

令和 6 年 5 月 23 日現在

機関番号：34406

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2021～2023

課題番号：21K11775

研究課題名（和文）統計モデルに基づく超大規模問題に対する組合せ最適化手法の開発

研究課題名（英文）Development of the combinatorial optimization methods for very large-scale problems based on statistical models

研究代表者

重弘 裕二（Shigehiro, Yuji）

大阪工業大学・工学部・教授

研究者番号：40243175

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 700,000円

研究成果の概要（和文）：大規模な組合せ最適化問題に対して効率良く解を探索する手法を構築することが、本研究の目的である。ここで考えるような探索手法（メタヒューリスティックと呼ばれる）は、確率的に解を選びながら探索を進める。そこで、解の探索効率について数理的に考察を行うために、確率論、統計論的見地から探索効率向上のための調査を行った。次に、その結果に基づき探索手法を構築し、計算機実験による評価を行った。さらに、今後の研究の親展を見据え、統計論的に成立するはずの理論式の導出を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

設計、割り当て、スケジューリング等は、組合せ最適化問題に帰着できる場合も多く、大規模な実用上の問題に対しては、原理的に最適解を求めることができない場合も多い。そのような問題に対しては、遺伝的アルゴリズムに代表されるような「進化型計算」と呼ばれる手法が適用されることが多いが、良い解を得るためには非常に多くの計算量を必要とする。本研究で提案する手法では、大規模な問題に対して限られた計算量しか消費できない場合において、従来の手法よりも良い解を求めることができる。

研究成果の概要（英文）：The purpose of this research is to develop a method to efficiently search for solutions to large-scale combinatorial optimization problems. The search method considered here (called metaheuristic) proceeds with the search while selecting solutions probabilistically. Therefore, in order to mathematically consider the solution search efficiency, we conducted an investigation to improve the search efficiency from the viewpoints of probability theory and statistical theory. Next, we constructed a search method based on the results and evaluated it through computer experiments. Furthermore, with an eye to the development of future research, we derived a theoretical formula that should hold true statistically.

研究分野：組合せ最適化

キーワード：組合せ最適化 統計モデル 集中化 多様化 近傍探索

1. 研究開始当初の背景

組合せ最適化問題は、設計、割り当て、スケジューリング等に現れる重要な問題であるが、多くの組合せ最適化問題は NP 困難であり、実用上の問題においては大域最適解を求めるのが難しいことも多い。そのような問題に対しても良質の解を求めるために、Simulated Annealing、Tabu Search、Genetic Algorithm 等、様々なメタヒューリスティックスと呼ばれる手法が開発されてきた。これらを有効に機能させるためには、解の表現や解に対する操作（近傍操作、交叉、突然変異等）をどのように設計するのが重要となるため、その設計法を個々の問題に対して提案・考察・評価する研究が広く行われてきた。

これまで、特に実応用を視野に入れてこのような研究を行うのであれば、最優先目標は最終的に得られる解の質の向上であると考えられてきた。これらの手法は全て、十分な計算時間が確保できなければ性能を発揮することができない。したがって手法の評価を行う際には、十分な計算時間を確保した上で最終的に得られる解の質が評価されるのが常である。これまで、十分な計算時間が確保できない場合にも配慮することはなかったように思われる。しかし将来は、実時間で膨大な情報を収集して最適化処理を行い、制御等に活用したいという要求が生じるであろうことは想像に難くない。

2. 研究の目的

実時間で膨大な情報を最適化しなければならないシステムを実応用に供する場合には、これまでとは異なる基準で手法を評価しなければならない。重要なのは、与えられた時間の中だけで最適化を行うことである。仮に十分な計算時間が確保できずに計算を打ち切らざるを得なかったとしても、その時間の中で少しでも質の高い解を得ることである。

そこで本研究では、

- ・ もし不十分な段階で計算を打ちきられたとしても、計算時間に見合った質の解を得ることができる
- ・ 与えられる計算時間が長くなればなるほど、より質の高い解を得ることができる

という条件を満たすことを目標に、新たな組合せ最適化手法の構築を試みる。具体的には、局所探索法 (Local Search) に対して複数の近傍操作を導入し、それらの中から、確率論的に最適と考えられる近傍操作を選択する方法について考える。そのために、解空間の確率モデルを仮定し、近傍操作により得られる解の評価値の統計量を推定する方法を導く。

3. 研究の方法

(1) まず、近傍操作により得られる解の評価値を、より正確に推定する方法について考察した。そのために、多数の解の評価値を実際に求め、可視化する。さらにその結果に基づき、解の評価値の分布に関する統計量（解改善確率、改善時の改善量）を推定するためのモデルを構築する。また、その妥当性を評価する。

(2) 次に、解の評価値の分布に関する統計量（解改善確率、改善時の改善量）を推定することにより、複数の近傍操作の中から最適と考えられる近傍操作を選択しながら、効率良く解の探索を行う方法について考察した。そのために、統計量の推定方法と近傍操作の選択方法について考察し、最適化手法を構成し、計算機実験により評価を行う。

(3) 研究を進めるうちに、近傍操作により得られる解の評価値の統計量と任意解 (ランダム解) の評価値の統計量の間に関係が存在することに気づいたので、いくつかの仮定の下にこの関係を導き、計算機実験により検証した。ここで求めた関係は、性能の高い解探索手法を構築する際の指針となることが期待できる。

4. 研究成果

(1) 解の評価値の分布に関する統計量（解改善確率、改善時の改善量）を推定するためのモデルを構築するため、近傍探索法により解探索を行い、その過程で得られた個々の解について多数の近傍解を生成し、その評価値を求めた。その結果の一例を図 1^[1]に示す。図の横軸は解の評価値を、縦軸はそれぞれ解改善確率と改善時の改善量を表しており、各色の点はそれぞれ、異なる近傍操作による結果を表している。

これらの結果より、解改善確率については指数関数と定数の和で、改善時の改善量については

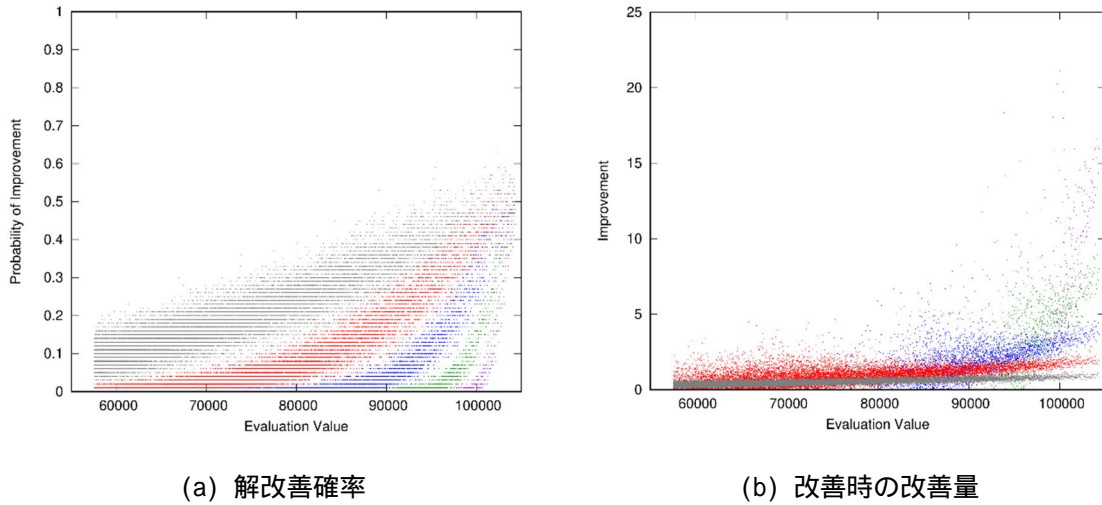


図1 解の評価値の分布に関する統計量

一次式で表すのが妥当と考えられたので、それぞれについて具体的なパラメータを求め、得られた関係式と実際のデータとを比較したところ、良好な結果が得られていることを確認した。ただし、一部の近傍操作については、実際のデータのばらつきが大きく、関係式で表すこと自体が難しいと考えられた。

(2) 複数の近傍操作の中から最適と考えられる近傍操作を選択しながら、効率良く解の探索を行う手法を構築した。当初は、解改善確率と改善時の改善量のモデル式の具体的なパラメータを推定しながら探索を行う手法について検討する予定であったが、前述のように、データのばらつきが大きく、安定したパラメータ推定が難しいと予想されたため、解改善確率についてはベイズ推定で、改善時の改善量については忘却係数付き逐次最小二乗法で推定を行うこととした。

得られた結果の一例を図2^[2]に示す。図の横軸は解の評価回数で、探索の進行に伴って消費された計算量を表す。図の縦軸は解の評価値で、ここでは最小化問題で実験を行ったため、グラフが下がるほど良い解が得られていることを表している。赤の太線が構築した手法、緑の太線が通常の局所探索法、それ以外の破線は異なる近傍操作を用いて局所探索を行った結果である。この図からもわかるように、良好な結果を得ることができた。

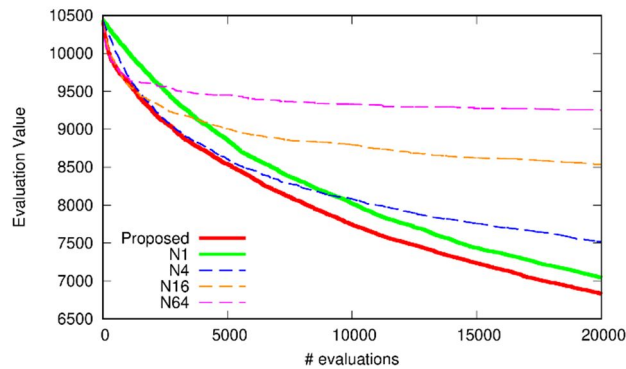


図2 大規模組合せ最適化問題に対する解探索の様子

(3) 近傍操作により得られる解の評価値の統計量と任意解(ランダム解)の評価値の統計量を、それぞれ正規分布によりモデル化し、それらの平均と分散の間で成り立つ関係式を理論的に導出した。得られた結果は、

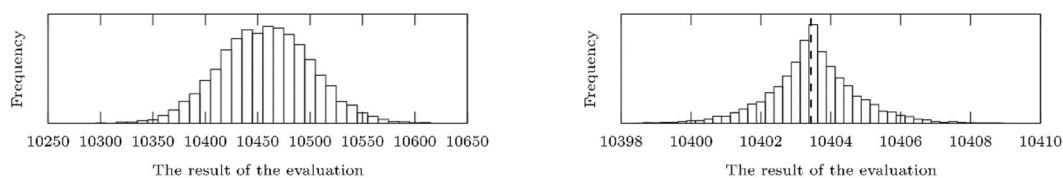
- ・ 近傍操作により得られる解の評価値の平均を A、分散を B、
- ・ 任意解の分散を C、
- ・ 近傍操作を適用する解の評価値と、任意解の評価値の平均の差を D、

とすると

$$A \approx -BD / 2C$$

である。

さらに、この式が実際に成り立つことを、任意解と近傍操作により得られる解の評価値の分布を調べることにより検証した。その際に求めた分布の一例を図3^[3]に示す。図よりわかるように、解の評価値の分布は必ずしも正規分布ではないため、前述の式は厳密に成り立つわけではないが、今のところ、悪くない精度で式が成立していると判断できるような結果が得られている。



(a) 任意解の評価値

(b) 近傍操作により得られる解の評価値

図3 解の評価値の分布

< 引用文献 >

- [1] 八木祐介, 角田英一郎, 重弘裕二: “ 組合せ最適化問題における近傍解の統計量の推定 ”, 2021年電気学会電子・情報・システム部門大会講演論文集, pp.1204-1209
- [2] 角田英一郎, 重弘裕二: “ 近傍解の2つの統計量の推定に基づく組合せ最適化手法 ”, 2022年電気学会電子・情報・システム部門大会講演論文集, pp.1256-1261
- [3] 重弘裕二: “ 組合せ最適化に関する一つの仮説 ”, 2023年電気学会電子・情報・システム部門大会講演論文集, pp.161-166

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計5件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 重弘裕二
2. 発表標題 組合せ最適化に関する一つの仮説
3. 学会等名 2023年電気学会電子・情報・システム部門大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 角田英一郎, 重弘裕二
2. 発表標題 近傍解の2つ統計量の推定に基づく組合せ最適化手法
3. 学会等名 2022年電気学会電子・情報・システム部門大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 角田英一郎, 重弘裕二
2. 発表標題 ベイズ推定と指数移動平均を用いた組合せ最適化手法
3. 学会等名 電気学会システム研究会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 八木 祐介, 角田 英一郎, 重弘 裕二
2. 発表標題 組合せ最適化問題における近傍解の統計量の推定
3. 学会等名 2021年電気学会電子・情報・システム部門大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 角田 英一郎, 八木 祐介, 重弘裕二
2. 発表標題 2-opt法と3-opt法における近傍解の統計量の推定
3. 学会等名 令和3年電気関係学会関西連合大会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------