

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 5 月 30 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2021～2023

課題番号：21K03396

研究課題名(和文) フラストレーションを持つ非線形振動子系の多体同期現象と非平衡相転移

研究課題名(英文) Many-body synchronization and non-equilibrium phase transition in frustrated coupled-oscillators

研究代表者

内田 就也(Uchida, Nariya)

東北大学・理学研究科・准教授

研究者番号：10344649

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題では、非局所的に結合した振動子の一次元多体系において、フラストレーションが生む新奇な同期現象の解明を行なった。第1に、相互作用の位相遅れを連続的に変化させたところ、逆位相に近い範囲において、2つの吸収状態を持つ有向浸透現象と類似した臨界現象および新奇な時空パターンを発見した。第2に、振動子を格子上でランダムウォークさせ、位相遅れと移動頻度をともに変化させたところ、位相遅れが同位相に近い場合は移動によって集団同期が促進され、逆位相に近い場合は同期が阻害されることを示した。第3に、多数の振動子集団が結合した系において、同期状態と非同期状態が相互に遷移する新たな準安定状態を見出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

多数の振動子が同期する現象において、振動子が同期した領域と非同期領域が共存するキメラ状態は、脳活動を司るニューロンの集団発火との関連で注目されている。キメラ状態は振動子間の結合の位相遅れが同位相と逆位相の間にある場合に生じるが、本研究では位相遅れに加え、振動子のランダムな運動(つなぎ替え)や固有振動数の不均一性を導入することにより、複数の新たな同期パターンを見出した。脳の階層構造を模した振動子集団で見出された同期と非同期が時間的に共存する現象は、脳活動の特徴と類似する。また、ランダムな運動によって集団同期が促進されるメカニズムを解明したが、これはロボットなど移動デバイスの同期現象と関連する。

研究成果の概要(英文)：In this research project, we investigated novel synchronization phenomena induced by frustration in a one-dimensional many-body system of nonlocally coupled oscillators. Firstly, by continuously varying the phase delay of the interactions, we discovered critical phenomena and novel spatiotemporal patterns analogous to directed percolation with two absorbing states, particularly in the vicinity of an anti-phase region. Secondly, we showed that when oscillators perform random walks on a lattice and both the phase delay and movement frequency are varied, collective synchronization is enhanced by movement when the phase delay is close to in-phase, while synchronization is inhibited when the phase delay is near anti-phase. Thirdly, in a system with a large number of coupled oscillator groups, we identified a new metastable state characterized by transitions between synchronized and desynchronized states.

研究分野：非線形物理学

キーワード：同期現象

## 1. 研究開始当初の背景

相互作用に**位相遅れ**がある**非局所結合振動子系**では、フラストレーションによって同期状態と非同期状態が空間的に共存する**キメラ状態**が生じることが知られていた。先行研究では1個または少数個の同期クラスターを持つ系についてキメラ状態の発生条件や安定性が解析されてきたが、大規模な系の数値解析は進んでおらず、多数の同期クラスターを含む**マルチキメラ状態**の統計的な特徴付けは不十分な状況であった。キメラ状態は、脳活動を司る**ニューロン**の集団発火パターンとの関連が示唆されている。神経生理学にもとづく発火のモデルを用いて同期現象や位相遅れの原因が解析されているが、脳は約 1000 億個のニューロンを含み、このような超多体系で起きる同期現象についての知見は欠けていた。ニューロンネットワークの**階層的構造**や、結合のつなぎ替えがもたらす効果についても先行研究は限られている。結合が動的に変化するモデルとしては、移動デバイス間の通信などを模したランダムウォークする**モバイル振動子**の同期現象が調べられている。しかし位相遅れを持つモバイル運動子のキメラ状態については知られていない。また、微生物の繊毛の運動を模した**光駆動コロイド粒子系**においても、**流体力学相互作用**によって位相遅れを持つ同期現象が生じることが、実験、理論の両面で示されていた。

## 2. 研究の目的

本研究の第1の目的は、マルチキメラ状態の発生点近傍における時空パターンの解析によって、フラストレーションを持つ系の同期現象と、非平衡相転移の代表的モデルである**有向浸透現象**との関係を詳らかにすることである。同期現象と有向浸透現象はどちらもよく知られた非線形現象であるにも関わらず、両者の間のリンクは今まで知られていない。本研究の独自性はそのようなリンクを確立することにある。また、研究開始後の進展により、第1の目的から派生して振動子が格子上で運動して結合をつなぎ替える場合、および振動子集団が階層的な構造を持つ場合のマルチキメラ状態の発生を解明することを目的に追加した。

第2の目的は、フラストレーションを伴う同期現象の実験的検証をめざした定量的な理論モデルの構築である。具体的には、レーザー光によって液体中を駆動される**光駆動コロイド粒子**の流体力学相互作用による同期現象に関して、フラストレーションの導入と制御の方法を理論的に検討し、その結果生じる集団運動のパターンを数値シミュレーションによって予測する。

## 3. 研究の方法

第1の目的については、1次元格子上の振動子系で結合距離  $R$  と位相遅れ  $\alpha$  を持つモデルをベースモデルとして使用する。結合距離  $R = 1$  は最近接結合を意味するが、本研究ではフラストレーションを発生させるため  $R \geq 2$  を使用する。位相遅れ  $\alpha = 0$  は同位相、 $\alpha = \pi$  は逆位相の結合であるが、本研究では  $\alpha$  を連続的に変化させる。準備段階では  $\alpha < \pi/2$  の場合を解析したが、本研究では  $\alpha > \pi/2$  の斥力的結合に拡張した。また、モバイル振動子に関しては、1次元格子上で隣接する振動子が確率的に位置を交換することによって**ランダムウォーク**を行うモデルを導入する。位相遅れ  $\alpha$  と移動確率  $p$  を連続的に変化させて数値シミュレーションを行ない、集団的な同期パターンを解析する。さらに、上記のベースモデルを、階層的な構造を持つニューロン集団のモデルに拡張する。各振動子集団は位相遅れ  $\alpha$  と固有振動数の分布幅  $\Delta$  で特徴付けられ、**Ott-Antonsen 縮約**によって1個の粗視化した振動子に置き換えられる。こう

して得られた多数の振動子集団の 1 次元格子の集団同期パターンを数値的に解析する。

第 2 の目的については、研究代表者らが以前に開発した 2 個のレーザー駆動コロイド粒子のモデルを多体系に拡張する。また、光渦に駆動されるコロイド粒子のモデルに、境界壁の影響および近接効果を取り入れて、流体力学相互作用の記述を精密化する。これらのモデルを用い、数値シミュレーションおよび線形安定性解析により集団同期パターンを調べる。

#### 4 . 研究成果

第 1 の目的に関しては、位相遅れを斥力的な範囲 ( $\alpha > \pi/2$ ) で変化させ、5 つの集団的な同期パターンを同定することができた。そのうちマルチキメラ状態から一様同期状態への転移については、非同期領域の割合の  $\alpha$  依存性や時間依存性がべき的な**臨界挙動**を示すことが判明した。これらの臨界挙動は 2 つの対称的な吸収状態を持つ有向浸透現象(DP2)と定性的に類似するが、臨界指数は有意に異なることが分かった。この差異は、転移前駆現象として発生する**進行波**に起因するものと解釈できた。次に、モバイル振動子系については、振動子がランダムウォークすることにより、位相遅れが引力的な場合 ( $\alpha < \pi/2$ ) には集団同期が促進され、斥力的な場合 ( $\alpha > \pi/2$ ) には阻害されることが判明した。前者は、隣接する振動子間の位相差が小さい準安定状態が振動子の運動によって壊され、より安定な位相差ゼロの一様同期状態に移行するためと解釈された。後者では安定な同期状態は有限の位相差を持っており、振動子の交換は位相差を大きく攪乱する。これらの研究成果は査読付き学術雑誌に出版済みである。階層的な振動子集団については、集団同期状態と非同期状態が相互かつ可逆的に遷移する新しい時空パターンを見出した。これは固有振動数の不均一性に起因しており、脳の階層性および準安定性との類似を示す。この成果は査読付き学術雑誌に投稿中である。第 2 の目的については、境界壁の影響を流体力学相互作用に取り入れたモデルを構築した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Bojun Li, Nariya Uchida	4. 巻 106
2. 論文標題 Effect of mobility on collective phase dynamics of nonlocally coupled oscillators with a phase lag	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 054210--1-7
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevE.106.054210	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Li Bojun, Uchida Nariya	4. 巻 104
2. 論文標題 Large-scale spatiotemporal patterns in a ring of nonlocally coupled oscillators with a repulsive coupling	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 054210--1-6
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevE.104.054210	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計3件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 李帛俊, 内田就也
2. 発表標題 位相遅れのある非局所結合を持つモバイル振動子系の集団位相ダイナミクス
3. 学会等名 日本物理学会 2023年春季大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 李帛俊, 内田就也
2. 発表標題 1次元非局所結合振動子系におけるマルチツイステッド状態と吸収状態転移の類似性
3. 学会等名 日本物理学会2021年秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Bojun Li, Nariya Uchida
2. 発表標題 Collective dynamics of nonlocally-coupled phase oscillators with phase lag and mobility
3. 学会等名 The 28th International Conference on Statistical Physics (国際学会)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関