、特に時間的な解像度には限界がある。本研究の差分解析は、高い時間・空間解像度により、Moore らの結果を補完する。

4. 研究成果

(1) 平板の温度は、周期 $2L$ 、振幅 $T_0/2$ の正弦波状に分布させた (L : 平板間距離, T_0 : 基準温度)。以下で Kn は希薄度, α_t と α_n は CL 条件に含まれる適応係数である (詳細は省くが、前者は接線方向の運動量に関する、後者は運動エネルギーにおける法線速度の寄与部分に関する適応係数である)。

① 自由分子気体 ($Kn \rightarrow \infty$) の場合の結果の一例を、図 1 に示す。平板は $x_2 = \pm 0.5$ に位置し、

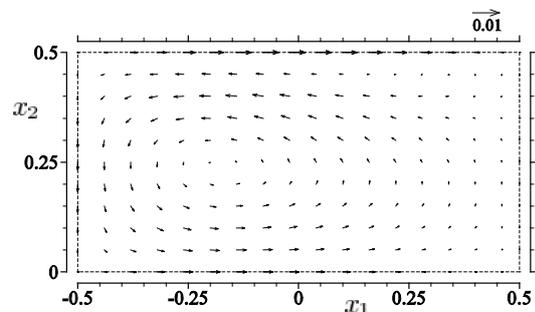


図 1 : 自由分子気体 ($Kn \rightarrow \infty$) で、 $\alpha_t = \alpha_n = 0.5$ における流れ場。

$x_1 = -0.5$ では最低温度, $x_1 = 0.5$ では最高温度をとる. 図から分かるように, 一般に CL 条件のもとでは自由分子気体の定常な流れが存在することが確認できた. 図 1 のケースでは, 流れ場には反時計回りの大きな渦があり, 平板上では向きが逆転して右向きに流れている.

②図 1 に示した流れ場のパターンをケース I と呼ぶことにする. 適応係数を様々に変えて調べた結果, 他に以下のケース II ~ IV のパターンが確認された.

- ・ケース II : 反時計回りの大きな渦があり, 平板上では左向きに流れる.
- ・ケース III : 時計回りの大きな渦があり, 平板上では左向きに流れる.
- ・ケース IV : 時計回りの大きな渦があり, 平板上では右向きに流れる.

図 2 に, 希薄度と適応係数に応じた流れ場のパターンの変化を示す. 図で Δ , \circ , \blacktriangle , \bullet がそれぞれケース I ~ IV に対応し, マーカーの大きさは流れの強さに比例する. \blacksquare は流れが非常に弱く, パターンが分類できないケースである.

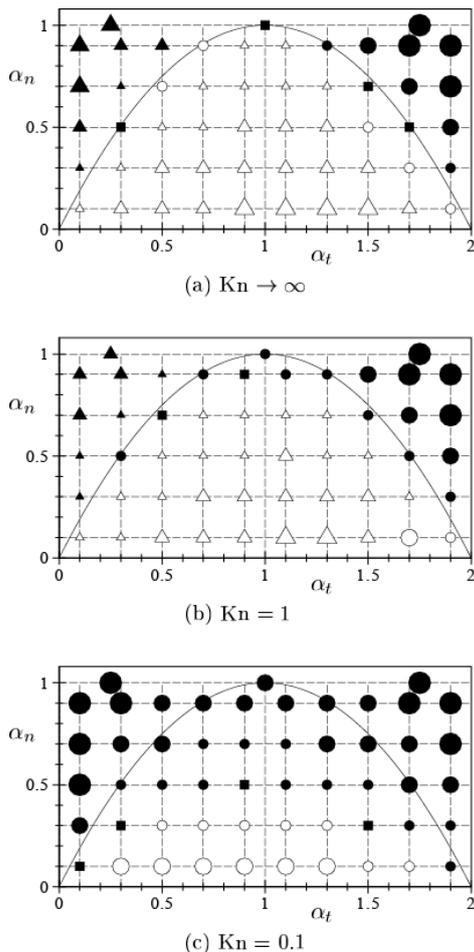


図 2 : 流れ場のパターンの変化. 図中の実線は, 放物線 $\alpha_n = \alpha_t(2 - \alpha_t)$ である.

③図 2 から, 自由分子気体では, おおむね図中の放物線を境にパターンが変化し, 放物線の上では流れが弱くなっていることが分かる. 詳細は省くが, この放物線上での CL 条件は, Lord の不完全適応の拡散反射条件に性質がよく似たものとなる. そこでこの Lord の条件を課して数値計算を行うと, 流れが起きないことが確認できた. この結果から更に考察を進めて, 一般に反射分子の速度分布が等方的になるような境界条件の場合, 自由分子気体に流れが起きないことを数学的に証明した.

(2) 本研究では, イオの赤道上の西経約 53 度の地点を想定する. この地点では日の出の約 3 時間後に食が始まり, 2 時間継続したのち, 正午の約 5 時間前に終了する. 地表温度は最低 90K, 最高 114K とし, Moore らと同じモデルに従って変化するものとする. 以上の設定により, 食の開始時の地表温度は 110K となり, Moore らの DSMC 法による解析とほぼ同じ条件になる.

①食の開始時を時刻 0 分とし, その後の地表温度の変化を図 3 に, 二酸化硫黄の柱数密度の変化を図 4 に示す. 図 4 の χ は, 初期大気柱における非凝縮性気体 (一酸化硫黄, または酸素) の濃度である. 食が始まり地表温度が低下すると, 二酸化硫黄は凝縮して柱密度

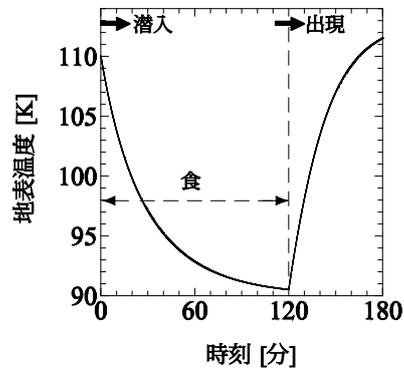


図 3 : 地表温度の時間変化

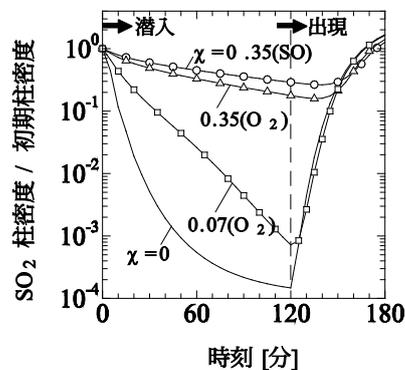


図 4 : 二酸化硫黄の柱密度の時間変化

も下がり始める。食の終了時の柱密度は、大気が二酸化硫黄だけ ($\chi=0$) の場合、開始時の1万分の1程度まで下がる。非凝縮性気体を含む場合は、後で示すようにそれが地表付近に堆積して凝縮流れを妨げる。その効果により、柱密度の低下が抑制される。効果の大きさは、気体種 (すなわち分子質量)、および濃度により異なる。なお図4に示した結果は、(細かな点で違いはあるものの) MooreらのDSMC法による結果と定性的に同じである。

②一酸化硫黄が初期濃度 $\chi=0.35$ 含まれる場合の、各気体の空間分布を図5と6に示す。図5が二酸化硫黄 (蒸気)、図6が一酸化硫黄 (非凝縮性気体) で、食の開始から終了まで10分間隔で示している。図5の点線は蒸気だけ ($\chi=0$) の場合の結果である。なお図中の矢印は、時間の経過する向きを示す。

二酸化硫黄の密度は、 $\chi=0$ の場合は全ての高度にわたって同じペースで急速に低下している。しかし一酸化硫黄が含まれると、高度約10kmより上の密度はあまり変化していない。食の終了時においても、地表付近の濃度は $\chi=0$ のケースに比べて100倍ほど大きい。一酸化硫黄は食の開始後20分ほどの間に、凝縮流れに運ばれて地表付近に堆積する。その後は自己拡散により少しずつ上空へ戻っている。他の物理量 (流速や温度) につ

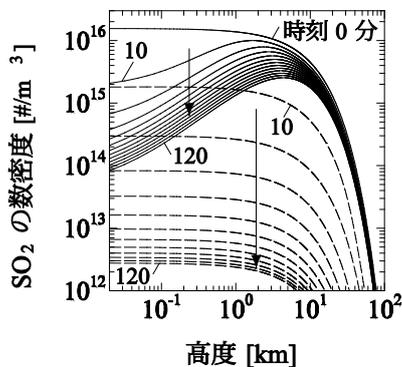


図5：二酸化硫黄の空間分布。実線は $\chi=0.35$ (SO)、破線は $\chi=0$ の結果。

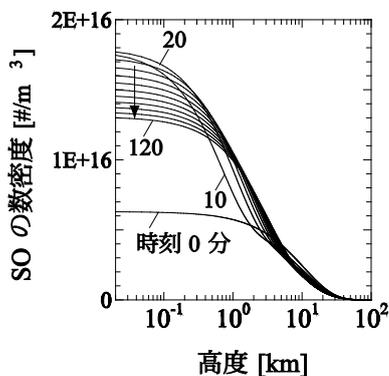


図6：一酸化硫黄の空間分布。 $\chi=0.35$ (SO)の結果。

いても図5、6と同様に、時間・空間解像度の高い分布を得た。これは本研究により、初めて示された結果である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

- ① Shingo Kosuge, Kazuo Aoki, Shigeru Takata, Ryosuke Hattori, Daisuke Sakai, “Steady flows of a highly rarefied gas induced by nonuniform wall temperature,” *Physics of Fluids*, 査読有, 23巻, 2011, 030603-1-13, DOI:10.1063/1.3558872

[学会発表] (計5件)

- ① 小菅真吾, “食の間の凝縮・昇華に伴うイオンの大気非定常流：モデル・ボルツマン方程式の数値解析”, 日本流体力学会年会2011, 2011年9月8日、首都大学東京 南大沢キャンパス。
- ② 小菅真吾, “微量な非凝縮性気体がイオンの大気昇華過程に及ぼす影響：モデル・ボルツマン方程式による数値解析”, 第24回数値流体力学シンポジウム, 2010年12月20日、慶應義塾大学 日吉キャンパス。
- ③ 小菅真吾, “Steady flows of a highly rarefied gas induced by non-uniform temperature of a boundary”, *DSMC09: Theory, Methods, and Applications*, 2009年9月14日、Inn and Spa at Loretto (サンタフェ、アメリカ)。
- ④ 小菅真吾, “境界の温度分布により誘起される高度に希薄な気体の定常流”, 日本流体力学会 年会2009, 2009年9月2日、東洋大学 白山キャンパス。
- ⑤ 小菅真吾, “Steady flows of a highly rarefied gas induced by non-uniform temperature of a boundary”, *21st International Conference on Transport Theory*, 2009年7月13日、トリノ工科大学(トリノ、イタリア)。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小菅 真吾 (KOSUGE SHINGO)
京都大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号：40335188

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし