

令和 5 年 6 月 2 日現在

機関番号：32612

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2021～2022

課題番号：21K19764

研究課題名（和文）グリーン関数の求まらない形状の領域における境界要素法

研究課題名（英文）Boundary element method for domains whose Green's function is not available

研究代表者

飯盛 浩司（Isakari, Hiroshi）

慶應義塾大学・理工学部（矢上）・講師

研究者番号：50638773

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 4,900,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、測度無限大の境界を有する領域（半無限領域や層状領域など）で定義された波動散乱問題を対象とし、グリーン関数が求まらない場合においても利用可能な汎用的な境界要素法の開発を行った。具体的には、層ポテンシャルとゾンマーフェルト積分の両方を用いるハイブリッド積分表現に基づく間接型境界要素法において、見かけの固有値問題を回避する方法論を構築し、従来よりも高信頼かつ高精度な算法を実現した。さらに、半無限境界が局所的に摂動している場合（いわゆるキャビティ散乱）を取り扱うためのハイブリッド積分法を新たに開発し、開放型共鳴の数値計算へと応用した。提案手法により次世代の波動制御の可能性を拓いた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

境界要素法の古くから続く研究の主流は、個々の問題に対する適切なグリーン関数の解析的な評価・高速な数値計算を基礎とする各々の問題に特化した高度な算法を構築するというものである。本研究は、グリーン関数が求まらない場合においても利用可能な汎用的な方法の構築をおこなった。特に、キャビティ散乱問題を高精度・高速に解くことのできるシンプルな境界要素法の開発に成功したことは計算科学の分野において学術的に意義深い。また、同問題はセンシングなどの分野において多くの応用を有することから、本研究で開発した新しい境界要素法は工学的にも利用価値の高いものであると考えられる。

研究成果の概要（英文）：In this study, we investigated a novel boundary element method (BEM) that is capable of solving the wave scattering problem defined in a domain with boundaries of infinite measure (e.g. semi-infinite and layered domains, etc). The proposed method is applicable even when the underlying Green's function is not available. Specifically, based on the recently proposed indirect BEM that utilises both the layer potential and the Sommerfeld integral, we developed a new BEM that circumvents the fictitious eigenvalue problem. It is found that our method equips higher reliability and provides more accurate solutions than the original one. In addition, we modified our formulation to deal with the case where the semi-infinite boundary is locally perturbed (so-called cavity scattering) and applied the modified BEM to open resonance simulation. We think that our study paved a new way to design devices that realises novel wave controlling.

研究分野：計算科学

キーワード：グリーン関数 キャビティ散乱 境界要素法 共鳴

## 1. 研究開始当初の背景

境界要素法は波動散乱問題の優れた数値解法である。領域境界で定義される積分方程式（**境界積分方程式**）から放射条件を満足する数値解を得ることができるため、問題が無限遠を含む領域で定義される場合に特に威力を発揮する。一方で、例えば半無限領域や層状領域など、領域境界の測度が無限大となる場合には境界積分方程式の積分範囲が有限でなくなり、素朴には境界積分方程式を計算機で解くことはできなくなる。このような問題に対しては、速度無限大の境界で課された境界条件を満たす**グリーン関数の重ね合わせ**で表現した解から境界積分方程式を導出し、これをもとに境界要素法を実装することが一般的である。したがって、これまでの研究の主流は、個々の問題に対する適切なグリーン関数を解析的に求め、その高速な数値計算法を構築し、各々の問題に特化した境界要素法を開発するというものであった。

一方で、グリーン関数を求めることは一般には難しく、定式化がうまくいく場合には高精度かつ高速な算法を実現することができるものの、他の手法と比較した場合に汎用性は劣ってしまう。境界要素法の適用範囲を拡大し先進的な波動制御を実現するためには、グリーン関数が求まらない問題に対する境界要素法を実現することが必要であると考えられる。以上が研究開始当初の背景である。

## 2. 研究の目的

研究開始当初は、グリーン関数の代替として散乱行列（S行列）の利用を考えていた。すなわち、当初の主たるアイデアは、測度無限大の境界と散乱体の相互作用を記述するフーリエ積分を円筒波展開することでS行列を求め、これに基づく境界要素法を構築するというものであった。このようなアイデアに基づき、研究初年度には2次元半無限領域で定義されたヘルムホルツ方程式の境界値問題に対し、S行列に基づく境界要素法を開発した。しかし、構築した手法がゾンマーフェルト積分で解を表現する古典的な方法と本質的には同一であること、円筒波展開の性質が悪く、古典的な手法と比較してかえって精度の悪化を招く場合があることが明らかとなった。そこで改めて文献調査を行ったところ、本研究で対象とする問題に対し、基本解を核にもつ層ポテンシャルとゾンマーフェルト積分の双方を用いるハイブリッド積分表現に基づく境界要素法（Lai et al, Applied and Computational Harmonic Analysis, 2018）が有望であることが明らかとなった。一方で、Lai et al の積分表現はいわゆる見かけの固有値を持ち、その信頼性が十分でないこと、算法の精度と効率をコントロールする重要なパラメータである層ポテンシャルならびにゾンマーフェルト積分の打ち切り基準の設定法が明らかではないことも同時に明らかとなった。そこで、グリーン関数の求まらない領域の形状における境界要素法を開発するという当初の目標はそのままに、ハイブリッド積分表現に基づく方法の高精度化ならびにその適用範囲の拡大に本研究の目的を変更した。

## 3. 研究の方法

はじめに、Lai et al の積分表現のうち、有限の大きさの散乱体からの散乱場の積分表現をBurton-Miller型積分（すなわち、一重層ポテンシャルと二重層ポテンシャルの線形結合）に置き換えることを検討した。また、その結合定数の選定についても検討した。次に、前述のパラメータの合理的な設定について検討するため、種々の半無限散乱を様々な設定の下で網羅的に解き、その精度について調査を行った。

上述の二点の検討にあたっては、精度検証のため従来法（鏡像法；すなわち、グリーン関数を用いる境界要素法）でも解析可能な問題として、2次元ヘルムホルツ方程式のノイマン問題を対象とした。ハイブリッド積分表現に基づく境界要素法を実装し、鏡像法に基づく従来型境界要素法との解の比較を行った。

最後に、提案法の適用範囲拡大を目指し、鏡像法では取り扱うことのできない問題の例として、いわゆる**キャビティ散乱**のためのハイブリッド型境界要素法を開発を行った。例えば、窪みの存在する「地面」からの波動散乱を考える場合には、窪み（以降、キャビティと呼ぶ）が「鏡」の内部に侵入していることから鏡像法を用いることができない。また、オリジナルのハイブリッド積分表現を用いてこれを解析することも不可能である。ここでは、対象とする領域を、窪みを含む有界領域と残りに分け、内部では通常の積分表現、外部ではハイブリッド積分表現により解を表し、これらの境界での解の連続性から境界積分方程式を導出することを検討した。提案法に基づく数値計算コードを実装し、解の精度の検証を行った。ここでは、境界条件の満足度を指標として提案法の精度を確認した。さらに、実用応用上重要であると考えられるキャビティの周辺で共鳴が起こるような設定での数値計算を実行した。

#### 4. 研究成果

以下に本研究で得られた成果を示す。図1に示すような二次元の上半空間に散乱体が存在す

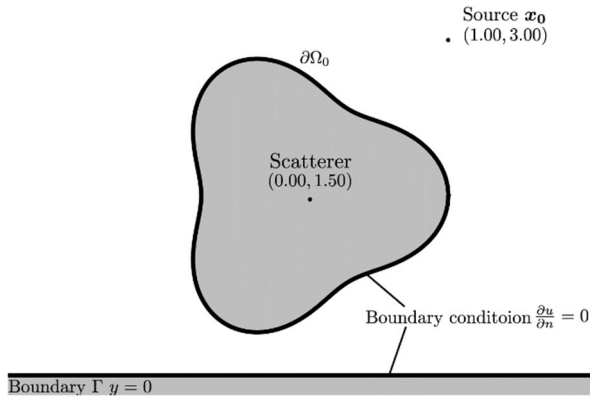


図1： 半無限散乱の例題

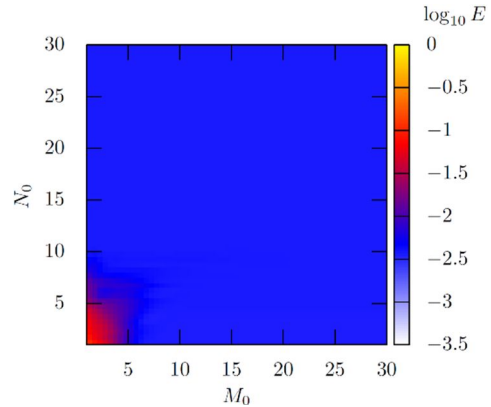


図2： 精度検証の結果

る場合を考える。散乱体外部に配置した角周波数  $\omega = 10$  で調和振動する点波源が半無限境界および散乱体表面で完全反射するという条件の下で波動散乱解析を実行した。図2に、前述のパラメータ ( $M_0$ : 層ポテンシャルの打ち切り,  $N_0$ : ゾンマーフェルト積分の打ち切り) を様々に変更させながら得た解の鏡像法のそれに対する相対誤差を示す。本結果ならびにその他に実行した種々の数値計算の結果から、層ポテンシャルは点源と散乱体を覆う長方形のサイズ程度、ゾンマーフェルト積分は角周波数程度でそれぞれ打ち切ることによって数値計算の効率と精度を両立させることができると結論された。

次に、従来法では解けない問題の例として、キャビティ散乱の結果を図3, 4に示す。図3

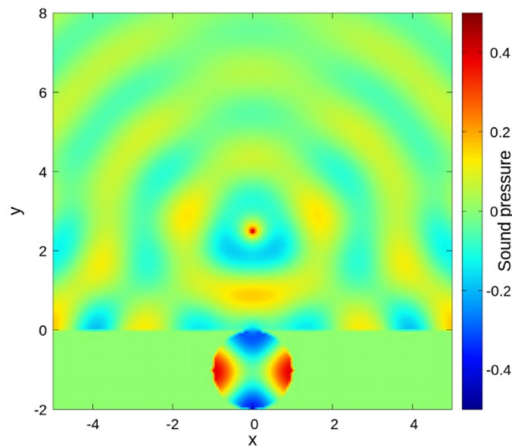


図3： キャビティにおける共鳴

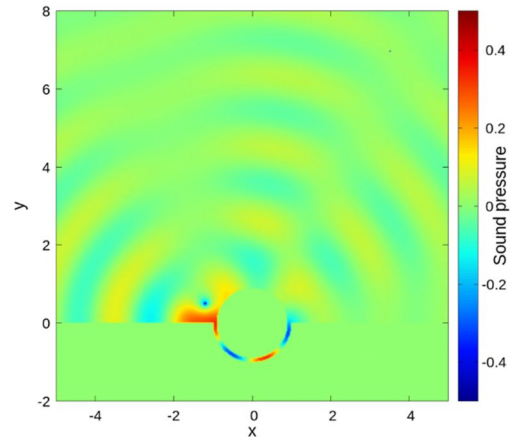


図4： 導波路

においては、上半空間と下半空間に配置した半径1.0のキャビティが幅0.1のスリットを介して接続された領域に媒質が満たされている。(2.5, 0.0)に配置した点波源からの波が、ある特定の周波数においてキャビティ内に局在している様子が観測され、キャビティがヘルムホルツ共鳴器のような働きをしていることが分かる。図4においては、上半空間と半径1の下半円(キャビティ)が接続されており、さらに半径0.9の剛な散乱体が配置された領域に媒質が満たされている。ある特定の周波数入射において、キャビティと散乱体の間の狭い領域に波が伝わり、あたかも導波路のようなふるまいをする様子が観測できる。

以上のように、本研究では、層ポテンシャルとゾンマーフェルト積分の双方を用いるハイブリッド積分表現に基づく高信頼でシンプルな方法の開発に成功した。また、開発した手法はキャビティによる開放型共鳴のような複雑な波動現象の解析に資することも確認できた。当初予定していたS行列に基づく境界要素法の実現はならなかったが、当初の目的であるグリーン関数の求まらない領域における境界要素法の可能性を拓くことができた。特に、半無限空間のキャビティによる開放型共鳴はセンシングなどの分野において多くの応用を有し、工学的に利用価値の高い方法論を構築することができたことから、本研究の結果は挑戦的研究(萌芽)として十分な成果であると考えている。なお、本研究の内容をまとめた論文は現在査読中であり、その原稿はプレプリントサーバ(arXiv)から入手可能である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 0件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Riku Toshimitsu, Hiroshi Isakari	4. 巻 -
2. 論文標題 A Burton-Miller-type boundary element method based on a hybrid integral representation and its application to cavity scattering	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.48550/arXiv.2305.15815	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 利光陸, 飯盛浩司
2. 発表標題 2次元半無限空間におけるGreen関数を用いない間接型境界要素法による波動散乱解析
3. 学会等名 第28回計算工学講演会
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------