

機関番号：12613

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2009～2010

課題番号：21830036

研究課題名（和文）動的最適化を含む構造的計量経済モデルの推定アルゴリズムの開発

研究課題名（英文）Development of algorithms for estimating dynamic structural models

研究代表者

下津 克己 (SHIMOTSU KATSUMI)

一橋大学・大学院経済学研究科・教授

研究者番号：50547510

研究成果の概要（和文）：本研究は、動的最適化を含む構造的計量経済モデルのための、新しい推定アルゴリズムを開発した。新しいアルゴリズムは、(1)既存のアルゴリズムよりも少ない計算量で推定可能である、(2)幅広いモデルに適用可能である、という望ましい特性を持っている。新しい推定アルゴリズムの統計的性質が解析され、さらに、シミュレーションにより、新しいアルゴリズムが実際の構造的計量経済モデルに適用可能であることが示された。

研究成果の概要（英文）：This research project develops a new procedure for estimating the dynamic structural models, namely, the econometric models that require solving a dynamic programming (fixed point) problem. The new estimation algorithm has two attractive features: (1) it is computationally less demanding than the existing methods, and (2) it is applicable to a wide range of dynamic structural models. Further, I analyze the asymptotic property of the proposed algorithm, and I demonstrate the practical applicability of the proposed algorithm by computer simulations.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,070,000	321,000	1,391,000
2010年度	960,000	288,000	1,248,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,030,000	609,000	2,639,000

研究分野：計量経済学

科研費の分科・細目：経済統計学

キーワード：構造的計量経済モデル、動的最適化、アルゴリズム、不動点問題、漸近理論

1. 研究開始当初の背景

個人や企業の多くの決定は、将来に関する期待や予測に基づいて行われる。例えば、今日の貯蓄残高の決定は、将来の収入の見込み依存し、企業の投資決定は、翌年以降の経済状況に対する期待に依存する。したがって、個人や企業の動的行動を理解することは、政策決定ならびに政策評価に不可欠である。動学的構造計量経済モデルは、これらの動的行

動の分析に適している。今までに、数多くの実証研究が、動学的構造計量経済モデルが個人行動や企業行動の理解を助けることを示してきた。

動学的構造計量経済モデルの推定は、通常、動学的最適化問題（ベルマン方程式）を幾度も解くことを必要とする。したがって、動学的構造計量経済モデルは、その推定に多大な計算量を必要とすることが、大きな欠点であ

った。近年、Hotz and Miller (1993)の研究成果を利用して、主に実証的産業組織論の分野で、動学的構造計量経済モデルの計算量が少ない推定方法（例えば、Aguirregabiria and Mira, 2007; Bajari, Benkard, and Levin, 2007; Pesendorfer and Schmidt-Dengler, 2008）が提唱されてきた。これらの近年の方法論の発達、動学的構造計量経済モデルの推定の重要性をさらに高めることとなった。

しかしながら、この動学的構造計量経済モデルの研究（Kasahara and Shimotsu, 2008, 2009）の過程で、上述した推定方法で推定できるモデルは実は非常に限られていることを発見された。なぜならば、これらの新しい推定方法は、すべて Hotz and Miller (1993)の研究成果を利用しているが、Hotz and Miller (1993)の研究成果は非常に強い仮定の下でのみ成り立つからである。特に、Hotz and Miller (1993)では、観測されない状態変数（モデルの誤差項）が加法分離的であり系列相関が無いことを必要とする。しかしながら、実証研究で用いられる多くの経済モデルにおいて、これらの仮定は非現実的であるため、現状では、現実的に実行可能な計算量で推定できる動学的構造計量経済モデルは非常に限られている。したがって、Hotz and Miller (1993)の仮定に依存しない推定方法を構築することは、目下の重要な課題となっている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、動的最適化を含む構造的計量経済モデルの新しい推定アルゴリズムを開発すること、ならびにそのパフォーマンスをシミュレーションで検証することである。既存の推定アルゴリズムは、Hotz and Miller (1993)の仮定を用いることにより計算量の削減を実現している。新しいアルゴリズムは、この仮定を用いることなく、計算量を削減することを目的とする。したがって、開発されたアルゴリズムは、より現実に近い計量経済モデルを、現実的に実行可能な計算量で推定することを可能とする。

3. 研究の方法

一般的に、計量経済モデルの推定においては、様々なパラメータの候補値において尤度関数（目的関数）を評価した上で、尤度関数を最大化するようなパラメータの値を求めることが必要となる。動学的構造計量経済モデルの既存の推定方法が多大な計算量を必要とする、主な理由は、全てのパラメータの候補値において、尤度関数の値を求めるために、動学的最適化問題（ベルマン方程式）を完全に解いて価値関数を求めることを必要とすること、すなわち、ベルマン方程式の解（＝価値関数）を求めることを何回も繰り返

すことを必要とするからである。本研究は、必ずしも全てのパラメータの候補値においてベルマン方程式を完全に解く必要はないことに着目する。動学的構造計量経済モデルの推定において、最終的な関心の対象となるのは、尤度関数を最大化するような、パラメータの値（最適値）と、そのパラメータの値における価値関数の組である。最適値以外のパラメータの値は、最適値を発見する過程にのみ用いられるため、最適値以外のパラメータの値においては、ベルマン方程式を完全に解く必要はなく、その解は近似的にのみ求められれば良い。

一般的に、尤度関数を最大化するパラメータの値や、ベルマン方程式の解を求める際には、逐次的な方法が用いられる。尤度関数の場合には、任意のパラメータの値からアルゴリズムを開始し、尤度関数を評価し、パラメータの値を更新し、更新されたパラメータの値において尤度関数を評価し、といった過程を繰り返して、最終的に尤度関数を最大化するパラメータの値を求める。ベルマン方程式の場合には、任意の価値関数の候補値をベルマン・オペレーターに代入して、価値関数の候補値を更新し、更新された価値関数の候補値をベルマン・オペレーターに代入するという過程を繰り返して、最終的にベルマン方程式の解（＝価値関数）を求める。

本研究は、尤度関数の最大化もベルマン方程式の解（＝価値関数）を求めることも、逐次的な構造を持っていることに着目し、パラメータの値の更新と価値関数の候補値の更新を交互に行うアルゴリズムを提唱する。すなわち、任意のパラメータの値と価値関数の候補値から始まり、まずパラメータの値を更新し、更新されたパラメータの値を用いて価値関数を更新し、今度は更新された価値関数の値を用いてパラメータの値を更新し、という過程を収束するまで繰り返す。この方法では、各々のパラメータの値において、価値関数の候補値を更新はするが、ベルマン方程式を完全には解かないため、従来のアルゴリズムに比べて、大幅に計算量を減少することが可能となる。

さらに、コンピュータ・シミュレーションにより、Hotz and Miller (1993)の仮定を満たさない構造的計量経済モデルを用いて、新しいアルゴリズムと既存のアルゴリズムの計算量・正確性・収束特性、ならびにそれらのアルゴリズムにより得られた推定量のバイアス・分散などの統計的特性を検証する。

4. 研究成果

本研究は、以下の3つの主要な研究成果をあげた。(1)新しいアルゴリズムの収束特性の解析。(2)新しいアルゴリズムによって得られる推定量の統計的性質の導出。(3)新し

いアルゴリズムと既存のアルゴリズムのシミュレーションによる比較。

(1) 新しいアルゴリズムの収束特性の解析

本研究は、新しいアルゴリズムの収束特性を分析した。新しいアルゴリズムは、パラメータの値の更新と価値関数の候補値の更新を交互に行う過程を、収束するまで繰り返す。その際には、この更新の過程が実際に収束するかどうかを検証することが重要となる。本研究は、この更新の過程を数学的に分析し、その収束特性は、価値関数の候補値を更新するプロセスの収束特性に主に依存すること、ならびにパラメータの更新の影響は二次的であることを示した。

さらに、価値関数の候補値を更新するために用いられるベルマン・オペレーターは、収縮写像であるため、新しいアルゴリズムは、最適解の近傍において収束すること、そして、各々のパラメータの値において、ベルマン・オペレーターを複数回適用することにより、収束特性を改善することが可能であることが証明された。これらの証明は、Hotz and Miller(1993)の仮定を用いずになされた。

(2) 新しいアルゴリズムによって得られる推定量の統計的性質の導出

新しいアルゴリズムが収束した際には、パラメータの推定量と価値関数の組が得られる。新しいアルゴリズムを実際の構造的計量経済モデルに適用し、得られた結果の統計的分析を行う際には、得られたパラメータの推定量の統計的性質、すなわち一致性ならびに漸近分布を知ることが重要となる。本研究は、新しいアルゴリズムの収束先における漸近展開を行うことにより、パラメータの推定量は一致性を持ち、漸近的に正規分布に従うことを導出した。

パラメータの推定量の漸近分布のベンチマークとなるのは、各々のパラメータの値においてベルマン方程式を完全に解く最尤推定量である。新しいアルゴリズムは、各々のパラメータの値において、ベルマン方程式を完全に解かず部分的にのみ解くため、新しいアルゴリズムによって得られるパラメータの推定量の漸近分布は、最尤推定量の漸近分布とは異なる。ただし、ベルマン・オペレーターを複数回適用することにより、その漸近分布を最尤推定量の漸近分布に近づけることも可能であることが示された。

(3) 新しいアルゴリズムと既存のアルゴリズムのシミュレーションによる比較

Hotz and Miller(1993)の仮定を満たさない、構造的計量経済モデルを用いて、広範なコンピュータ・シミュレーションを行い、新しい推定アルゴリズムのパフォーマンス、特に以下の3点を検証した。①新しいアルゴリ

ズムは実際のシミュレーションでも収束するか。②新しいアルゴリズムは既存のアルゴリズムに比べて計算量を節約するか。③新しいアルゴリズムによって得られるパラメータの推定量は、既存の推定量と同等の統計的特性を持つか。

①に関しては、新しいアルゴリズムは、収束に失敗することはほとんどなく、良好な収束特性を持つことが、シミュレーションで確認された。②に関しても、新しいアルゴリズムが既存のアルゴリズムに比べて計算量の削減を実現することが確認された。③においては、新しいアルゴリズムによって得られるパラメータの推定量は、既存の推定量よりも若干分散が大きいものの、ほぼ同等の統計的特性を持つこと、さらに、ベルマン・オペレーターを複数回適用した場合には、既存の推定量とほとんど同等の統計的特性を持つことが確認された。

参考文献

Aguirregabiria, V. and P. Mira (2007). "Sequential estimation of dynamic discrete games." *Econometrica* 75, 1-53.

Bajari, P., Benkard, C. L., and Levin, J. (2007). "Estimating dynamic models of imperfect competition." *Econometrica* 75, 1331-1370.

Hotz, J. and R. A. Miller (1993). "Conditional choice probabilities and the estimation of dynamic models." *Review of Economic Studies* 60, 497-529.

Kawahara, H. and K. Shimotsu (2008). "Pseudo-likelihood Estimation and Bootstrap Inference for Structural Discrete Markov Decision Models," *Journal of Econometrics* 146, 92-106.

Kawahara, H. and K. Shimotsu (2009). "Nonparametric identification of finite mixture models of dynamic discrete choices," *Econometrica* 77, 135-175.

Pesendorfer, M. and P. Schmidt-Dengler (2008). "Asymptotic least squares estimators for dynamic games," *Review of Economic Studies* 75, 901-928.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕 (計 3 件)

① Hiroyuki Kasahara, Katsumi Shimotsu. Sequential Estimation of Dynamic Programming Models with Unobserved Heterogeneity. Discussion papers, Graduate School of Economics, Hitotsubashi University, 2011-03. 査読無. 2011, 1-33.

上記論文は一橋大学機関レポジトリで公開しています

<http://hdl.handle.net/10086/18960>

② Tatsuyoshi Okimoto, Katsumi Shimotsu. Decline in the Persistence of Real Exchange Rates, but Not Sufficient for Purchasing Power Parity. Journal of the Japanese and International Economies, 24. 査読有. 2010, 395-411.

③ Katsumi Shimotsu. Exact Local Whittle Estimation of Fractional Integration with Unknown Mean and Time Trend, Econometric Theory, 26. 査読有. 2010, 501-540.

〔学会発表〕 (計 7 件)

① 下津克己、第 13 回情報論的学習理論ワークショップ、Sequential Estimation of Structural Models with a Fixed Point Constraint、2010 年 11 月 6 日、東京大学

② 下津克己、27th Annual Meeting of Canadian Econometric Study Group、Nonparametric Identification of Multivariate Mixtures、2010 年 10 月 22 日、バンクーバー

③ 下津克己、日本経済学会 2010 年度春季大会、Sequential Estimation of Dynamic Programming Models、2010 年 6 月 5 日、千葉大学

④ 下津克己、2010 Tsinghua Econometrics Conference in Beijing、Nonparametric Identification of Multivariate Mixtures、2010 年 5 月 23 日、清華大学 (中国)

⑤ 下津克己、26th Annual Meeting of Canadian Econometric Study Group、Sequential estimation of dynamic programming models with Unobserved Heterogeneity、2009 年 9 月 19 日、Chateau Laurier (オタワ)

⑥ 下津克己、2009 Far East and South Asia Meeting of the Econometric Society、Sequential estimation of dynamic

programming models with Unobserved Heterogeneity、2009 年 8 月 5 日、東京大学

⑦ 下津克己、2009 North American Summer Meeting of the Econometric Society、Sequential estimation of dynamic programming models、2009 年 6 月 6 日、ボストン大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

下津 克己 (SHIMOTSU KATSUMI)

一橋大学・大学院経済学研究科・教授

研究者番号：50547510