

令和 5 年 6 月 20 日現在

機関番号：32660

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2021～2022

課題番号：21K20335

研究課題名（和文）ホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応とその応用

研究課題名（英文）Riemann-Hilbert correspondence for holonomic D-modules and its application

研究代表者

伊藤 要平 (Ito, Yohei)

東京理科大学・理学部第二部数学科・助教

研究者番号：90909409

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,000,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の主題はホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応の確立とその応用でした。それらに関して以下の2つの研究成果を得ました。

- (1) ホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応を用いて柏原氏によるレギュラーホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応の別証明を与えた。
- (2) 実構成可能的拡大帰納層(R-constructible enhanced ind-sheaf)の三角圏と実構成可能的拡大副解析層(R-constructible enhanced subanalytic sheaf)の三角圏が圏同値であることを示せた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応は柏原氏によるレギュラーホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応の一般化であった。しかしながら、ホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応から柏原氏によるレギュラーホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応を証明した文献は見当たらない。今回、研究結果(1)によりそれを与えることができた。

また、実構成可能的拡大帰納層の三角圏と実構成可能的拡大副解析層の三角圏が圏同値であることを証明した文献は見当たらなかったが、研究成果(2)としてそれを与えることができた。

研究成果の概要（英文）：The main subject of this study was the establishment of the Riemann-Hilbert correspondence for holonomic D-modules and its application. I obtained the following two results.

- (1) I obtained another proof of the Riemann-Hilbert correspondence for regular holonomic D-modules of Kashiwara by using the Riemann-Hilbert correspondence for holonomic D-modules.
- (2) I proved that there exists an equivalence of triangulated categories between the triangulated category of R-constructible enhanced ind-sheaves and the one of R-constructible enhanced subanalytic sheaves.

研究分野：代数解析学

キーワード：代数解析学 D加群 リーマン・ヒルベルト対応 Riemann-Hilbert対応

1. 研究開始当初の背景

柏原氏による確定特異点型Riemann-Hilbert対応[M.Kashiwara, Publ.Res.Inst.Math.Sci., 20(2), 319-365, 1984.]を、確定特異点型とは限らない一般のホロノミーD加群の場合に拡張する問題、すなわち不確定特異点型Riemann-Hilbert対応を確立するという問題がある。

この問題に対して、A.D'AgnoIo氏と柏原氏は、柏原氏とP.Schapira氏による帰納層(ind-sheaf)の理論と望月拓郎氏やS.Kedlaya氏による高次元版の福原-Levelt-Turrittin理論(常微分方程式の標準形の理論)を踏まえた上で、拡大帰納層(enhanced ind-sheaf)の理論を導入し、ホロノミーD加群のなす三角圏から実構成可能的拡大帰納層(R-constructible enhanced ind-sheaves)のなす三角圏への忠実充満関手Sを構成した[A.D'AgnoIo, M.Kashiwara, Inst.Hautes Etudes Sci., 123,69-197, 2016.].その後、望月氏はその忠実充満関手Sを曲線テスト(curve test)という方法で特徴付けた[T.Mochizuki, Annales scientifiques de l'ENS,2022].さらに、[Y.Ito, Tsukuba journal of Mathematics, 44(1), 155-201, 2020.]ではその忠実充満関手Sの本質的像に属する対象が滑層分割(stratification)を用いて特徴付けられた。しかしながら、その滑層分割を用いた特徴付けは柏原氏の確定特異点型Riemann-Hilbert対応の別証明を与えられていないという点で不十分であった。

このような背景のもと、「ホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応の確立とその応用」について研究を行った。

2. 研究の目的

本研究の主題は「ホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応の確立とその応用」であり、その目的は主に次の2つであった。

(1) 上記の忠実充満関手Sの本質的像の特徴付けを与え、さらにその特徴付けを用いて柏原氏の確定特異点型Riemann-Hilbert対応に別証明を与えること。

(2) ホロノミーD加群のフーリエ変換の研究やリー群の表現論へ応用すること。

3. 研究の方法

(1)について

[Y.Ito, Tsukuba journal of Mathematics, 44(1), 155-201, 2020.]で得られた滑層分割による特徴付けの改良を試みる。すなわち、滑層分割による特徴付けを改めて考察し直すことから始める。もし上手くいかない場合はターゲットカテゴリーを別のものに取り替えて考察するという方法を試す。

(2)について

Lie群の表現論への応用のために、低空間にリー群が作用している場合に、(1)で得られた特徴付けとG同変性の関係性を明らかにする。例えば、上記の忠実充満関手SがG同変性を保つかなどを考察する。G同変な拡大帰納層は定式化から考える必要があるので順を追って考察する。

4. 研究成果

(2)に関するまとまった研究成果を得ることはできませんでしたが、(1)に関して以下の2つの研究成果を得ました。

ホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応を用いて柏原氏によるレギュラーホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応の別証明を与えた。詳細は以下の通りである。

[Y.Ito, C-Constructible Enhanced Ind-Sheaves, Tsukuba journal of Mathematics, 44(1)]では、層の三角圏から拡大帰納層の三角圏への標準的な埋め込み関手および逆向きの関手が複素構成可能性を保つことを柏原氏の確定特異点型Riemann-Hilbert対応を用いて証明しました。ところが、それは確定特異点型Riemann-Hilbert対応を用いずに証明できることがわかりましたので、その結果とホロノミーD加群に対するRiemann-Hilbert対応を用いて柏原氏の確定特異点型Riemann-Hilbert対応を証明することができました。つまり、[Y.Ito, C-Constructible Enhanced Ind-Sheaves, Tsukuba journal of Mathematics, 44(1)]における滑層分割による特徴付けを改良することなく、柏原氏の確定特異点型R-H対応の別証明を与えることができました。そして、この事に関する論文(発表論文[1])を執筆しました(現在投稿中)。

実構成可能的拡大帰納層(R-constructible enhanced ind-sheaf)の三角圏と実構成可能的拡大副解析層(R-constructible enhanced subanalytic sheaf)の三角圏が圏同値であることを示せた。

申請時点で、実構成可能的拡大帰納層(R-constructible enhanced ind-sheaf)の三角圏と実構成可能的拡大副解析層(R-constructible enhanced subanalytic sheaf)の三角圏が圏同値であることをある程度示せていましたので、それに関する論文(発表論文1)を執筆しました(現在投稿中)。この論文を執筆し終えることで、A.D' Agnolo氏と柏原氏により論文「Riemann-Hilbert correspondence for holonomic D-modules, Publ. Math. Inst. Hautes Etudes Sci., 2015.」の主結果と柏原氏による論文「Riemann-Hilbert correspondence for irregular holonomic D-modules, Japan J. Math., 2016.」の主結果の関係性を理解することができました。

<発表論文>

[1] Note on Relation between Enhanced Ind-Sheaves and Enhanced Subanalytic Sheaves, arXiv:2109.13991, 84 pages.

[2] Another proof of the Riemann-Hilbert Correspondence for Regular Holonomic D-Modules, arXiv:2301.01138, 19 pages.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------