

令和 6 年 5 月 15 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2021～2023

課題番号：21K11773

研究課題名（和文）リーマン不動点最適化アルゴリズムと機械学習への応用

研究課題名（英文）Riemannian Fixed Point Optimization Algorithm and Its Application to Machine Learning

研究代表者

飯塚 秀明 (Iiduka, Hideaki)

明治大学・理工学部・専任教授

研究者番号：50532280

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,600,000円

研究成果の概要（和文）：リーマン多様体上で定義される非拡大写像の不動点集合上の確率的最適化問題を考察する。この問題により、閉凸集合の共通部分集合といった複雑な制約集合上での最適化問題を考察することができる。この問題に対して、不動点近似法と適応学習率最適化アルゴリズムを合わせたリーマン不動点最適化アルゴリズムを提案した。また、提案アルゴリズムの収束解析を与えた。定数ステップサイズを有する提案アルゴリズムは問題の解を近似することができる。減少ステップサイズを有する提案アルゴリズムは問題を解くことができる。機械学習で利用される既存アルゴリズムとの数値比較を行い、提案アルゴリズムの有用性を数値実験により実証した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

複雑な機械学習においては、リーマン多様体上の大規模かつ複雑な確率的最適化問題を解く必要がある。しかしながら、従来の機械学習法は、その問題の緩和やその問題の解へ収束する保証がないアルゴリズムに基づいており、本来達成すべき機械学習法の性能を満たしていない。本研究での提案手法は、その問題に直接適用できる不動点最適化アルゴリズムに基づく機械学習法であり、世界的に例のない新解法である。本研究の成果は、従来機械学習法の適用範囲に関する改善に多大な貢献ができることから応用数学的観点のみならず、工学的観点から見ても意義があるといえる。

研究成果の概要（英文）：We consider a stochastic optimization problem over the fixed point sets of nonexpansive mappings on Riemannian manifolds. The problem enables us to consider Riemannian optimization problems over complicated sets, such as the intersection of closed convex sets. For such a problem, we propose a Riemannian fixed point optimization algorithm, which combines fixed point approximation methods on Riemannian manifolds with adaptive learning rate optimization algorithms. We also give convergence analyses of the proposed algorithm. The analysis results indicate that, with small constant step-sizes, the proposed algorithm approximates a solution to the problem. Consideration of the case in which step-size sequences are diminishing demonstrates that the proposed algorithm solves the problem. We also provide numerical comparisons that demonstrate the effectiveness of the proposed algorithms.

研究分野：最適化

キーワード：リーマン多様体 不動点最適化 機械学習 適応手法 リーマン不動点最適化アルゴリズム

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

機械学習の解析対象となる大規模データが、ある曲がった空間上に分布するという事例により、リーマン多様体上の最適化が注目を集めている。それは、既存のユークリッド空間上の議論では扱えなかった機械学習を可能にする。しかしながら、例えば、ノイズに対する頑強な学習器構築に必要とされる疎性 (sparsity) を考慮した機械学習においては、従来適応学習率最適化アルゴリズムでは適用できないリーマン多様体上の大規模かつ複雑な制約下での確率的最適化問題を解決する必要がある。

リーマン多様体上の最適化に基づいた機械学習法は、さまざまな数理的アプローチにより考案されてきたが、従来の学習法は、上記の確率的最適化問題の大幅な緩和や確率的最適化問題の解への収束が保証されない最適化アルゴリズムに基づいており、本来達成すべき機械学習法の性能を満たしていない。

以上のことから、本研究課題の核心をなす学術的問いは以下のとおりである。

- (1) 複雑な制約下での確率的最適化問題を緩和せずに直接、考察することが可能であるか。
- (2) 確率的最適化問題の解への収束を保証する最適化アルゴリズムが開発可能であるか。

2. 研究の目的

本研究の目的は、上記の確率的最適化問題を解くことが可能な新学習アルゴリズム(上記(1)、(2)を解決できる新学習アルゴリズム)に基づく新機械学習法を開発することである。そして、従来の機械学習法では成し遂げられなかった機械学習法を確立し、従来の機械学習法と比べて性能が向上していることを実証することである。

3. 研究の方法

本研究の方法は、以下のとおりである。

- (1) 上記の確率的最適化問題を解くためのアルゴリズム「リーマン不動点最適化アルゴリズム」を提案する。このアルゴリズムは、研究代表者が提唱してきた不動点最適化アルゴリズム(若手研究(B)[課題番号: 21760062, 23760077]、基盤研究(C)[課題番号: 15K04763, 18K11184])を発展させたアルゴリズムである。また、そのアルゴリズムが上記の最適化問題の解へ収束することを数学的に証明する。加えて、提案アルゴリズムの収束率解析も行う。
- (2) 機械学習に関するベンチマークデータセットを用いて提案および従来機械学習法の性能を、分類精度、実行時間等の評価により、比較する。提案機械学習法が従来機械学習法と比べて性能が向上していることをシミュレーション評価実験から実証する。

4. 研究成果

【令和3年度の研究成果】

初年度では、リーマン多様体上の大規模かつ複雑な確率的最適化問題の制約集合を、非拡大写像と呼ばれる非線形写像の不動点集合として定式化した。よって、本研究で考察する主問題は非拡大写像の不動点集合上の確率的最適化問題に帰着される。制約集合の点に収束するようなアルゴリズムを構築するために、本研究では、非拡大写像の不動点を見つけるための不動点近似法を利用した。次に、目的関数を最小化するようなアルゴリズムを構築するために、機械学習法で利用される適応学習率最適化アルゴリズムを利用した。以上のことから、不動点近似法と適応学習率最適化アルゴリズムを合わせた「リーマン不動点最適化アルゴリズム」を提案した。

「リーマン不動点最適化アルゴリズム」に関する結果は以下のとおりである。

- (1) 定数学習率を有する提案アルゴリズムが不動点に収束し、かつ、目的関数を最小化するには、小さな定数学習率を利用することが望ましい、という結果を得ることができた。減少学習率を有する提案アルゴリズムが主問題の解に収束することを証明した。また、その収束率を陽に表すこともできた。
- (2) 提案アルゴリズムに基づく機械学習法と既存の機械学習法を数値比較した結果、提案アルゴリズムに基づく機械学習法が高性能を有することがわかった。

この結果は Springer Nature が発行するジャーナル Numerical Algorithms (IF: 2.1) に採択されている。

【令和4年度の研究成果】

令和4年度では、機械学習の訓練の一つである敵対的生成ネットワークの訓練に焦点をあてた。敵対的生成ネットワークの訓練に現れる最適化問題は令和3年度に考察した問題よりも複雑な均衡問題である。この均衡問題を解くための共役勾配法と呼ばれる最適化手法に基づいた新機械学習法を提案することができた。この結果は、機械学習のトップカンファレンス AISTATS (International Conference on Artificial Intelligence and Statistics) 2023 に採択された。

また、敵対的生成ネットワークに現れる均衡問題を解くための適応学習率最適化アルゴリズムに基づいた新機械学習法を提案することができた。この結果は、機械学習のトップカンファレンス ICML (International Conference on Machine Learning) 2023 に採択された。

【令和5年度の研究成果】

令和5年度では、リーマン多様体上の最適化のための確率的勾配降下法の収束解析について提案することができた。この結果は、最適化のジャーナル Pacific Journal of Optimization に採択された。また、令和3年度に考察した適応学習率最適化アルゴリズムの詳細な収束解析を与えた。この研究成果は、Springer Nature が発行するジャーナル Numerical Algorithms (IF: 2.1) に採択されているが、本年度から開始する研究課題「汎化性能を改善するための不動点オプティマイザに基づいた深層学習法」(基盤研究 (C): 24K14846)の準備のための研究成果でもある。

令和5年度では、本研究課題で得られた研究成果を国際会議で発表を行った(詳細については、5. 主な発表論文等をご参照下さい)。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Sakai Hiroyuki, Iiduka Hideaki	4. 巻 -
2. 論文標題 Convergence of Riemannian Stochastic Gradient Descent on Hadamard Manifold	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Pacific Journal of Optimization	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Iiduka Hideaki	4. 巻 95
2. 論文標題 Theoretical analysis of Adam using hyperparameters close to one without Lipschitz smoothness	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Numerical Algorithms	6. 最初と最後の頁 383 ~ 421
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11075-023-01575-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Sakai Hiroyuki, Iiduka Hideaki	4. 巻 52
2. 論文標題 Riemannian Adaptive Optimization Algorithm and its Application to Natural Language Processing	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Cybernetics	6. 最初と最後の頁 7328 ~ 7339
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TCYB.2021.3049845	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Iiduka Hideaki	4. 巻 52
2. 論文標題 Appropriate Learning Rates of Adaptive Learning Rate Optimization Algorithms for Training Deep Neural Networks	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Cybernetics	6. 最初と最後の頁 13250 ~ 13261
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TCYB.2021.3107415	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Naganuma Hiroki、Iiduka Hideaki	4. 巻 206
2. 論文標題 Conjugate Gradient Method for Generative Adversarial Networks	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proceedings of The 26th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics	6. 最初と最後の頁 4381 ~ 4408
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Sato Naoki、Hideaki Iiduka	4. 巻 202
2. 論文標題 Existence and Estimation of Critical Batch Size for Training Generative Adversarial Networks with Two Time-Scale Update Rule	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proceedings of the 40th International Conference on Machine Learning	6. 最初と最後の頁 30080 ~ 30104
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Sakai Hiroyuki、Sato Hiroyuki、Iiduka Hideaki	4. 巻 441
2. 論文標題 Global convergence of Hager--Zhang type Riemannian conjugate gradient method	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Applied Mathematics and Computation	6. 最初と最後の頁 127685 ~ 127685
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.amc.2022.127685	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Zhu Yini、Iiduka Hideaki	4. 巻 9
2. 論文標題 Unified Algorithm Framework for Nonconvex Stochastic Optimization in Deep Neural Networks	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Access	6. 最初と最後の頁 143807 ~ 143823
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/ACCESS.2021.3120749	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Iiduka Hideaki	4. 巻 34
2. 論文標題 -Approximation of Adaptive Learning Rate Optimization Algorithms for Constrained Nonconvex Stochastic Optimization	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems	6. 最初と最後の頁 8108 ~ 8115
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TNNLS.2022.3142726	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Iiduka Hideaki, Sakai Hiroyuki	4. 巻 90
2. 論文標題 Riemannian stochastic fixed point optimization algorithm	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Numerical Algorithms	6. 最初と最後の頁 1493 ~ 1517
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11075-021-01238-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計5件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 Hiroki Naganuma, Hideaki Iiduka
2. 発表標題 Conjugate Gradient Method for Generative Adversarial Networks
3. 学会等名 The 26th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Naoki Sato, Hideaki Iiduka
2. 発表標題 Existence and Estimation of Critical Batch Size for Training Generative Adversarial Networks with Two Time-Scale Update Rule
3. 学会等名 The 40th International Conference on Machine Learning (ICML) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Naoki Sato、Hideaki Iiduka
2. 発表標題 Theoretical Analysis of Two Time-Scale Update Rule for Training GANs
3. 学会等名 The 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yuki Tsukada、Hideaki Iiduka
2. 発表標題 Line Search Methods for Nonconvex Optimization in Deep Learning
3. 学会等名 The 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Hiroyuki Sakai、Hideaki Iiduka
2. 発表標題 Adaptive Learning Rate Optimization Algorithms for Riemannian Optimization
3. 学会等名 The 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM) (国際学会)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 飯塚 秀明	4. 発行年 2023年
2. 出版社 オーム社	5. 総ページ数 352
3. 書名 連続最適化アルゴリズム	

〔産業財産権〕

〔その他〕

数理最適化研究室
<https://iiduka.net/default>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------