

令和 6 年 6 月 21 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2021～2023

課題番号：21K03770

研究課題名（和文）異方性材料の高感度な超音波非破壊評価のための非線形三波相互作用の解明

研究課題名（英文）Analysis of noncollinear interaction of ultrasonic waves in anisotropic solids

研究代表者

石井 陽介 (Ishii, Yosuke)

京都大学・工学研究科・助教

研究者番号：70781706

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：異方性材料に対する新しい超音波非破壊評価原理確立のための基礎的検討として、異方性弾性体中の非線形三波相互作用を理論解析や数値解析により明らかにした。等方性材料の場合は和・差周波数成分の発生条件を議論するうえで超音波の位相伝搬方向のみを考えれば十分であるに対して、異方性材料の場合は位相だけでなくエネルギー伝搬方向も含めて検討することで和・差周波数成分の発生挙動が理解できることがわかった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

例えば単結晶金属で作製されたジェットエンジン用タービン翼材など力学的な異方性を有する固体材料の産業応用が広がっており、安全性や信頼性を保証するための超音波非破壊評価の重要性が増している。疲労損傷の早期段階などにより健全性が低下しているものの明らかな波動散乱源を持たないような場合には従来法による評価が難しい。本研究で着目した非線形三波相互作用は、このような場合においても健全性を高感度評価可能な新しい手法としての可能性を秘めており、本研究で得られた知見はそのような手法を構築するうえでの理論的基盤になると期待される。

研究成果の概要（英文）：Non-collinear interaction of elastic waves in an anisotropic solid with quadratic material nonlinearity has been analyzed. It is known that in the case of isotropic solids, a third wave with the sum- or difference-frequency of two intersecting primary waves is generated in a resonant manner when the so-called resonance condition is met, i.e., when the wavevector and frequency of the third wave coincide with the sum or difference of those of the primary waves. It has been demonstrated through a perturbation analysis that this feature is valid even in the case of anisotropic solids. In particular, it has been found that the generation characteristics of third waves in anisotropic solids can be explained by considering not only the directions of wavevectors but also the directions of energy propagation obtained from slowness surfaces.

研究分野：固体力学

キーワード：非線形超音波法 異方性材料 三波相互作用

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

航空宇宙分野をはじめとして機械的特性に異方性を有する固体材料が実用されている。例えば、航空機構造部材として炭素繊維やガラス繊維で強化された複合材料が使用されており、またジェットエンジンにおけるタービンブレードには結晶粒界が存在しないため高強度が達成できる単結晶金属が採用されている事例もある。これらは長時間にわたり厳しい環境に晒されることが多く、繰り返し荷重による損傷や劣化が生じる可能性がある。そのため、異方性材料の健全性を高感度評価可能な新しい超音波非破壊評価原理の確立が重要であると考えられる。

一般に、固体材料の弾性領域における応力 - ひずみ関係は、原子間相互作用ポテンシャルの非調和性や転位の集積等に起因してわずかな非線形性を有する。非線形超音波法は、このような材料非線形性によって生じる信号に着目して非破壊検査を行う手法であり、これまでに理論的および実験的検討が多く行われてきた。非線形三波相互作用は、二つの超音波を交差させた際に交差領域の材料非線形性によって生じる和・差周波数成分に着目する手法であり、交差領域の材料非線形性を局所的に評価可能であることや、交差領域から生じる信号を測定系の非線形性に起因する高次高調波信号から分離して測定可能であることなど、従来法の問題点を解決できる手法として注目されている。

等方性材料中の超音波非線形三波相互作用に関しては古くから研究が行われており、和・差周波数成分が共鳴的に発生するための必要条件(共鳴条件)が理論的に導出され、実験的検証も行われている。一方で、異方性材料を対象にした研究は我々の知る限り報告例がほとんどなく、いくつかの実験的研究が存在するもののそこでは等方性材料に対する理論に基づいた考察が行われている。

2. 研究の目的

等方性材料の場合は超音波の位相とエネルギーの伝搬方向が一致するため、基本波や和・差周波数成分の波数ベクトルを定めればエネルギー伝搬方向も自明的に定まる。しかし、異方性材料中では超音波の偏向方向や伝搬速度が方向依存性をもち、さらに位相とエネルギーの伝搬方向も一般に異なるため、非線形三波相互作用を検討する際はエネルギーの伝搬方向も含めた議論が必要になる。

もし、非線形三波相互作用を異方性材料に対して適用することができれば、航空機構造をはじめとする社会的に重要な機械構造物の安全性や信頼性向上につながると期待される。そこで本研究では、材料非線形性を有する異方性弾性体中の超音波非線形三波相互作用を理論的に明らかにし、等方性材料を特別な場合として含む包括的な基礎理論を構築することを目的とした。

3. 研究の方法

材料非線形性と幾何学的非線形性を考慮した均質異方性弾性体(密度 ρ 、二次弾性定数 c_{ijkl} 、三次弾性定数 c_{ijklmn})における超音波伝搬を検討する。弱非線形性を仮定し、変位場 $U_j(\mathbf{x}, t)$ ($j = 1, 2, 3$)が線形解 U_j^L と摂動解 U_j^{NL} の和で表されるとする。

$$U_j = U_j^L + U_j^{NL}. \quad (1)$$

ただし、 $U_k^L U_k^L \gg U_k^{NL} U_k^{NL}$ である。このとき、基準配置で記述された有限変形理論の基礎方程式に摂動法を適用することで、線形化された支配方程式が次式で与えられる。

$$\rho_0 \ddot{U}_j^L - c_{jlnm} U_{n,lm}^L = 0, \quad (2)$$

$$\rho_0 \ddot{U}_j^{NL} - c_{jlnm} U_{n,lm}^{NL} = q_j^L. \quad (3)$$

ここで、

$$q_j^L = c_{jlab} U_{m,la}^L U_{m,b}^L + c_{lmab} (U_{j,lm}^L U_{a,b}^L + U_{a,mb}^L U_{j,l}^L) + c_{jabcd} U_{a,lb}^L U_{c,d}^L \quad (4)$$

である．線形解 U_j^L として，二つの平面調和波（基本波）の重ね合わせを仮定する．

$$U_j^L = \frac{1}{2}A_j e^{i(k_p^A x_p - \omega^A t)} + \frac{1}{2}B_j e^{i(k_p^B x_p - \omega^B t)} + \text{c.c.} \quad (5)$$

ここで， A_j, B_j は振幅ベクトルであり，c.c.は複素共役を表す．波数ベクトル k_p^* と角周波数 ω^* （ $*$ = A or B）は次式の Christoffel 方程式から決定される．

$$\left(\frac{c_{jlab} n_l n_b}{\rho} - \frac{\omega^2}{k^2} \delta_{ja} \right) E_a = 0. \quad (6)$$

ここで， $k = \sqrt{k_p k_p}$ ， $n_j = k_j/k$ であり， E_a は偏向方向を表す．

このとき，摂動解の駆動力 q_j^L は $0, 2\omega^A, 2\omega^B, |\omega^A \pm \omega^B|$ の角周波数成分の重ね合わせで表される．このうち，二つの基本波の相互作用により生じる和・差周波数成分 $|\omega^A \pm \omega^B|$ に着目し，その周波数領域における値を $\hat{q}_j^{L\pm}$ とする．図 1 に示すように，二つの基本波が有限な領域 V でだけ交差する状況を仮定すると，非線形三波相互作用により生じる和・差周波数成分の周波数領域における変位 $\hat{U}_j^{NL\pm}(\mathbf{x})$ は， V の外側では次式により与えられる．

$$\hat{U}_j^{NL\pm}(\mathbf{x}) = \iiint_V G_{jk}(\mathbf{x}; \mathbf{x}_0, |\omega^A \pm \omega^B|) \hat{q}_k^{L\pm}(\mathbf{x}_0) dV(\mathbf{x}_0). \quad (7)$$

ここで， G_{jk} は異方性弾性体の時間調和 Green 関数であり， $e^{-i\omega t}$ の時間依存性を仮定すると，

$$G_{jk}(\mathbf{x}; \mathbf{x}_0, \omega) = \frac{1}{8\rho\pi^2} \iint_{\|\mathbf{n}\|=1} \sum_{m=1}^3 \frac{E_{jm}(\mathbf{n})E_{km}(\mathbf{n})}{c_m^2(\mathbf{n})} \left[\frac{i\omega}{2c_m(\mathbf{n})} e^{\frac{i\omega|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0|\cdot\mathbf{n}}{c_m(\mathbf{n})}} + \delta((\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)\cdot\mathbf{n}) \right] dS(\mathbf{n}) \quad (8)$$

与えられる．ここで \mathbf{x} は観測点， \mathbf{x}_0 は x_k 方向点源の作用位置， δ は Dirac のデルタ関数である．式(8)の二重積分は， \mathbf{n} に関する単位球面上の積分を表す．また， $m = 1, 2, 3$ は異方性弾性体中を伝わる三個の伝搬モード（準縦波と二つの準横波）に対応し， $c_m(\mathbf{n})$ と $E_{jm}(\mathbf{n})$ は式(6)から得られる各モードの位相速度（ $c_m = \omega/k_m$ ）と偏向方向である．

したがって，式(7)を評価することにより，任意の周波数，伝搬モード，伝搬方向をもつ二つの基本波の相互作用により生じる和・差周波数成分の変位場を求めることができる．本研究では，式(7), (8)の積分をガウス・ルジャンドル求積により数値的に評価した．

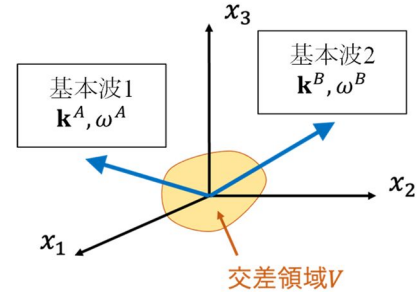


図 1 非線形三波相互作用の解析モデル

4. 研究成果

(1) 共鳴条件の検討

等方性弾性体中の非線形三波相互作用では，和・差周波数成分が共鳴的に生じるための必要条件（共鳴条件）が次式で与えられる．

$$\begin{cases} \mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{k}^A \pm \mathbf{k}^B, \\ \omega_{\pm} = \omega^A \pm \omega^B. \end{cases} \quad (9)$$

ここで， \mathbf{k}_{\pm} と ω_{\pm} は和・差周波数成分の波数ベクトルと角周波数である．本研究では，これが異方性弾性体についても成立するとの仮定のもとで，共鳴条件が満たされるような基本波の周波数，伝搬方向，伝搬モードおよび和・差周波数成分の伝搬モードを検討した．その結果，上式は対応するスローネスベクトル（ $\mathbf{m} \equiv \mathbf{k}/\omega$ ）と基本波周波数比 ξ を用いて

$$(\xi \pm 1)\mathbf{m}_{\pm} = \xi\mathbf{m}_A \pm \mathbf{m}_B, \quad \xi = \frac{\omega^A}{\omega^B}, \quad (10)$$

と書き直すことができ，これは異方性弾性体におけるスローネス面を用いることで幾何的に解釈できることがわかった（図 2）．また，等方性材料における共鳴条件は基本波伝搬方向に関しては二つの基本波の交差角度だけに依存することが知られているが，一方で異方性材料では二つの基本波それぞれの伝搬方向に依存することもわかった（図 3）．

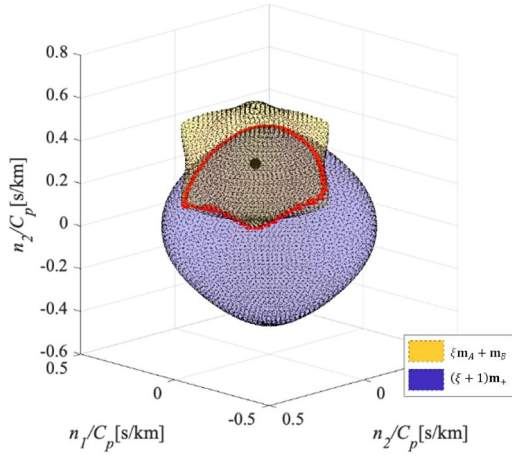


図2 スローネス面を用いた共鳴条件の幾何的解釈の例（赤線が共鳴条件を満たす状態に対応）

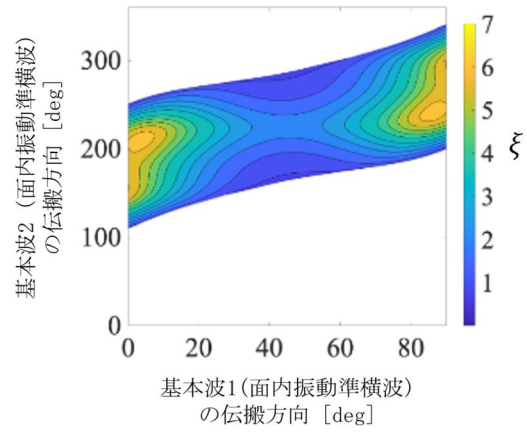


図3 波数ベクトルが立方晶材料の結晶平面内にある場合に共鳴条件を満たす基本波伝搬方向

(2) 和周波数成分の発生挙動の検討

式(7)を数値的に評価することにより立方晶材料中で二つの準横波を交差させた際に生じる和周波数成分を求めた結果、共鳴条件を満たすような基本波伝搬方向において和周波数成分の変位振幅が大きくなることがわかった（図4）. よって、式(9)で与えられる共鳴条件は異方性弾性体においても有効であることが確認された. また、和周波数成分は基本波交差領域から波数ベクトル方向にではなく、群速度ベクトル方向に発生すること（図5）も明らかになり、等方性材料の場合には見られない異方性材料特有の結果と言える. これは、実際の非破壊検査に非線形三波相互作用を適用する際は、受信機を和・差周波数成分のエネルギー伝搬方向に設置しなければならないことを表しており、先行研究で構築された等方性材料に基づく理論をそのまま異方性材料に適用すると和・差周波数成分を正確に測定できないことを示唆している.

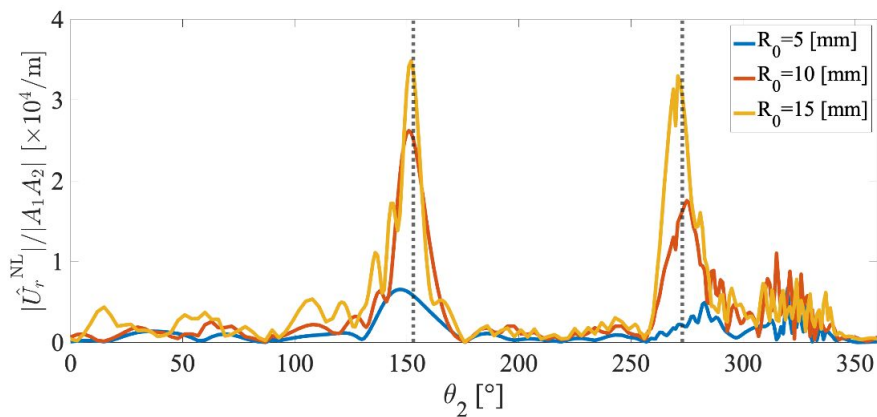


図4 立方晶材料（鉄）における和周波数成分の基本波伝搬方向依存性（ R_0 は基本波交差領域半径，破線は共鳴条件を満たす角度）

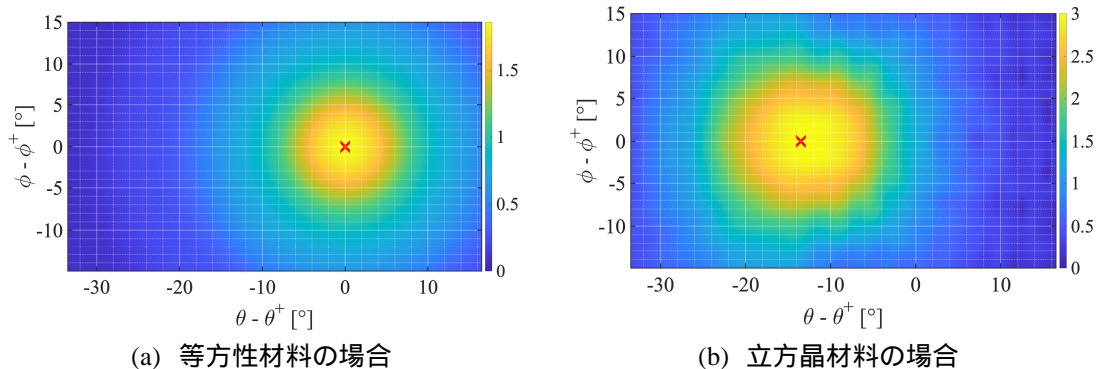


図5 基本波の波数ベクトル交差位置を中心とする球面上で観測した和周波数成分の変位振幅 ((θ^+, ϕ^+) は和周波数成分の波数ベクトル方向, \times は群速度方向を表す)

(3) まとめと今後の課題

本研究で明らかになった和・差周波数成分発生挙動は、異方性材料の材料非線形性評価に非線形三波相互作用を適用する際の条件設定(送受信機の配置や基本波周波数の選択)において有用になると考えられる。特に、異方性材料の場合は位相とエネルギーの伝搬方向が異なること、そして共鳴条件が基本波交差角度ではなく各基本波の伝搬方向に依存するため、共鳴条件を満たしうる基本波周波数・伝搬モード・伝搬方向の組み合わせが一般に等方性材料の場合よりも多く存在する。そのため、例えば検査対象に対する送受信機の設置位置などに制約があるような場合でも和・差周波数成分を共鳴的に発生させそれを受信できるような測定条件が求められる可能性が高い。

本研究では非線形三波相互作用に及ぼす異方性の影響の基礎的検討として、無限媒質中の相互作用を扱った。次の課題として、例えば異方性材料からなる薄板構造中を伝わるガイド波の相互作用への拡張が挙げられる。この場合は速度分散性や多モード性を伴うため、無限媒質中よりも複雑な和・差周波数成分発生挙動が予想され、その解釈において本研究で得られた知見が役立つと期待される。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 榎智也, 石井陽介, 琵琶志朗
2. 発表標題 平板中の有限領域におけるガイド波ノンコリニアミキシングの理論的検討
3. 学会等名 日本非破壊検査協会 第30回超音波による非破壊評価シンポジウム
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 萬木 淳平, 石井 陽介, 琵琶 志朗
2. 発表標題 異方性弾性体における超音波ノンコリニアミキシングの理論的検討
3. 学会等名 日本非破壊検査協会 第31回超音波による非破壊評価シンポジウム
4. 発表年 2024年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------