

機関番号：11301

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2010

課題番号：21760272

研究課題名（和文）高精度デジタルフィルタ構造の最適設計および実現に関する技術開発

研究課題名（英文）Development of technologies for optimal design and realization of high-accuracy digital filter structures

研究代表者

八巻 俊輔（YAMAKI SHUNSUKE）

東北大学・大学院工学研究科・助教

研究者番号：10534076

研究成果の概要（和文）：デジタルフィルタの  $L_2$  感度最小実現が解析的に合成できるための十分条件を導出し、その十分条件を満たすデジタルフィルタのクラスを明らかにした。2 次モードとよばれるパラメータがすべて等しいデジタルフィルタの  $L_2$  感度最小実現は、平衡実現という解析的に合成可能なフィルタ構造に等しいことを明らかにした。さらに、2 次モードがすべて等しい 2 次のデジタルフィルタは、必ず 1 次のプロトタイプデジタルフィルタを周波数変換して得られたものであることを証明した。

研究成果の概要（英文）：We derived a sufficient condition for the minimum  $L_2$ -sensitivity realizations to be synthesized analytically, and clarified a class of digital filters satisfying the sufficient condition. For digital filters of which second-order modes are all equal, we showed that the minimum  $L_2$ -sensitivity realization is equal to the balanced realization, which can be synthesized analytically. Furthermore, we revealed that second-order digital filters of which second-order modes are all equal are always obtained by performing frequency transformation with first-order prototype digital filters.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	900,000	270,000	1,170,000
2010 年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,700,000	510,000	2,210,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・通信ネットワーク工学

キーワード：信号処理, デジタルフィルタ

## 1. 研究開始当初の背景

マルチメディアが大幅に普及している昨今、デジタル信号処理分野の重要性がますます高まっている。デジタル通信等のアプリケーションの開発には高度な信号処理技術が必要となり、その技術を支えるための基

礎理論が非常に重要なものとなる。その基礎理論の中でも、デジタルフィルタ構造の合成理論は必要不可欠である。

デジタルフィルタを有限語長で実現した際には「係数量子化」による影響が無視で

きない。係数量子化の影響により、理想的なフィルタ特性と実際のフィルタ特性との間には、必ず誤差が生じる。そのため、係数量子化による影響が最小になるようなフィルタの構造を決定するための理論が非常に重要なものとなる。

デジタルフィルタのもうひとつの有限語長問題として、「リミットサイクル」がある。リミットサイクルは、再帰形デジタルフィルタにおいて、零入力時または一定入力時に周期的に発生する発振現象のことである。リミットサイクルは、有限語長デジタルフィルタにおける乗算時の丸めや加算時のオーバーフローなどの非線形性によって生じるものであり、出力信号が発振してしまう現象であるため、発生しないことが望ましい。

有限語長デジタルフィルタのハードウェア上の実装においては、係数量子化誤差が小さく、リミットサイクルを発生しないことが望まれる。係数量子化誤差の小さいフィルタ構造として、「 $L_2$ 感度最小実現」が知られている。本申請者はこれまでの研究において、「スケーリングを考慮しない  $L_2$ 感度最小実現」はリミットサイクルを発生しないフィルタ構造であることを明らかにした。しかし、「スケーリングを考慮した  $L_2$ 感度最小実現」がリミットサイクルを発生しない構造であるかどうかは明らかになっていない。

また、 $L_2$ 感度最小実現は、「モデル低次数化」にも利用できる可能性が示されている[2]。モデル低次数化とは、次数の高いフィルタを次数の低いフィルタで近似する技術である。本技術は、デジタルシステムのみならず、アナログシステムにも適用されうる技術であり、回路規模の削減に非常に有用である。しかし、 $L_2$ 感度最小実現を用いたモデル低次数化手法において、特性誤差の理論的な評価

や安定性の保証などに関してはまだ明らかになっておらず、解決すべき問題が残されている。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、高精度なデジタルフィルタ構造の合成手法の開発である。高精度なデジタルフィルタ構造とは、係数量子化誤差が小さく、リミットサイクルを発生しない構造である。中でも、係数量子化誤差の小さいフィルタ構造としてよく知られている「 $L_2$ 感度最小実現」を研究の対象とし、 $L_2$ 感度最小実現を解析的に合成するための手法について研究を行う。

$L_2$ 感度最小実現の合成は非線形方程式を解く問題に帰着するため、解析的に行うのは一般に不可能とされてきた。そのため、従来は数値計算を用いて近似的に合成を行ってきた。この問題に対し、1次のフィルタおよび2次のフィルタに関しては、本申請者らが過去に「 $L_2$ 感度最小実現」を解析的に合成することを可能にした。しかし、3次以上の高い次数のフィルタに関しては解析的に合成する手法が開発されていない。本研究では、3次以上の高い次数のフィルタに関して「 $L_2$ 感度最小実現」を解析的に合成する手法の開発を目指す。

デジタルフィルタは信号処理システムにおいて不可欠な技術である。本研究が完成したときには、高精度な信号処理システムの実現に大きく貢献する理論が確立されると期待される。また、モデル低次数化技術の開発により、システムの省スペース化および低消費電力化に寄与することも期待される。すなわち、信号処理システムのハードウェア実現において、高精度化、小型化、低消費電力化が可能になると予想される。

### 3. 研究の方法

本研究では、係数量子化誤差の小さいフィルタ構造としてよく知られている「 $L_2$ 感度最小実現」を研究の対象とし、 $L_2$ 感度最小実現の解析的な合成手法の開発に取り組んだ。

表1に示すように、1次および2次のデジタルフィルタに関しては、 $L_2$ 感度最小実現を解析的に合成する手法、すなわち閉じた形の解法を本申請者が過去に導出している。しかし、3次以上のデジタルフィルタに関しては、逐次的計算を用いて近似的に解を求める方法しか開発されていない。本研究では、1次および2次のフィルタ解析的な合成法をより高い次数のデジタルフィルタに適用できるように拡張し、より汎用性の高い解法の開発を目指す。

表1  $L_2$ 感度最小化問題の分類およびこれまでに提案した解法

	スケーリングを考慮しない $L_2$ 感度最小化問題	スケーリングを考慮した $L_2$ 感度最小化問題
$N$ 次 フィルタ	逐次代入法による逐次的計算法 (雛元ら,2002)	変数変換を用いた逐次的計算法 (八巻ら, 2006)
1次,2次 フィルタ	双曲線関数を用いた閉じた形の解法 (八巻ら, 2008)	変数変換および双曲線関数を用いた閉じた形の解法 (八巻ら, 2008)

$L_2$ 感度最小化問題に対して一般的な解析解を導出することが非常に困難なため、本研究では、 $L_2$ 感度最小化問題が解析的に解けるための条件を導出し、その条件を満たすデジタルフィルタのクラスを明らかにする、というアプローチを試みた。

### 4. 研究成果

#### (1) 平成21年度

デジタルフィルタの $L_2$ 感度最小実現の解析的な合成法の導出を目標として研究を行い、 $L_2$ 感度最小実現が解析的に合成できるための十分条件を新たに導出した。

当該年度に達成した成果は、ある十分条件を満たすデジタルフィルタならば、3次以上のデジタルフィルタでも $L_2$ 感度最小実現が解析的に合成できることを示したことである。

その十分条件は「すべての2次モードの値が等しい」という条件である。2次モードは、伝達関数によって決まる正の実数パラメータであり、 $N$ 次のデジタルフィルタは $N$ 個の2次モードを有する。すべての2次モードが等しくなるデジタルフィルタの例として、(a)1次デジタルフィルタ、(b)オールパスデジタルフィルタ、(c)1次デジタルフィルタを周波数変換して得られるデジタルフィルタが挙げられる(図1)。特に、オールパスデジタルフィルタおよび周波数変換で得られたデジタルフィルタについては、次数に関係なく $L_2$ 感度最小実現が解析的に合成できることが明らかとなった。

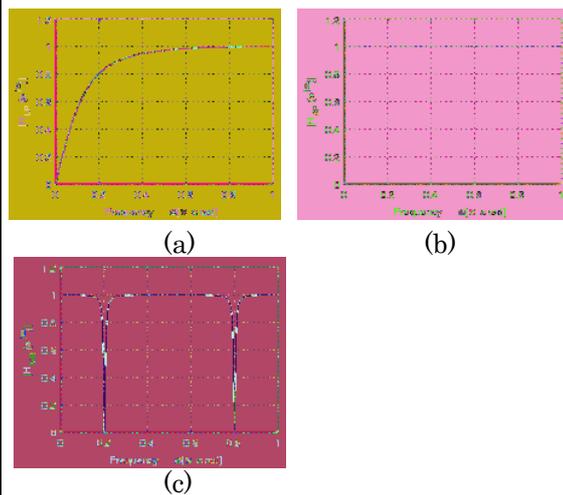


図1 すべての2次モードが等しいデジタルフィルタの例 (a)1次デジタルフィルタ、(b)オールパスデジタルフィルタ、(c)周波数変換により得られたデジタルフィルタ

(2) 平成22年度

当該年度に達成した成果は、2次モードがすべて等しい2次のデジタルフィルタは、必ず1次のプロトタイプデジタルフィルタを周波数変換して得られることを明らかにしたことである。この結果は、2次モードがすべて等しいデジタルフィルタが満たすべき制約条件をあらわしており、そのデジタルフィルタのクラスを明確化するものである。

さらに、そのようにして得られたデジタルフィルタの $L_2$ 感度最小実現は平衡実現に等しいことを数学的に明らかにした。平衡実現は解析的に合成できるフィルタ構造であるため、すべての2次モードが等しいデジタルフィルタについては、 $L_2$ 感度最小実現を解析的に合成できるということになる。 $L_2$ 感度最小実現の解析的な合成が可能なデジタルフィルタのクラスを明確にできたという点で、本研究成果は大変有用なものである。

$L_2$ 感度最小実現の解析的な合成が可能なデジタルフィルタ群を従来よりも広い範囲でクラス化できたという点で、本研究成果は大変有用なものである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

1. Shunsuke Yamaki, Masahide Abe and Masayuki Kawamata, "Closed Form Solutions to  $L_2$ -Sensitivity Minimization of Second-Order State-Space Digital Filters with Real Poles," IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol. E93-A, no. 5, pp. 966-971, May 2010.

2. Shunsuke Yamaki, Masahide Abe and Masayuki Kawamata, "Closed Form Solutions to  $L_2$ -Sensitivity Minimization Subject to  $L_2$ -Scaling Constraints for Second-Order State-Space Digital Filters with Real Poles," IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol. E93-A, no. 2, pp. 476-487, February 2010.

[学会発表] (計10件)

1. 八巻俊輔, 阿部正英, 川又政征, "全域通過形デジタルフィルタの $L_2$ 感度最小実現と平衡実現との等価性," 第25回信号処理シンポジウム, 2010年11月25日, 奈良

2. 小田切潤, 八巻俊輔, 阿部正英, 川又政征, "2つの信号の位相スペクトルの差の微小変動が位相限定相関関数に与える影響," 第25回信号処理シンポジウム, 2010年11月24日, 奈良

3. Shunsuke Yamaki, Masahide Abe, and Masayuki Kawamata, "Synthesis of the Minimum  $L_2$ -Sensitivity Realizations of Second-Order Digital Filters without Iterative Calculations," IEEE 10th International Symposium on Communications and Information Technologies, October 29, 2010, 東京

4. Shunsuke Yamaki, Masahide Abe, and Masayuki Kawamata, "Closed Form Expressions of the Minimum  $L_2$ -Sensitivity Realizations for All-Pass Digital Filters," IEEE 2nd International

Conference on Network Infrastructure and Digital Content, September 26, 2010, China

5. 八巻俊輔, 阿部正英, 川又政征, "2 つの 2 次モードが等しい 2 次デジタルフィルタのクラス," 電子情報通信学会 2010 年基礎・境界ソサイエティ大会, 2010 年 9 月 14 日, 堺

6. 八巻俊輔, 阿部正英, 川又政征, "すべての 2 次モードが等しい 2 次デジタルフィルタの伝達関数の構成," 平成 22 年度電気関係学会東北支部連合大会, 2010 年 8 月 27 日, 八戸

7. Shunsuke Yamaki, Masahide Abe, and Masayuki Kawamata, "Analytical Synthesis of Minimum  $L_2$ -Sensitivity Realizations of All-Pass Digital Filters," IEEE International Symposium on Circuits and Systems, May 31, 2010, France

8. Shunsuke Yamaki, Masahide Abe, and Masayuki Kawamata, "Explicit Expressions of the Balanced Realizations for Second-Order Filters," 2009 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, December 8, 2009, 金沢

9. 八巻俊輔, 阿部正英, 川又政征, "2 次フィルタの平衡実現の閉じた形の表現," 計測自動制御学会東北支部 45 周年記念学術講演会, 2009 年 9 月 8 日, 盛岡

10. 八巻俊輔, 阿部正英, 川又政征, "解析

的な  $L_2$  感度最小化が可能なデジタルフィルタのクラス," 平成 21 年度電気関係学会東北支部連合大会, 2009 年 8 月 21 日, 仙台

[その他]  
ホームページ等  
<http://www.mk.ecei.tohoku.ac.jp/~yamaki>

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

八巻 俊輔 (YAMAKI SHUNSUKE)  
東北大学・大学院工学研究科・助教  
研究者番号: 10534706

##### (2) 研究分担者

なし

##### (3) 連携研究者

なし