# 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 4 日現在

機関番号: 14301 研究種目: 若手研究 研究期間: 2021~2023

課題番号: 21K13324

研究課題名(和文)拡散過程のダイナミクスにおける変化の検出と信用リスク分析への応用

研究課題名(英文)Detection of Changes in Dynamics of Diffusion Processes with Applications to Credit Risk Analysis

#### 研究代表者

KEVKHISHVILI RUSUDAN (KEVKHISHVILI, Rusudan)

京都大学・経済学研究科・講師

研究者番号:60896083

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 1,000,000円

研究成果の概要(和文):本研究では、企業の信用力を拡散過程で記述し、拡散過程の振る舞いに基づいて信用力の変化を検出する方法及び信用力低下に関するアラーム機能をもつ指標を考案した。各時点において、その時点まで観測可能な市場データと財務諸表のみに基づき、信用力変化を検出する計算負荷の小さいモデルを構築した。更に、観測可能なデータと明確に結びついている本研究のモデルから検出される信用力の変化の度合いを数値化した。また、信用力を表す拡散過程のダイナミクスを決めるパラメータの変化を考慮し、それ以降信用力の回復が不可能となる時刻の分布を与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義 債務の返済能力を表す信用力の低下を早い段階で検出することは信用リスク管理の上で重要な課題である。経済 学的観点から妥当なメカニズムで信用力変化を検出する本研究のモデルは、企業の利害関係者に企業財務状況の 効率的なモニタリング方法を提供する。特に、企業の信用力を表す拡散過程のみがリスク源泉となっており、モ デルの計算負荷は小さい。また、自己資本と負債の大小関係に基づく明確なメカニズムで信用力の変化を内生的 に捉えるため、モデルパラメータは信用リスクの観点から解釈可能である。本研究のモデルに基づく信用力変化 の度合いを数値化する指標は信用リスク管理の有効なツールである。

研究成果の概要(英文): This research uses a diffusion process to model corporate creditworthiness. We detect changes in creditworthiness based on the behavior of this diffusion, also constructing an index that gives an alarm in response to declined credit quality. At each point in time, the computationally simple model designed in this study detects changes in credit risk by utilizing only the market data and financial statements available until that point. Furthermore, we quantify the degree of change in creditworthiness detected by our model which is explicitly connected to observable data. In addition, considering the change in parameters that govern the behavior of a diffusion process representing creditworthiness, we derived a distribution of the time after which the recovery of creditworthiness becomes impossible.

研究分野: ファイナンス工学

キーワード: 信用リスク 信用力 拡散過程 パラメータ変化 検出 アラーム リスク管理 最終通過時刻

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等に ついては、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

#### 1.研究開始当初の背景

企業の信用力は債務の返済能力を表す。信用力の低下は債務不履行に陥る可能性の高まりを 意味するため、信用力低下を早い段階で検出することは信用リスク管理の上で重要な課題であ る。特に、観測可能な市場データと財務諸表に基づく明確なメカニズムで信用力の変化を捉える モデルは企業財務状況の効率的なモニタリング方法を提供すると考えられる。そのため、観測可 能なデータと明確に結びついている、経済学的な観点から妥当なメカニズムで信用力変化を検 出する計算負荷の小さいモデルの構築とそれに基づく信用リスク管理手法の改善を本研究の課 題とした。

ファイナンス工学の分野において、将来の変動が現在の状態のみに依存するような確率過程である拡散過程を用いた企業総資産価値モデルは信用リスク分析の有効な手法の一つである。企業の自己資本と負債の関係を表す信用力を拡散過程で記述した上で、そのダイナミクスを決めるパラメータの変化から信用力変化を捉えることは可能であると考えられる。特に、観察不可能な別の変数を導入せず、拡散過程の振る舞いのみに基づく内生的メカニズムで信用力の変化を検出するモデルは計算負荷が小さいため、信用力変化の検出方法の改善に貢献できる可能性は大きい。効率的な信用リスク管理手法の考案を目的に、本研究では拡散過程の振る舞いのみに基づき、信用力変化の検出と変化の度合いの数値化を可能とする適切な信用力のモデルは何か、という点を学術的問いとした。

#### 2.研究の目的

本研究では、時間経過と共に値がランダムに変動する拡散過程を用いて企業の信用力の数学 モデルを構築する。モデルの内生的メカニズムで信用力の変化を検出する手法を研究し、その成 果を用いた効率的な信用リスク管理の方法を考案することを目的とする。

- (1)企業の自己資本と負債の関係を記述する拡散過程のダイナミクスを決めるパラメータが、拡散過程の振る舞いのみに基づく内生的なメカニズムで変化するモデルを研究する。市場環境の変化への対応力の違いを考慮するため、業歴の長い大企業とそれ以外の企業を分けて扱う。それぞれのタイプの企業について経済学的な観点から適切な信用力変化の検出メカニズムを探究する。
- (2)各時点において、その時点まで利用可能な市場データと財務諸表のみに基づき、信用力変化時点を検出するモデルのパラメータ推定方法を考案する。
- (3)上記(1)と(2)の応用研究として、本研究のモデルが検出する信用力の変化の度合いを数値化する。信用力の変化を経験した企業のデータ分析に基づき、効率的な信用リスク管理のツールとして、信用力の低下に関するアラームを出す指標を構築する。

#### 3.研究の方法

#### (1) 信用力の変化を捉えるモデルの構築

本研究では、企業のレバレッジ比率(企業総資産価値に占める負債の割合)の変化を記述する拡散過程を用いて、企業の信用力をモデリングした。市場環境の変化への対応が困難となった企業は債務不履行に陥る可能性が高くなり、レバレッジ比率は上昇する。これは、債務の返済能力を表す信用力の低下を意味する。本研究では、企業の市場環境の変化への対応力を考慮した上で、信用力を表す拡散過程のダイナミクスにおける変化を捉えるメカニズムを研究した。

具体的には、業歴の長い大企業とそうでない企業を分けて扱った。業歴の長い大企業は、長期間にかけて高い信用力を維持するための措置を取るのに必要なリソースをもっていると考えられる。そのため、業歴の長い大企業の信用力変化を長期的なプロセスとしてモデリングした。このような企業の信用力の数学モデルとして、長期均衡水準に回帰する性質をもつ拡散過程を用いた。拡散過程が長期均衡水準を上回る(アップクロス)回数によって信用力変化を捉えるメカニズムを研究した。このようなメカニズムを基に、拡散過程のダイナミクスにおいて変化が起こるまでの長期均衡水準、変化を引き起こすアップクロス回数、変化後の均衡水準と変化前の状態に戻る確率を分析した。

短期間で大幅な信用力の変化を経験する可能性があるその他の企業の場合、均衡水準に回帰する性質を必ずしももたない拡散過程を用いて信用力をモデリングした。信用リスクの高い領域とそうでない領域においてパラメータが異なる拡散過程のモデルを基に、債務不履行までに拡散過程がこの二つの領域の境界線を最後に通過する時刻の分布を研究した。この最終通過時刻はそれ以降信用力の回復が不可能となる時点を表す。

#### (2) 信用力の変化を検出するためのパラメータ推定方法

各時点において、その時点まで観測可能な企業の時価総額と貸借対照表上の負債額に基づく 信用力モデルパラメータ推定方法を探究した。具体的には、最尤推定法による計算負荷の小さい 推定方法の確立に注目した。その際、先行研究や実務で用いられている標準的なモデルとの関連 性を分析した上で、本研究の拡散過程モデルが満たすべき条件を探究した。 更に、企業の内在的財務状況を捉える自己資本の真の価値の推定方法を研究した。市場で取引されている株式の市場価値は企業信用力以外の要因の影響を受けることが知られている。株価に反映されている企業の信用力に関する情報を正確に把握するために、企業の発行済株式の真の価値と時価総額を分けて扱う方法を分析した。市場参加者の行動と明確に結びついているメカニズムで変化する株価のモデルを用いて、発行済株式の真の価値の分布の導出とそのパラメータ推定方法の構築に取り組んだ。

#### (3) 信用力変化の数値化と信用リスク管理への応用

上記(1)と(2)の研究成果を基に、企業の信用力低下に関してアラーム機能をもつ指標の構築に取り組んだ。特に、現時点から高い信用力が維持される最後の時点までの期間の長さ、債務不履行に陥る確率、信用力低下後に信用力が回復する確率を研究した。信用力を表す拡散過程のパラメータ変化に伴うこれらの変量の増減に基づき、信用力の変化の度合いを指標として数値化することに取り組んだ。また、負のショックの影響を明示的に考慮する信用力のモデルから得られるデフォルトまでの距離を分析した。デフォルトまでの距離は信用リスクの分析で用いられる指標であり、値が小さければ小さいほど、債務不履行に陥る確率は大きい。負のショックの影響を明示的に考慮するモデルとそうでない標準的なモデルの比較を行い、前者から推定される指標が信用力低下に関してもつアラーム機能を数学的に分析した。

#### 4. 研究成果

本研究では、経済学的観点から妥当なメカニズムで信用力の変化を捉える信用力の拡散過程 モデルを考案した。特に、観察不可能な追加的な変数を導入せず、信用力を表す拡散過程の振る 舞いによって信用力の変化をモデリングした。また、観測可能な市場データと財務諸表のみに基 づく、計算負荷の小さいパラメータ推定方法を確立した。この推定方法によって得られるパラメ ータは信用リスクの観点から解釈可能である。本研究の成果は信用リスク分析方法と管理手法 の改善に貢献していると言える。

(1)業歴の長い大企業に特化した信用力の拡散過程モデルを作成し、信用力変化の検出と変化の度合いの数値化を可能とするメカニズムを考案した。業歴の長い大企業は経済における主要なプレーヤーであり、この種の企業の信用力を分析するモデルは投資家にとって有益なツールである。本研究では、業歴の長い大企業の信用力変化が長期間にわたって起こる点を考慮する信用力のモデルを構築した。特に、時価総額と負債の大小関係を表すレバレッジ比率のダイナミクスに注目した。信用力の変化は、観測可能なデータと明確な関係をもつメカニズムで変化する拡散過程のパラメータによって捉えた。

拡散過程が長期平均を上回る(アップクロス)回数に応じて長期平均自体が変化する内生的メカニズムを用いて、信用力が低下した時点を検出するモデルを作成した。長期平均の変化を引き起こすアップクロス回数、変化前と変化後の長期平均を全てデータから推定するパラメータ推定方法を確立した。更に、変化前と変化後のパラメータを用いて、モデルから検出される変化時点の精度を検証するための方法を考案した。長期平均の変化がもたらす信用力変化の度合いの数値化とデータ分析によって、計算負荷の小さい本モデルが信用力変化の効率的なモニタリング方法を提供することを示した。本研究の成果をまとめた論文は査読付英文学術誌 Journal of Risk に掲載した。

(2)レバレッジ比率を表す一般的な拡散過程に関して、パラメータがある一定の水準(境界線)の上と下の領域において異なる場合、拡散過程が境界線を最後に通過する時刻の分布(ラプラス変換)を明示的に導出した。また、ラプラス変換の式を用いて、最終通過時刻の確率密度関数が計算負荷の小さい方法で推定可能であることを示した。この最終通過時刻以降、境界線の下の領域に入った拡散過程は上の領域へ戻ることができない点は重要である。

上記の数学的結果は、信用リスクの高いと低い領域を分ける境界線の上と下におけるレバレッジ比率のダイナミクスの違いを考慮する拡散過程モデルへ応用可能である。このようなモデルは、拡散過程の位置によってパラメータが変化する内生的なメカニズムで信用力変化を捉えている。この種のモデルを基に、企業の財務諸表や市場データから推定されたパラメータに基づいて計算される最終通過時刻の分布は、高い信用力が維持される最後の時点までの期間の長さの分布を与えるとともに、デフォルト時刻及びデフォルト時における企業総資産価値の分布の推定において有益であることを明らかにした。

(3)負のショックの影響を明示的に考慮する企業総資産価値の拡散過程モデルから計算されるデフォルト距離という指標が信用力低下に関するアラーム機能をもつことを数学的に証明し、この指標によって信用力の変化の度合いを数値化した。企業総資産価値の標準的なモデルから計算されるデフォルト距離との相違点を明示的に示した上で、時価総額と財務諸表データによる本指標の計算負荷の小さい推定方法を考案した。信用力の変化を経験した企業のデータ分析を行い、本指標が効率的な信用リスク管理ツールを提供することを明らかにした。

また、時価総額の価値から発行済株式の真の価値を推定する本研究で考案した方法を用いて、

この二つの価値のうち自己資本としてどちらが用いられたかによって、推定される総資産価値の分散パラメータが異なることを示した。市場参加者の行動を考慮した上で企業の内在的財務状況を表す株式の真の価値は、自己資本の真の価値の変化を捉えることによって信用力の変化を検出する方法を提供する。

#### 5 . 主な発表論文等

「雑誌論文〕 計1件(うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件)

「一根誌には、」には「「「」」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には、「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には「「」」には、「」」には「「」」には、「」」には、「」」には、「」」には、「」」には、「」」には、「」」には、「」には、「	
1.著者名	4 . 巻
Kevkhishvili Rusudan	24
2.論文標題	5.発行年
A new approach to detecting change in credit quality	2022年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Journal of Risk	51 ~ 73
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.21314/J0R.2022.032	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-

# -----〔学会発表〕 計8件(うち招待講演 0件/うち国際学会 3件) 1.発表者名 〔学会発表〕

Kevkhishvili Rusudan

#### 2 . 発表標題

A New Approach to Estimating Loss-Given-Default Distribution

#### 3 . 学会等名

第58回 (2022年度冬季) JAFEE (日本金融・証券計量・工学学会) 大会

# 4.発表年

2023年

#### 1.発表者名

Kevkhishvili Rusudan

# 2 . 発表標題

拡散過程の最終通過時刻とデフォルト時損失率の分布

## 3.学会等名

日本オペレーションズ・リサーチ学会2023年春季研究発表会

#### 4.発表年

2023年

#### 1.発表者名

Kevkhishvili Rusudan

#### 2 . 発表標題

On Decomposition of the Last Passage Time of Diffusions

### 3. 学会等名

SIAM Conference on Financial Mathematics and Engineering (FM23)(国際学会)

# 4.発表年

2023年

1 . 発表者名 Kevkhishvili Rusudan
2 . 発表標題 Last Passage Time and its Applications in Risk Management
3 . 学会等名 The 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics ICIAM 2023(国際学会)
4 . 発表年 2023年
1 . 発表者名 Rusudan Kevkhishvili
2 . 発表標題 A New Approach to Estimating Loss-Given-Default Distribution
3 . 学会等名 SIAM Conference on Financial Mathematics and Engineering (FM21)(国際学会)
4.発表年 2021年
1 . 発表者名 Rusudan Kevkhishvili
2 . 発表標題 A New Approach to Detecting Change in Credit Quality
3 . 学会等名 日本ファイナンス学会第30回記念大会
4.発表年 2022年
1 . 発表者名 Rusudan Kevkhishvili
2 . 発表標題 A Forward-Looking Measure of Credit Risk
3 . 学会等名 日本ファイナンス学会第5回秋季研究大会
4 . 発表年 2023年

1.発表者名 Rusudan Kevkhishvili		
2 . 発表標題 A Forward-Looking Measure of Cred	lit Risk	
3 . 学会等名 第60回 2023年度冬季 JAFEE (日本金		
4 . 発表年 2024年		
〔図書〕 計0件		
〔産業財産権〕		
〔その他〕		
研究者個人サイト https://www.kevkhishvili.com/		
プレプリント "On Decomposition of the Last Passage Time of Diffusions" (M. Egami, R. Kevkhishvili) [arXiv上で公開] "A Forward-Looking Measure of Credit Risk" (M. Egami, R. Kevkhishvili) [SSRN上で公開]		
6.研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
7.科研費を使用して開催した国際研究集会		
〔国際研究集会〕 計0件		

相手方研究機関

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国