様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 23 年　5 月　13 日現在

機関番号：１３１０１
研究種目：研究活動スタート支援
研究期間：2009～2010
課題番号：２１８６００３７
研究課題名（和文）　代数的手法と数値最適化に基づくハイブリッド・パラメトリック最適化

研究課題名（英文）　Hybrid Parametric Optimization Based on Algebraic Methods and Numerical Optimization

研究代表者
管野　政明（KANNO MASAAKI）
新潟大学・自然科学系・准教授
研究者番号：８０５５４２６１

研究成果の概要（和文）：
パラメータを含む制御対象と制御系の同時最適設計問題に対する新しいアプローチとして、数式処理に基づく代数的計算と数値最適化のそれぞれの利点を組み合わせたハイブリッド最適化手法を提案した。提案手法の適用範囲を広げるために、離散時間系の多項式スペクトル分解手法を一般化し、サンプリング周期を含むパラメータに対する最適性能値の感度解析を可能にした。

研究成果の概要（英文）：
A symbolic-numeric hybrid optimization approach is proposed for the plant/controller integrated design problem. The approach effectively combines the merits of both algebraic methods and numerical optimization techniques. An algebraic approach for polynomial spectral factorization in the delta domain is further developed that enables sensitivity analysis against parameters including the sampling period, which expands the applicability of the proposed hybrid optimization approach.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２００９年度	1,080,000	324,000	1,404,000
２０１０年度	980,000	294,000	1,274,000
年度			
年度			
年度			
総　計	2,060,000	618,000	2,678,000

研究分野：システム制御理論
科研費の分科・細目：工学・制御工学
キーワード：制御工学、代数的手法、パラメトリック最適化

１．研究開始当初の背景

通常の制御系設計では、まず制御対象が設計され、それに対して所望の性能を達成すべく制御器が構築される、という流れが想定されていた。しかしながら、高度な要求仕様を満足するためには、制御されることも考慮に入れながら制御対象が設計されることが望まれる。実際、現実的な制御系の設計において、制御対象の基本的構造は決定されているが、物理量（パラメータ）が調整可能となっているということもある。最適な制御器の設計のみならず、望ましい制御性能を達成するために適切な制御対象の構築が必須となっている。このような問題は制御対象と制御器の同時最適化として定式化される。しかし、この最適化問題は探索空間が広く、また非凸最適化問題となり、大域的最適解を求めることが難しい。

この問題に対する別のアプローチとして、『制御しやすいシステムの特徴づけ』と呼ばれるものが提案された。そこでは、最適設計による達成可能性能を制御対象の特性量を用いて陽に表現することにより、制御しやすい制御対象をシステム論的に特徴づけることが目標とされている。しかしながら、そこで用いられている制御対象の特性量と物理パラメータとを直接的に結びつけることは難しい。

パラメータを含む制御系の解析・設計に対しては、パラメータを陽に扱える数式処理システムを用い、また代数的手法を用いたものが有効であり、そのようなアプローチを用いた研究もある。記号計算に基づく計算では計算量が大きく、問題やその解の特徴を利用した効率的な解法を見出すことが実際の応用に向けて重要な鍵となっている。

研究代表者は、多項式スペクトル分解に対する代数的解法を提案している。そこでは、多項式スペクトル分解と代数幾何の重要な結果であるグレブナ基底との関係を明らかにし、パラメータを含んだ多項式スペクトル分解に対する効率的な解法を提案している。その結果、パラメータを含む制御対象に対する最適制御器設計が効率的に行えるようになった。また、提案手法で注目した Sum of Roots (SoR)と呼ばれる量によって、あるクラスの H_2 制御問題の達成可能性能が容易に特徴づけられることを示している。これらの事実が、制御対象と制御器の同時最適化問題への効率的かつ系統的なとなることが期待される。

２．研究の目的

本研究ではパラメータを含む制御対象に対するパラメトリック最適化を用いて、パラメータに関して最適性能を効率的に最適化する、代数的手法をと数値計算を融合したハイブリッド手法の構築を目標とする。鍵となるアイディアは、代数的手法と数値最適化手法を、それぞれの利点を生かすように組み合わせることで、全体として効率的な最適化手法を構築することである。より具体的には、パラメータを含む制御対象に対して、代数的手法を用いてパラメータを含んだまま最適制御器を構築し、最適性能をパラメータを用いて陽に表現し、その結果に対して数値最適化を行い、望ましいパラメータの値を求める、というアプローチの構築を目指す。

(1) 上記の目標を達成するためには、代数的に扱いやすい量を用いて、制御系の最適設計がどのように特徴づけられるかをさらに検討していくことが重要となる。既存の結果同様のことが、どの程度一般的できるか、また別の系、制御問題に対してはどのように成立するかを調べていく。

(2) 数式処理とそれに基づく代数的手法と数値計算にはそれぞれ長所・短所がある。両手法の利点を生かして組み合わせる数値・数式ハイブリッド最適化手法を構築する。このためには、前項の代数的特徴づけに続き、その結果よりどのような数値最適化が可能であるかを明確にしていく。

(3) 現在までのところ、既存の代数的手法の結果を用いたハイブリッド最適化手法の構築を検討しているが、制御系設計に対し、それに適切な代数幾何の概念や計算手法などを新たに導入・導出していくことが適切である可能性もある。制御の分野と代数幾何を有効に関連づける新たなアイディアがあるか検討を行う。

３．研究の方法

上記の目的を達成するために、以下の様に研究を進めた。

(1) 代数的手法に基づき制御系のパラメトリック最適設計・感度解析を行い、その結果を用いてパラメータを数値最適化する数値・数式ハイブリッド最適化が可能であることを示す。

(2) 上記ハイブリッド最適化をより広いクラスの制御問題へ適用可能にするために、代数的手法に基づくδ領域での多項式スペクトル分解を実現し、サンプリング周期もパラメータとしたまま離散時間系での達成可能性能を表現する手法を確立する。

(3) 代数的手法の他の制御問題への展開とし、モデル低次元化問題への適用を検討する。

４．研究成果

(1) 制御対象と制御器の同時設計問題に対し、現在まで提案されている手法では、制御対象のパラメータと制御系の両方を決定変数とする最適化問題として記述し、例えば双線形行列不等式(BMI)に基づく最適化問題に帰着する。この場合、多数の決定変数を持つ非凸最適化問題を解くことになり、大域的最適解を求めることが難しい。本研究で提案した手法では、まずパラメータを含む制御対象に対してパラメトリック多項式スペクトル分解手法を用いてパラメータを残したまま最適制御器を設計し、制御対象と最適制御器の組を構築することによりさらにその組に対して最適化を行う。この結果、最適化に現れる決定変数は制御対象のパラメータのみとなり、BMI に基づく最適化よりも少なくなる。最適化問題そのものは非凸のままであるが、決定変数が減少しているため局所最適解の数が減少し、大域的最適解が得られる可能性が増加することが期待される。

以上を実現するために、具体的に以下のステップに基づくアプローチを提案した。

Step 1. パラメトリック多項式スペクトル

分解を用いて、制御系設計の際に用いる評価関数の最適値を制御対象のパラメータと SoR を用いて表現する。

Step 2. 評価関数のパラメータに関する勾配ベクトルやヘッセ行列を計算し、これもパラメータと SoR を用いて表現する。

Step 3. 最急降下法やニュートン法を用いてパラメータの可能領域内で最適評価関数値を最適化する。

Step 1 と 2 が代数的手法に基づく部分であり、Step 3 が数値最適化によるステップである。以上のことが可能となるのは、パラメトリック多項式スペクトル分解により、最適評価関数値をパラメータと SoR に関する陽な形で表現できるためで、その結果、勾配ベクトルやヘッセ行列も陽に得ることができるためである。また、それらは代数的関係として表現されるが、パラメトリック多項式スペクトル分解では SoR が常に代数方程式の最大実根として特徴づけられるため、計算が容易となっているという利点もある。ヒューリスティックに勾配ベクトルを推定する、また代数的表現を得たとしても複雑な判定を行って実際に求めたい根を選び出すことなどが不要となり、効率的に最適化が実現されている。(雑誌論文①、学会発表③)

このような代数的手法と数値最適化を組み合わせたハイブリッド最適化手法は他では提案されておらず、既存の手法と一線を画すものである。このような代数的手法と数値計算手法の組み合わせに関する研究の幅が広がり、その方向の研究を刺激すると期待される。代数的手法の部分では計算の複雑度はまだ高く、より実用的になるためにはアルゴリズムの効率化が課題であるが、代数的手法で提案されているアルゴリズムをブラックボックスとして使用しているだけではないため、問題の特徴を利用したさらに効率的なアルゴリズムの探求に関する研究が進むことが期待される。

(2) 近年の制御系は計算機を用いて実装されることがほとんどであり、特にサンプリング周期が長い場合、サンプル値系として性能を評価する、また制御系の設計を行うことが適切である。その際、サンプリング周期も制御系のパラメータの一つと考え、サンプリング周期の性能に対する影響も直接的に評価できることが望まれる。本研究では、δ 領域での多項式スペクトル分解の代数的解法を提案することにより、そのような方向へのアプローチを模索した。

先行研究として、連続時間系、z 領域における多項式スペクトル分解の代数的解法を提案しているが、ここでの成果は z 領域におけるものを一般化し、サンプリング周期の果たす役割を明らかにし、実際にこの手法が連続時間系と離散時間系を統一的に扱うものであることを指摘した。本研究では、先行研究同様、問題の定式化から得られる連立代数方程式より簡単な操作を行うことによりグレブナ基底が得られることを示した。また、実際の計算の際に重要となる量も多項式の最大実根として特徴づけられることを明らかにし、効率的な扱いが可能であることを示した。(雑誌論文①、学会発表②)

上の手法の実用化に向けて、パラメータを含む連続時間系の伝達関数が与えられたとき、それを離散時間化して得られる系の伝達関数の係数をパラメータとサンプリング周期を用いて表現する手法を提案した。これにより、δ 領域で最適設計した際の評価関数が、連続時間系の制御されるべき実システムのパラメータとサンプリング周期で表現でき、離散時間系での最適評価関数値のパラメータに対する感度解析が可能となった。(学会発表①)

連続時間系のパラメータが離散時間系での制御性能と直接関連づけられている点は新しく、今後実システムに適用し、その実用性の検討が望まれる。

(3) 代数的手法の他の制御問題への展開として、H_2 モデル低次元化問題に対して研究を行った。同様の先行研究が存在するが、そこではモデル低次元化で用いられる評価関数に関する 1 次の最適性条件より解くべき代数方程式を得て、それを代数的手法（グレブナ基底）により求めていた。本研究では、最適解が満たすべき直交性条件から得られる代数方程式の方が複雑でなく、それを代数的手法で解く方が効率的であることを計算実験により示し、効果的なアプローチであることを例示した。(例として用いた 6 次の系を 2 次の系で近似する問題では、提案手法では 30 秒以内で最適解が得られたのに対し、先行研究の手法では同じ計算機上で 1 日かかっても計算が終了しなかった。)(学会発表④)

モデル低次元化に関しては、多くの効率的な数値解法が提案されており、それらと比較すると提案手法が扱える問題のサイズは小さく、直接的なインパクトは大きくない。しかし、代数的手法に基づくアプローチではパラメータを含む系の低次元化も可能となり、最適低次元化モデルをパラメータを含んだまま求めたり、パラメータに対する感度を直接評価することが可能になると期待される。その結果、今まで見えていなかった低次元化モデルの特徴に関する知見が得られ、効率的な数値解法へ結びつくことも期待される。さらに、フィードバック系内での挙動の近似度を直接的に評価する ν ギャップモデル低次元化に対してはほとんど知見が得られていないが、代数的手法を適用し結果を吟味する

ことによりブレークスルーが得られる可能性もあり、その方向への展開も期待される。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 1 件）
① M. Kanno, S. Hara, and H. Anai, Plant/Controller Design Integration for H_2 Control Based on Symbolic-numeric Hybrid Optimization, Communication in Information and Systems, Vol. 11, 2011, pp. 281-306, 査読有

〔学会発表〕（計 5 件）
① 管野、原、δ領域の多項式スペクトル分解を用いたサンプリング周期を陽に考慮するディジタル系最適設計、第 11 回制御部門大会、2011 年 3 月 16 日、琉球大学、沖縄
② 管野、原、代数的手法に基づくδ領域での多項式スペクトル分解、第 39 回制御理論シンポジウム、2010 年 9 月 27 日、コスモスクエア国際交流センター、大阪
③ M. Kanno, S. Hara, R. Nakamura, M. Matsubara, Algebraic Approach to Sensitivity Analysis in Optimal Feedback Control System Design, 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control, 2010 年 9 月 10 日, Pacifico Yokohama
④ Masaaki Kanno, H_2 Model Reduction Using an Algebraic Approach, SICE Annual Conference, 2010, 2010 年 8 月 21 日, Taipei, Taiwan
⑤ H. Tanaka, K. Tsumura, and M. Kanno, Transfer Functions of Closed Loop Systems in H_2 Optimal Control, 48th IEEE Conference on Decision and Control held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference, 2009 年 12 月 17 日, Shanghai, China

６．研究組織
(1)研究代表者
管野　政明（KANNO MASAAKI）
新潟大学・自然科学系・准教授
研究者番号：８０５５４２６１

(2)研究分担者
（　　）

研究者番号：

(3)連携研究者
（　　）

研究者番号：