

機関番号：34419

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2009～2010

課題番号：21840021

研究課題名（和文） 量子情報理論に立脚した基底状態探索アルゴリズムの開拓

研究課題名（英文） Development of Algorithm for Optimization Problem Based on Quantum Information Theory

研究代表者

田中 宗 (TANAKA SHU)

近畿大学・総合理工学研究科・博士研究員

研究者番号：40507836

研究成果の概要（和文）：現存のスーパーコンピュータを用いても解くのがきわめて難しい「最適化問題」に対する一つの有望視されている方法として、量子情報処理が挙げられる。これは量子力学の概念を利用した情報処理である。本研究課題で私は量子情報処理の理論に基づいた最適化問題を解くための手法（量子アニーリング法）を開発した。また、量子情報処理において重要と考えられている量子もつれの度合いを計算する手法を開発した。

研究成果の概要（英文）：Quantum information processing is expected that one of efficient method for optimization problems which are very difficult problem to solve in a short time. It is based on quantum physics. I developed a method to solve optimization problems – quantum annealing. I also studied how to calculate quantum entanglement which is regarded as an important for quantum information processing.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,060,000	318,000	1,378,000
2010年度	920,000	276,000	1,196,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,980,000	594,000	2,574,000

研究分野：量子情報理論、統計物理学、数値計算物理学

科研費の分科・細目：数理物理・物性基礎

キーワード：量子アニーリング、エンタングルメント、量子ダイナミクス、量子情報、透明状態

## 1. 研究開始当初の背景

巡回セールスマン問題をはじめとした最適化問題は、現存のスーパーコンピュータをもってしても、最適解を得ることは非常に難しいとされている。それに対して有力視されている一つの方法として、量子情報理論を用いた新しい計算アルゴリズムを用いる方法が挙げられる。量子情報理論の研究から、(1)量子力学において重要な概念である「エンタングルメント（量子もつれ）」を用いた量子計算手法、及び(2)量子力学の概念を利用して

はいるが、古典計算機上でも実行することのできるアルゴリズム「量子アニーリング法（量子断熱計算）」の手法が1990年代後半に提案されてきた。

(1) エンタングルメントを用いた量子計算手法を実装するための準備段階として、エンタングルメントの度合い（エンタングルメントエントロピー）を定量的に求める必要がある。しかしこれは1次元量子系のような限られた系でのみ計算可能な量であり、それについて

ては系統的に調べられてきている。エンタングルメントエントロピーとエリア則、あるいは統計物理学での基本的な量の一つであるセントラルチャージとの関係も見いだされてきた。2次元強相関量子系のエンタングルメントエントロピーを精度良く計算する手法は開発されておらず、2次元以上の強相関量子系のエンタングルメントエントロピーの振る舞いは知られていなかった。

(2) いくつかの簡単な例では量子アニーリングが有用であることが示されてきたが、真に難しいとされており、かつ実用的な問題に対して量子アニーリングが有効であるかどうかに対する明確な答えはなかった。また、熱揺らぎの代わりに量子揺らぎを用いて最適化問題を解く手法である。揺らぎの種類によって最適化問題の解きやすさが変わることが量子アニーリング法の本質であるが、揺らぎと最適化問題に対する議論がそれほどなされてきていなかった。その中で、相転移の性質（次数やユニヴァーサルティークラス）と量子アニーリング法の性能の関係についての議論がなされてきた。

## 2. 研究の目的

(1) 量子情報処理の実現のための研究の第一段階として、2次元強相関量子系におけるエンタングルメントエントロピーを精度良く求める手法を開発する。またこれまで知られている、1次元量子系におけるエンタングルメントエントロピーの振る舞いと何が異なるかを検討する。

(2) より難しく、かつ実用的な問題に対して、量子アニーリング法が有用であるかを検討する。また、揺らぎの種類とアルゴリズムの有用性の関係について検討する。また、量子アニーリングの観点からの量子ダイナミクスを検討し、揺らぎが引き起こす興味深い秩序形成過程を追跡する。

## 3. 研究の方法

(1) 例として2次元VBS (Valence Bond Solid) 状態のエンタングルメントエントロピーを検討した。VBS状態についてこれまで知られている解析的な理論を用いて、大規模数値計算に適用可能な式を導出し、モンテカルロ積分を用いてエンタングルメントエントロピーを計算した。また、転送行列法を用いて、ある場合において、エンタングルメントエントロピーの厳密な値を計算した。

(2) 量子アニーリング法を、モンテカルロシミュレーションと変分ベイズ法を用いてそれぞれ実装した。揺らぎを巧みに制御することがこの方法の本質であることから、温度

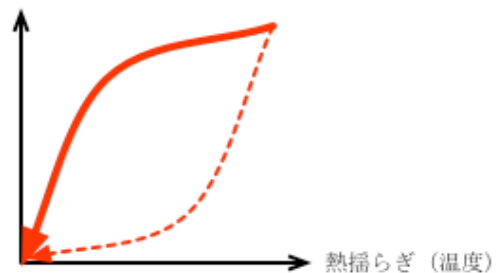
(熱揺らぎ) と量子項 (量子揺らぎ) を同時に制御した。

## 4. 研究成果

(1) 正方格子、蜂の巣格子のVBS状態のエンタングルメントエントロピーの計算を行った。エンタングルメントエントロピーを計算するためには、量子状態の縮約密度行列から定義される「重なり行列」を求める必要がある。これを求めるには本来莫大な大きさの行列を取り扱う必要があるが、我々は、モンテカルロ積分を行うことで「重なり行列」を得る式を導いた。また、いくつかの場合において、厳密なエンタングルメントエントロピーの値を得ることに成功した。また、モンテカルロ積分を用いて得られた「重なり行列」を用いてエンタングルメントエントロピーを求めた。その結果、1次元VBS状態とは異なる振る舞いを示すことを明らかにした。エンタングルメントエントロピーとは必ずしも関係しないが、量子情報処理実現のために必要不可欠な、量子ビット間の相互作用推定の手法を開発した。

(2) 情報科学の分野で重要であると考えられている「クラスタ分析」と呼ばれる問題について量子アニーリング法を実装した。クラスタ分析は従来の手法では安定な解を得ることが非常に難しい問題である。我々は熱揺らぎと量子揺らぎを同時に制御することにより、従来の手法よりも、よりよい解を得ることを試みた。我々の提案した手法を用いると、従来の手法の1つである「シミュレーテッドアニーリング」と呼ばれる手法よりも良い解が得られることが分かった。我々は以下の二段階の量子アニーリング制御法を考案した。まず、第一段階として、温度を量子揺らぎに比べて早く下げ、準安定状態を検出する。その後第二段階として、量子揺らぎを温度に比べて早く弱めるという方法である（下図太線のようなスケジュール。点線のようなスケジュールの場合、悪い結果を与えてしまう）。

量子揺らぎ



本研究では、クラスタ分析について検討したが、他のタイプの最適化問題に対してもこの制御の方法が有効かを示すことは今後の課

題になる。また、量子アニーリング法は揺らぎを巧みに制御することによる手法であることから、新しいタイプの揺らぎを考えることにより、より最適化問題に適した方法を検討することができる可能性がある。その背景から、我々は新しい揺らぎのタイプとして「透明状態」と呼ばれる概念を導入し、それが相転移に及ぼす影響について調べた。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

- ① Mohammad Ali Fasihi, Shu Tanaka, Mikio Nakahara, and Yasushi Kondo, Hamiltonian Determination with Restricted Access in Transverse Ising Chain, Journal of the Physical Society of Japan, 査読有り、Vol. 80 p.044002 (2011).
- ② Shu Tanaka, Masaki Hirano, and Seiji Miyashita, Quantum Field Induced Orderings in Fully Frustrated Ising Spin Systems, Physica E, 査読有り、Vol. 43, p. 766 (2011).
- ③ Ryo Tamura, Shu Tanaka, and Naoki Kawashima, Phase Transition in Potts Model with Invisible States, Progress of Theoretical Physics, 査読有り、Vol. 124, p. 381 (2010).
- ④ Hosho Katsura, Naoki Kawashima, Anatol N. Kirillov, Vladimir E. Korepin, and Shu Tanaka, Entanglement in Valence-Bond-Solid States on Symmetric Graphs, Journal of Physics A, 査読有り、Vol. 43 p. 255303 (2010).
- ⑤ Shu Tanaka and Seiji Miyashita, Non-Monotonic Dynamics in Frustrated Ising Model with Time-Dependent Transverse Field, Physical Review E, 査読有り、Vol. 81 p. 051138 (2010).
- ⑥ Shu Tanaka, Masaki Hirano, and Seiji Miyashita, Roles of Quantum Fluctuation in Frustrated Systems -- Order by Disorder and Reentrant Phase Transition --, Lecture Note in Physics(Springer) "Quantum Quenching, Annealing, and Computation", 査読なし、Vol. 802 p. 215 (2010).

他2件

[学会発表] (計41件)

- ① Shu Tanaka, Quantum Information Meets Statistical Physics, Symposium on Quantum Information and Quantum

Computing, 2011年3月12日、近畿大学

- ② Shu Tanaka, Hosho Katsura, Naoki Kawashima, Anatol N. Kirillov, and Vladimir E. Korepin, Entanglement Entropy in Valence-Bond-Solid States on Symmetric Graphs, The Third International Workshop on Dynamics and Manipulation of Quantum Systems, 2011年2月15日、東京大学
- ③ Ryo Tamura, Shu Tanaka, Issei Sato, and Kenichi Kurihara, Quantum Fluctuation and Invisible Fluctuation on the Potts Model, The Third International Workshop on Dynamics and Manipulation of Quantum Systems, 2011年2月15日、東京大学
- ④ Issei Sato, Kenichi Kurihara, Shu Tanaka, Seiji Miyashita, and Hiroshi Nakagawa, Quantum Annealing for Variational Bayes Inference, The Third International Workshop on Dynamics and Manipulation of Quantum Systems, 2011年2月15日、東京大学
- ⑤ Yutaka Shikano and Shu Tanaka, Hamiltonian Evaluation by Weak Measurement Scheme, The Third International Workshop on Dynamics and Manipulation of Quantum Systems, 2011年2月15日、東京大学
- ⑥ Shu Tanaka and Ryo Tamura, Properties of Generalized Percolation Model, International Symposium "Nanoscience and Quantum Physics 2011", 2011年1月27日、国際会館(東京)
- ⑦ Shu Tanaka, Hosho Katsura, Naoki Kawashima, Anatol N. Kirillov, and Vladimir E. Korepin, Entanglement Entropy in VBS State on Square Lattice and Hexagonal Lattice, ERATO Macroscopic Quantum Control Conference on Ultracold Atoms and Molecules, 2011年1月24日、東京大学
- ⑧ Shu Tanaka and Ryo Tamura, Dynamical Properties of Potts Model with Invisible States, International Conference on Frustration in Condensed Matter, 2011年1月11日、仙台国際ホール
- ⑨ Shu Tanaka, Ryo Tamura, and Naoki Kawashima, Phase Transition of Generalized Ferromagnetic Potts Model - Effect of Invisible States --, STATPHYS-KOLKATA VII, 2010年11月26日、インド・サハ核物理学研究所(招待講演)
- ⑩ Shu Tanaka, Hosho Katsura, Naoki Kawashima, Anatol N. Kirillov, and

Vladimir E. Korepin, Entanglement Entropy in Valence-Bond-Solid States on Symmetric Graphs, International Workshop on “New Development of Numerical Simulations in Low-Dimensional Quantum Systems: From Density Matrix Renormalization Group to Tensor Network Formulations”, 2010年10月29日、京都大学基礎物理学研究所

- ⑪ 田中宗、田村亮、透明状態のあるポッツモデル、日本物理学会 2010 年秋季大会、2010 年 9 月 24 日、大阪府立大学
- ⑫ 田中宗、鹿野豊、Weak Measurement によるスピン相互作用の推定、日本物理学会 2010 年秋季大会、2010 年 9 月 23 日、大阪府立大学
- ⑬ Shu Tanaka, Hosho Katsura, Naoki Kawashima, Anatol N. Kirillov, and Vladimir E. Korepin, Entanglement in Valence-Bond-Solid States on Symmetric Graphs, Statistical Physics of Quantum Systems, 2010 年 8 月 3 日、東京大学
- ⑭ Shu Tanaka, Ryo Tamura, Issei Sato, and Kenichi Kurihara, Quantum Annealing - from a viewpoint of effect of some kind of fluctuation for Potts model --, Kinki University Quantum Computing Series Summer School on Diversities in Quantum Computation/Information, 2010 年 8 月 1 日、U コミュニティホテル (大阪)
- ⑮ Shu Tanaka, Ryo Tamura, and Naoki Kawashima, Phase Transition in Potts Model with Invisible States, XXIV IUPAP International Conference on Statistical Physics, 2010 年 7 月 22 日、オーストラリア・ケアンズ・コンベンションセンター
- ⑯ Yutaka Shikano, Sota Kagami, and Shu Tanaka, Spin-Spin Interaction Estimation using Weak Measurement, CREST 2010 International Symposium on Physics of Quantum Technology, 2010 年 4 月 7 日、一橋メモリアルホール (東京)
- ⑰ 田中宗、佐藤一誠、栗原賢一、中川裕志、宮下精二、熱ゆらぎ・量子ゆらぎ同時制御型量子アニーリング法の開発、物性研究所 短期研究会 計算物理学、2009 年 12 月 10 日、東京大学物性研究所
- ⑱ Shu Tanaka, Issei Sato, Kenichi Kurihara, Hiroshi Nakagawa, and Seiji Miyashita, Quantum Annealing for Informational Engineering Problems - Clustering and Quantum Bayes Inference -, 2009 年 10 月 16 日、東京大学

他 23 件

[その他]  
ホームページ等  
<http://alice.math.kindai.ac.jp/~shu-t/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

田中 宗 (TANAKA SHU)  
近畿大学・総合理工学研究科・博士研究員  
研究者番号：40507836

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：