

機関番号：14301

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2009～2010

課題番号：21760650

研究課題名 (和文) 母関数を用いた宇宙機の非線形軌道最適化問題の効率解法

研究課題名 (英文) Efficient algorithm for nonlinear trajectory optimization of spacecraft using generating functions

研究代表者

坂東麻衣 (BANDO MAI)

京都大学・宇宙総合学研究ユニット・特定助教

研究者番号：40512041

研究成果の概要 (和文)：ハミルトンヤコビ理論を用いた宇宙機の非線形軌道最適化理論を提案した。提案手法はチェビシェフ多項式を用いたガラーキンスペクトル法と逐次近似法に基づき、ハミルトンヤコビ方程式の解を求めるものである。非線形性や高次の摂動項まで考慮したダイナミクスに対しても近似的に解析解を求める手法を構築することで、従来の軌道最適化問題へのアプローチとはまったく異なる解法を提示した。

研究成果の概要 (英文)： Using a recently developed technique based on Hamilton-Jacobi theory, we develop a method to approximate the solution of the Hamilton-Jacobi equation which can solve nonlinear trajectory optimization of spacecraft. The proposed method is based on the successive approximation and Galerkin spectral method with Chebyshev polynomials. This approach is expected to derive the analytical solution of the optimal control problem in the large domain.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：軌道力学・制御工学

科研費の分科・細目：総合工学・航空宇宙工学

キーワード：軌道力学，軌道制御，惑星探査

1. 研究開始当初の背景

近年、宇宙開発や観測機器の発展により、人類が対象とする宇宙環境の範囲が拡大し、探査対象自体が無限定で膨大な数になりつつある。それに伴い、宇宙機の軌道制御に要求される条件や考慮にいれるべき情報を効率よく扱うことのできる新たな軌道理論が必要となってきた。宇宙機が効率よくミッションを達成するためには最適な軌道を選ぶ必要があるが、より複雑な拘束条件や、非線形性を直接扱うことのできる軌道最適化理論

は確立していない。宇宙機が効率よくミッションを達成するためには最適な軌道を選ぶ必要がある。2体問題に対しては、幾何的關係を考慮することで、エネルギー消費最小の意味で最適な移行軌道を求める手法が用いられてきたが、軌道が完全な楕円軌道を描く場合にのみしか扱うことができない。また、フォーメーションフライトなどにおいては地球周回円軌道、楕円軌道近傍での線形化した相対運動ダイナミクスに対して、最適解を解析的に決定する手法がとられてきた。しか

し、線形化したダイナミクスは近似的であるため、より高次の非線形項による影響を考慮することができない。また、線形化の有効な範囲でのみしか用いることができないため、扱うことができる問題に限界がある。例えば、軌道面の変換をとともう場合、たとえその変化が微小であっても軌道は基準とする軌道近傍から大きくはずれ、線形化により扱うことができない。一方で、近年、より複雑な拘束条件や、非線形性を直接扱うことを目的として、線形化することなく最適化問題を解こうとする研究が行われている。しかし、その多くは、非線形計画法をベースとしており、得られた解から非線形の影響を定性的に理解をすることは難しい。また、これらのアプローチはすべて、得られた解により最適あるいは準最適にはなるものの、設定する問題毎に解き直す必要がある。このため、従来のアプローチでは、より多くの対象に対する軌道計画を立てようとする場合、探索対象、順序・時期の膨大な組み合わせを大域的・網羅的に探索する必要がある。これに対して、近年 Scheeres らにより提案された手法では、直接、最適解を求めるのではなく、ハミルトン系の正準変換の理論を用いて、最適化問題の解を生成する母関数を求める。そうすることにより、必要な制御量が、初期位置、目標位置および時刻をパラメータとする関数として得られる。つまり、対象とするハミルトン系の母関数を一度求めておけば、あとは各問題で異なる初期条件等のパラメータを代入するだけで解を得ることができる。ところが、母関数を求めるための非線形偏微分方程式の一般的な解法は存在しない。このため、基準軌道まわりの微小変化に対する解法は提案されているものの、単純な2体問題に対してさえも、母関数を求めるための理論は確立されていない。

2. 研究の目的

本研究では、より高度なミッションのための軌道制御理論を構築することを目的とし、母関数を用いた宇宙機の非線形軌道最適化問題の効率解法を提案する。具体的には、1) 軌道最適化問題に解析力学の正準理論を適用し、母関数を求めることで、軌道移行問題毎に方程式を解くことなく最適解を表現、2) 非線形性や高次の摂動項まで考慮したダイナミクスに対しても近似的に解析解を求める手法を構築することで、従来の軌道最適化問題へのアプローチとはまったく異なる解法を提示する。

3. 研究の方法

打上日時、出発軌道が指定された条件下で問題を解く。非線形性を考慮した宇宙機のダイナミクスを、インパルスを適切に設定するこ

とで制御し、小惑星にフライバイするように軌道設計を行う。この問題は軌道移行の基本的な問題である、2点境界値問題 (Lambert 問題) として扱うことができる。固定した終端状態 (目標状態) と時々刻々移動する初期状態 (現在の状態) の間の正準変換の母関数を用いることで、同問題を解くために必要な速度を求めることができる。インパルス制御量は必要な速度の変化量として求められる。1次元運動に対して得られた結果をもとに、平面運動、3次元運動に対して変換の母関数を求める手法を構築する。

具体的には、提案手法に以下の2つの特徴を取り入れ研究を行う。1つ目は非線形制御理論に基づく母関数の解法である点である。これまでの研究で、インパルス入力による軌道移行問題の解を生成する母関数は、宇宙機の運動のラグランジアン の作用積分に相当するものであることが明らかとなった。作用積分の停留値により運動が実現されることから、それを評価関数と考え、最小値を達成するための制御入力を求める問題へ変換することを考えた。本手法は、一般化速度を求める問題と安定化制御入力を求める問題の数学的等価性に着目し、非線形最適制御理論を用いて母関数を求めるものであり、非線形な評価関数の次数をを逐次下げる漸近近似法を取り入れることで、非線形性を直接扱うことができる。2つ目の特徴はスペクトル法による高精度な解を構成する点である。母関数のみならず Hamilton-Jacobi 方程式の解法として、重みつき残差法のひとつであるガラーキン・スペクトル法を適用する。扱う問題は、終端時刻指定問題であるため、境界条件が初期時刻、終端時刻で与えられ、

Hamilton-Jacobi 方程式は常微分方程式に帰着される。スペクトル法を利用することにより、設定した領域内での、解の近似精度を一樣に保証することが可能となる。さらに、固有関数系としてチェビシェフ多項式を用いることにより、母関数の満たすべき境界条件を考慮すること、および、計算付加の高い内積計算において離散高速フーリエ変換 (FFT) を用いた高速演算が可能となる。

4. 研究成果

宇宙機の軌道近傍の複数のデブリや PHA (地球接近小惑星) を観測するミッションを考えた場合、一台の宇宙機で複数の軌道上をまわるほうが経済的である。宇宙機の軌道近傍には複数のデブリや小惑星が存在すると考えられるが、これまでの軌道制御の研究では、一台の宇宙機による複数の軌道へのフライバイを扱う研究例は少ない。この問題は、膨大な数の対象の中から、どの対象に、いつ、どのように行くかを決定する複雑な最適化問題である。本研究では、母関数を用いたイ

ンパルス制御による宇宙機の非線形軌道最適化のアルゴリズムと複数フライバイ問題の新しい解法を提案した。宇宙機の運動は変分原理によりハミルトン系と呼ばれる運動方程式により記述される。ハミルトン系の構造を保つ座標変換は正準変換と呼ばれ、Hamilton-Jacobi 方程式と呼ばれる偏微分方程式により特徴づけられる。近年 Scheeres らにより提案された軌道最適化理論では、直接、最適解を求めるのではなく、正準変換の理論を用いて、最適化問題の解を生成する母関数を求める。そうすることにより、必要な制御量が、初期位置、目標位置および時刻をパラメータとする関数として得られる。つまり、対象とするハミルトン系の母関数を一度求めておけば、あとは各問題で異なる初期条件等のパラメータを代入するだけで解を得ることができる。このため本研究では、母関数を得るための具体的なアルゴリズムとして、Chebyshev 多項式を用いた Hamilton-Jacobi 方程式の近似計算法を提案し、より広い範囲での解が得られることを示し、数値シミュレーションにより提案手法の有効性を確認した。さらに、母関数を用いることにより、解析的にインパルス制御による複数フライバイの総速度変化量を表すことができることに着目したアルゴリズムを提案した。次に、インパルス入力を用いたフライバイ問題 (Lambert 問題) の近似計算法を発展させ、連続な制御入力を加味した運動方程式に対する軌道最適化問題を扱った。Pontryagin の最大原理から、最適制御問題は、随伴ベクトルと呼ばれる新たな変数を含めた系に対するハミルトン形式として表される。このため、連続な制御入力を加味した最適制御問題は Lambert 問題と同様に扱うことができる。このため、構築した、母関数の構築アルゴリズムを適用し、さまざまな評価関数に対する母関数の近似解を構成した。得られた母関数が生成する最適軌道と、線形化した問題に対して得られる解析解の比較を行い、評価関数と非線形性の及ぼす影響について考察を行った。さらに、連続推力を用いる場合、非線形モデル化誤差や外乱に対するロバスト性を考慮するために H 無限大ノルムを評価指標とした母関数についても考察を行い、数値シミュレーションにより有効性を確認した。次に母関数を利用することにより、連続推力による複数対象へのランデブーの際のエネルギー消費最小化問題をシーケンス全体としての最適化問題として効率よく解く方法を提案した。近似計算の手法として、母関数のみならず Hamilton-Jacobi 方程式の解法として、重みつき残差法のひとつであるガラキン・スペクトル法を用い、チェビシェフ多項式による近似解の構成法の検討を進めてきた。さらに、スペクトル法の一つ

であるコロケーション法とチェビシェフ多項式や他の直交多項式系を用いた解法についても検討を行い、計算量、精度などの面で比較を行い、より大域的な母関数を構築ツールとして有効であることを確認した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

① Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, Orbital Design for Multiple Flyby Missions, Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan, 査読有, Vol. 8, No. ists27, 2010, pp. Pd_9-Pd_13.

② Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, Solution to Lambert's Problem Using Generalized Canonical Transformations, Advances in the Astronautical Sciences, 査読有, Vol. 136, 2010, pp. 587-603.

③ Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, A New Lambert Algorithm Using the Hamilton-Jacobi-Bellman Equations, AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 査読有, Vol. 33 No. 3, 2010, pp. 1000-1008.

④ Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, A New Optimal Orbit Control for Two-Point Boundary-Value Problem Using Generating Functions, Advances in the Astronautical Sciences, 査読有, Vol. 134, 2009, pp. 245-260.

[学会発表] (計 9 件)

① 坂東麻衣, 山川 宏, 低推力宇宙機による地球接近小惑星軌道変更ミッション, SICE システムインテグレーション部門講演会, 東北大, 3・2010.12.25.

② 坂東麻衣, 山川 宏, 地球接近小惑星軌道変更ミッションのための軌道最適化, 第 54 回宇宙科学技術連合講演会, 静岡, 2010.11.17.

③ Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, Application of Global Solution of Hamilton-Jacobi Equations to Optimal Low-Thrust Multiple Rendezvous Problem, 61st International Astronautical Congress., Prague, 2010.10.1.

④ Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, Low-Thrust Trajectory Optimization Using Second-Order Generating Functions, SICE Annual Conference, Taipei, 2010.8.19.

⑤ Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, Low-Thrust Multiple Rendezvous Trajectories Using Generating Functions,

20th JAXA Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics, 相模原, 2010.7.26.

⑥坂東麻衣, 山川 宏, ハミルトンヤコビ方程式を用いた宇宙機の軌道移行問題の数値解法,天体力学 N 体力学研究会, 千葉大, 3・2010.3.19.(招待)

⑦ Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, Solution to Lambert's Problem Using Generalized Canonical Transformations, 20TH AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, SanDiego, 2010.2.15.

⑧ Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, Application of Global Solution of Hamilton-Jacobi Equations to Nonlinear Trajectory Optimization of Spacecraft, 19th JAXA Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics, Sagamihara, 2009.7.30.

⑨ Mai Bando and Hiroshi Yamakawa, Orbital Design for Multiple Flyby Mission, 27th International Symposium on Space Technology and Science, Tsukuba, 2009.7.7.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

坂東 麻衣 (BANDO MAI)

京都大学・宇宙総合学研究ユニット・助教
研究者番号：40512041

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：