

令和 6 年 6 月 12 日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2021～2023

課題番号：21K03552

研究課題名（和文）TTbar変形とホログラフィー

研究課題名（英文）TTbar deformation and holography

研究代表者

重森 正樹 (Shigemori, Masaki)

名古屋大学・理学研究科・教授

研究者番号：60608256

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,800,000円

研究成果の概要（和文）：CFTとは局所的なスケール変換に対して不変な場の理論であり、物理の様々な局面で現れる。近年CFTにTTbar変形という変形を行うと様々な良い性質が保たれることが発見され、その機構の理解が重要となっている。本研究ではTTbar変形の物理をランダム幾何の手法を用いAdS/CFT対応の枠組みで調べ、特に相関関数が示す非ユニタリ性の様々な側面を探索した。CFT側で演算子を挿入した際、挿入点の周囲で物理量が病的な振る舞いを示すこと、また、AdS側では演算子の挿入点を頂点とする円錐状の領域において時空が切り取られたように見えることを示した。これは、通常のAdS/CFT対応の枠を超えるための示唆を与える。

研究成果の学術的意義や社会的意義

CFTは臨界現象等の様々な物理系を記述する重要な枠組みであり、その良い性質を保つTTbar変形は理論的に極めて興味深い変形で、その機構の理解は重要である。また、CFTはAdS/CFT対応によりAdS空間内の重力理論とホログラフィックに等価であり、TTbarの理解はAdS重力とホログラフィーの理解も深める。本研究で考察した物理的状況におけるCFT側・AdS側での計量や物理量の特徴的かつ奇妙な振る舞いは、通常のAdS/CFT対応の枠を超えるためのヒントを与える。また、我々はランダム幾何が導く動的な座標変換の有効性を実証したが、これはTTbar変形のさらなる理論的理解への基礎となると期待される。

研究成果の概要（英文）：Conformal field theory (CFT) is a field theory that is invariant under local scale transformations and appears in various physical systems. Recently, it was found that various good properties of CFTs are preserved when a deformation called TTbar deformation is applied to CFTs, and it is important to understand the mechanism and properties of such deformations. We investigate the physics of TTbar deformations in the framework of the AdS/CFT correspondence using a method called random geometry and, in particular, we explore various aspects of non-unitarity exhibited by the correlation functions. On the CFT side, when an operator is inserted, the physical quantity exhibits pathological behaviors around the insertion point and, on the AdS side, the space-time appears to be excised in a conical region with the insertion point of the operator as the vertex. This result must be useful for going beyond the framework of the usual AdS/CFT correspondence.

研究分野：弦理論

キーワード：AdS/CFT対応 TTbar変形 ホログラフィー

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

共形場理論 (CFT) とは局所的なスケール変換 (共形変換) に対して不変な場の理論であり、物理の様々な局面で現れる。最近 Zamolodchikov らは、CFT に「 $TT$  (ティーティーバー、以下  $TT\bar{a}$  と表記) 変形」という特別な変形を行うと、その繰り込み不可能性にも関わらず、様々な物理量が厳密に計算可能であることを示した。これは、 $TT\bar{a}$  変形が予言可能性を保ったまま高エネルギー (UV) 側で CFT を変形するという、非常に特別かつ何か重要な意味を持つものであることを示唆し、そのメカニズムを理解するために活発な研究が行われているが、その性質が完全に理解されたとは言い難い。

場の理論的な興味もさることながら、 $TT\bar{a}$  変形が AdS/CFT 対応の文脈で何を意味するのかということは興味深い問題である。AdS/CFT 対応とは、AdS 時空内における重力理論がそれに双対な CFT によってホログラフィックに記述されるという主張である。一般に CFT を変形することに対応する AdS 側での理論の解析は UV 発散のために一般に困難である。しかし、 $TT\bar{a}$  変形はこの困難を回避できる特別な変形であることが CFT 側でわかっている。その双対である重力理論は、AdS 時空を非常に素性の良い、何か特別な形で変形したものに对应するはずであるが、一体それはどのようなものなのだろうか。それに関する McGough らの提案はあるものの、概念的な問題ははらんでおり、 $TT\bar{a}$  変形の AdS/CFT 対応の辞書をさらに深く理解する必要がある。

### 2. 研究の目的

AdS/CFT 対応によると、或る種の共形場理論 (CFT) は、AdS 空間における重力理論と双対で等価である。近年、 $TT\bar{a}$  変形と呼ばれる CFT の変形が非常に興味深い性質を持つとして注目を集めている。本研究では、 $TT\bar{a}$  変形を AdS/CFT 対応の文脈で考察し、CFT 側での変形が、ホログラフィック双対である AdS 重力理論側ではどのように実現されるかを、ランダム幾何の方法を用いて明らかにする。そして、導かれたホログラフィーの辞書を用いて、 $TT\bar{a}$  変形された理論における様々な物理量を計算し、通常の CFT と  $TT\bar{a}$  変形された理論の物理的性質の違いを明らかにする。さらに、 $TT\bar{a}$  変形により AdS 時空における重力理論が非ユニタリになるメカニズムを解明し、それに基づき、AdS/CFT 対応がどのように AdS 時空以外のもっと一般的な時空に拡張されるのかを探る。

### 3. 研究の方法

本研究においてはランダム幾何の方法を用いて  $TT\bar{a}$  変形を解析する。ランダム幾何の方法とは、CFT における  $TT\bar{a}$  変形を、場の理論が定義された背景時空の計量をランダムに変化させそのガウス平均を取る、という操作に置き換えるものである。これを重力側に焼き直すと、AdS 時空の境界における計量のランダム平均を取るということになる。古典近似ではランダム平均は鞍点近似でできるため、 $TT\bar{a}$  変形とは AdS 時空の境界における計量を (鞍点での値に) 変化させることに帰着する。ただし普通と違い非自明なのは、その計量の変化は、測定しようとする物理量によって動的に変わってくるということである。

一般の物理量に対して  $TT\bar{a}$  変形がどのように AdS 時空の境界における計量を変化させるのかをいきなり見つけるのは難しい。そのため、まずは全ての CFT に存在する普遍的な物理量としてストレステンソルを考え、その相関関数を計算する際にどのように計量が変わるのかを調べることから始める。このためには、ストレステンソルの生成汎関数である Liouville 作用がどのように  $TT\bar{a}$  変形してゆくかを計算すれば良いが、既に私の過去の共同研究において Liouville 作用の変形を求めるための汎関数微分方程式を導出しており、その解を解析することにより計量の変化を計算する計画である。ストレステンソルの次は一般のプライマリー場を考え、それがどのように計量を変化させるかを同様に導き、AdS/CFT 対応の辞書がどのように  $TT\bar{a}$  変形されるかを明らかにすることにより、 $TT\bar{a}$  変形の正しいホログラフィー双対を明らかにしてゆく計画である。

### 4. 研究成果

本研究は、 $TT\bar{a}$  変形を AdS/CFT 対応の文脈で考察し、CFT 側での変形がホログラフィック双対である AdS 重力理論側ではどのように実現されるかを、ランダム幾何の方法を用いて明らかにすることを旨とするものである。そのための 1 つのアプローチとしては、 $TT\bar{a}$  変形に伴う計量の変化を、ストレステンソルの生成汎関数である Liouville 作用がどのように  $TT\bar{a}$  変形してゆくかを表す汎関数微分方程式の解を求めることによって追うという手法が挙げられる。しかし本研究の前半において我々は、一般的な場合に汎関数微分方程式の解を求めることは技術的に

極めて困難であることを見出した。しかしながら、一般ではなく特別な解でも物理的に非常に興味深い場合が存在することに着目し、その性質を詳細に調べることによって TTbar 変形のホログラフィー双対とその物理の様々な側面をランダム幾何の手法を用いて明らかにすることを行った。

特に興味深い問題の1つとして、TTbar 変形により AdS 時空における重力理論が非ユニタリになるメカニズムを明らかにするということがある。特に、TTbar 変形した理論における相関関数が非ユニタリ性の兆候を示すことが先行研究により知られている。その原因を調べるため、TTbar 変形した理論において、演算子を挿入したときにその周囲でどのように物理量が振る舞うかを調べた。そして、平坦時空における TTbar 変形された理論において、時空の原点に演算子を挿入したときに、ストレステンソルの期待値が原点を中心とする或る円盤の内部で非物理的な振る舞いを示す(値が複素数になる)ことを導いた。また、この状況が CFT でどのように同等に記述されるかを計量・ストレステンソルの発展方程式を用いて調べ、対応する CFT においては、原点を中心とする円盤内で計量がやはり非物理的な振る舞いをすることを導いた。円盤の半径は、TTbar 変形のパラメータおよび演算子のスケール次元に依存する。この内側で物理量が非物理的な振る舞いを示す円盤の存在は、Cardy-Doyon らによる、TTbar 変形が基本粒子の大きさを有限にすることに対応するという提案と辻褃が合うだけでなく、TTbar 変形された理論が非ユニタリになることと密接に関係していると考えられ、極めて興味深い結果である。

また我々は、TTbar 変形した理論における相関関数が非ユニタリになる原因をさらに調べるため、TTbar 変形した理論において、一般的なプライマリ演算子を挿入したときにどのように物理量が振る舞うかを調べるため、ホログラフィック双対である AdS 重力理論における場の振る舞いを解析した。挿入された演算子のもつストレステンソルによるバックリアクションのため、AdS 時空は変形を受ける。Fefferman-Graham 座標系においては、その変形により、演算子の挿入点を頂点とする円錐状の領域において時空が切り取られたように見えることを我々は明らかにした。ただし、時空の端には曲率がデルタ関数状に発散する特異点が存在する。これは、TTbar 変形した理論が Fefferman-Graham 座標系において同径方向の座標をカットオフするという McGough らの主張と辻褃が合うように見える。そして、この結果は、TTbar 変形が、通常の AdS/CFT 対応を、一部が切り取られた AdS 時空を用いることによって拡張するということに対応することを示唆する。したがって、これは、一部が切り取られた AdS 時空を用いて TTbar 変形された理論の物理量を計算するホログラフィーの辞書の拡張が存在することを示唆し、通常の AdS/CFT 対応の枠を超えるためのヒントを与える重要な結果である。

さらに、これと関係して、TTbar 変形した理論における相関関数が非ユニタリになる原因を調べるため、TTbar 変形した理論において、一般的な演算子を挿入したときにどのように空間が変化しどのような相関関数を与えるかを解析した。変形されていない空間上の TTbar 変形された CFT は、変形された空間上の変形されていない CFT と等価であることが知られており、それらの間の関係はダイナミカルな座標変換であることが知られている。ダイナミカルな座標変換とは、変形された空間上の座標が場の演算子の関数になるということである。我々はこのダイナミカルな座標変換を(ヤコビアンも含めて)非常に額面通りに用いることにより物質場やストレステンソルの相関関数を計算し、知られている結果を摂動的に再現できることを示した。この手法は直感的であり、さらなるフォーマルな発展の土台となると期待される。さらに、このダイナミカルな座標変換が或る種のダブルスケール極限で古典的になることを用い、物質場の相関関数のいわゆる「leading log」の寄与を計算し、Cardy の結果を再現することを示した。これはこの手法の正当性と効率性のさらなる証拠である。また、我々は変形された空間が物質場の演算子を挿入した点の周りに有限範囲でカットオフされていると解釈できることも具体的に示した。これも上述の Cardy-Doyon の主張とコンシステントであり、相関関数が非ユニタリになることと密接に関係していると考えられ、非常に興味深い結果である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Shinji Hirano, Tatsuki Nakajima, Masaki Shigemori	4. 巻 -
2. 論文標題 TTbar Deformation of stress-tensor correlators from random geometry	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 270
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP04(2021)270	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Shinji Hirano and Masaki Shigemori	4. 巻 -
2. 論文標題 Conformal field theory on TTbar-deformed space and correlators from dynamical coordinate transformation	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 arXiv:2402.08278	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 1件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 Masaki Shigemori
2. 発表標題 TTbar Deformation of Stress-Tensor Correlators from Random Geometry
3. 学会等名 大阪大学素粒子論グループセミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------