

令和 5 年 6 月 1 日現在

機関番号：17102

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2021～2022

課題番号：21K20338

研究課題名（和文）計数時系列解析における分散不均一モデルからの新展開

研究課題名（英文）New developments from heteroskedastic models in non-negative integer-valued time series analysis

研究代表者

後藤 佑一（Goto, Yuichi）

九州大学・数理学研究院・助教

研究者番号：90907073

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,800,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、ARMA-GARCH modelに対応するモデルを計数時系列解析へ導入するため、条件付き期待値だけでなく条件付き分散にも自己回帰構造を取り入れたモデルを提案した。このモデルの未知パラメータは、二段階で推定することが出来、一致性と漸近正規性を証明した。このモデルは、今までに提案されていなかった他の検定問題にも適用することが出来ることも明らかになった。具体的な誤差分布を考えた時のモデルの定常性を示すことにてこずっていたが、解決の糸口を発見することが出来た。これらの内容は、準備が出来次第、国際誌へ投稿予定である。さらに、4本の論文を国際誌へ出版し、国内外の学会で発表をした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の学術的意義として、計数時系列のモデリングの柔軟性が広がることが挙げられる。実際、ARMA-GARCHモデルは、実証研究にも用いられている実用的なモデルである。さらに、条件付き分散不均一性がINGARCHモデルでは正しく表現できていないため、条件付き分散不均一性を正しく考慮したモデルであるという点にも学術的な価値がある。研究期間中に出版した論文のうちのひとつは、統計のトップジャーナルである。

研究成果の概要（英文）：In this project, we proposed a model that incorporates an autoregressive structure not only for the conditional expectation but also for the conditional variance in order to introduce a model corresponding to the ARMA-GARCH model to counted time series analysis. The unknown parameters of this model can be estimated in two steps, and their consistency and asymptotic normality are proved. We found that the model can be applied to other testing problems that have not been proposed before. Although we had struggled to show the stationarity of the model, we were able to find clues. These contents will be submitted to an international journal as soon as they are ready. In addition, four papers were published in international journals and presented at domestic and international conferences.

研究分野：時系列解析

キーワード：計数時系列 分散不均一性 一致性 漸近正規性

1. 研究開始当初の背景

Poisson INGARCH モデルは, Ferland et al. (2006, J. Time Ser. Anal.)により導入されたモデルであり, Poisson 分布の強度関数に自己回帰構造を入れて定義される. これは, GARCH モデルの計数時系列版である. その後, 負の二項分布や一般化ポアソン分布, ゼロ過剰分布などに対する INGARCH モデルが提案されている. ポアソン分布は平均と分散が一致する equi-dispersion 性を持っているがポアソン分布以外の分布はその性質を持たない. 従って, Poisson 分布以外に対する INGARCH モデルに対しては, 条件付き期待値に対する自己回帰モデルとなり, 条件付き分散不均一性をうまく表現できないという問題点がある. さらに, Goto & Fujimori (2023, Stat. Sin.)では条件付き分散の検定を提案しているが, 期待値に入っていない分散のパラメータは, 既知にしなければならない. すなわち, INGARCH モデルと INAR モデルを同一のフレームワークで取り扱うことが出来ない. ここで, INAR モデルとは, Thinning operator を用いた計数時系列に対する AR モデルのことである.

2. 研究の目的

1, 研究開始当初の背景に挙げた問題点を解決することが目的である. それを解決するために, 計数時系列に対して, ARMA-GARCH モデルの構造を取り入れたモデル, すなわち, 条件付き期待値と条件付き分散にそれぞれ自己回帰構造を持つモデルを提案する. そして, この提案モデルに対して, (1) 未知母数の推定, (2) 検定理論, (3) モデル選択理論の構築を目標とした.

3. 研究の方法

(1)に対しては, 推定量の強一致性と漸近正規性を示すことを具体的な目標とし, 推定量は2段階で推定する. まず, ポアソン疑似尤度又は M-推定量を用いて, 条件付き期待値に含まれる未知母数を推定する. 次に, 条件付き分散のみに含まれる未知パラメータは, 第一段階で推定した推定量を挿入してから最小二乗法で推定をする.

(2)に対しては, 検定統計量の帰無分布と検定の一致性を示すことを目標とし, 構造変化検定と条件付き分散の検定を考える. 構造変化検定では, Wald 型統計量に基づく検定手法は検定のサイズに歪みが生じることが知られているため, スコア型及び残差型 CUSUM 検定を提案統計量とする. マルチンゲール差分に対する関数中心極限定理を用いて定理を証明する. 条件付き期待値及び分散の検定に対しては, 残差型の検定統計量を提案する. マルチンゲール差分に対する中心極限定理を用いて定理を証明する.

(3)に対しては, AIC を特殊例として含む竹内情報量基準(TIC) を考える. すなわち, 真のモデルがパラメトリックモデルに含まれない場合である. 未知母数の推定量を挿入した対数尤度の期待値とその期待値の推定量の誤差(バイアス)を評価する. さらに, 代表的なモデルに対する TIC には次数選択の一致性がないことが知られているため, 提案モデルに対する TIC についてもそれを示す. その方法として, Taylor 展開を用いてバイアスを評価する. さらに, 次数の推定量の漸近分布を示すことで次数選択の一致性がないことを証明する.

4. 研究成果 2. 研究の目的で述べた提案モデルに対して, 3.の方法で強一致性と漸近正規性を証明することが出来た. 証明の概略は以下である. 条件付き期待値に入っているパラメータを M-推定量で推定する. ここで, 初期値の影響は漸近的に無視できることに注意する. すると, Goto & Fujimori (2023, Stat. Sin.)の定理を適用することが出来, 条件付き期待値に入っているパラメータの強一致性と漸近正規性を得ることができる. 次に, 条件付き分散のみに入っているパラメータに対しては, 条件付き期待値に入っているパラメータは M-推定量に置き換えて, 再度, M-推定量を用いて推定する. そうすることで, 同様な流れで, 条件付き分散に入っているパラメータの強一致性と漸近正規性を示すことが出来る. モデルの定常性の証明に長いこと時間がかかってしまったが, ようやく証明の糸口が見つかった. これらの内容は, 準備が出来, 国際誌へ投稿する予定である.

その他の実績として, 4件の論文が国際誌に受理された. 各論文の概要を以下で述べる.

(1) 計数時系列に対する変化点検出に関する論文

これまで, 低次数の INGARCH モデルや分布ごとに変化点検出の論文が書かれており, 多くの論文は帰無分布の導出のみにとどまっている. そこで, 本論文では, 分布を仮定せず INGARCH(p,q)モデルに対して, 変化点検出問題を取り扱った. Wald 型, score 型, 残差型の3つの検定統計量に対して, 帰無分布の導出と一致性の証明をしている. 未知母数は M-推定を用いて, 推定している. Wald 型統計量に基づく検定はサイズの歪みが生じることが, Lee & Lee (2019, Ann. Inst. Statist. Math.)で指摘されているが, 具体的な理由に対して言及されてい

なかった。本論文でサイズの歪みは、小標本のみを使用した際の未知母数の推定量の不安定性に起因するものであることを突き止めた。

(2) 時系列分散分析における one-way モデルに対する固有効果及びランダム効果の存在の検定に関する論文

時系列データにおける分散分析の既存研究(Nagahata & Taniguchi, 2018, Metron)では、群間独立を仮定しており、この仮定は、実データにおいて、満たさないことが多い。本論文では、群間相関を許した枠組みで、one-way モデルに対する固有効果及びランダム効果の存在の検定を提案した。検定統計量のアイデアは以下である。既存研究の検定統計量は、リスケールした between-groups sum of squares を各グループに対して足し上げた統計量であり、群間独立により、漸近的にカイ二乗分布へ収束する。しかし、群間相関を認めた場合は、異なるグループに対する between-groups sum of squares に相関が生まれてしまい漸近的にカイ二乗分布へ収束しなくなってしまう。そこで、すべての群に対する between-groups sum of squares を並べて、そのベクトル全体をリスケールすることで、カイ二乗分布への収束を取り戻した。さらに、検定の一致性を示し、近接仮説の下での非自明な検出力の評価を行った。

実データ解析では、日本の商社、自動車と通信という3つの業種にそれぞれ属する会社に対して、提案検定を適用し、p-値 0.06 を得た。この結果は、業種の影響を考慮するべきであると解釈することが出来る。この結果は、ポートフォリオ理論の unsystematic risk の重要性を裏付けるものである。

(3) 時系列分散分析における two-way モデルに対するランダム効果及び交互作用の存在の検定に関する論文

本論文では、群間相関を許した枠組みで、two-way モデルに対するランダム効果及び交互作用の存在の検定を提案した。提案検定量の漸近帰無分布の導出、検定の一致性を示し、近接仮説の下での非自明な検出力の評価を行った。実データ解析では、国と業種のセルを考え、ランダム効果と交互作用を調べた。国でのランダム効果は認められなかったが、業種のランダム効果を確認することが出来た。国と業種の交互作用は確認することができなかった。

(4) 分布を特長付けるスペクトルに対する統計理論

既存のスペクトル密度関数は、定常過程の2次モーメントを特徴づけるものである。しかし、非ガウス過程に対しては、分布の情報が落ちてしまっている。具体的な問題として、(1) ホワイトノイズと無相関時系列モデルを既存のスペクトルから区別することが出来ない、(2) 裾が重い時系列モデルに対しては定義すら出来ない。そこで、Dette et al. (2015, Bernoulli)で提案されたコピュラスペクトル密度を考える。この新しいスペクトルは、定常過程の2次元結合分布を特徴づけ、これらの問題を解決する。密度関数を推定するにはカーネル法を用いるが、収束オーダーが遅く、バンド幅の選択が必要となってしまう。これを避けるために、周波数について積分されたコピュラスペクトル密度関数を考える。そうすることで、収束オーダーが回復し、バンド幅の選択の必要がなくなる。この量に対して、弱収束を示した。この定理の応用として、サブサンプリング手法を用いて、一様信頼区間、裾対称性検定、時間可逆性の検定を構築した。一様信頼区間は temporal dependence の確認に利用することが出来る。裾対称の検定は、リスク管理や投資戦略において重要である。時間可逆性の検定は、景気循環モデルと深く関わっている。実データ解析として、S&P500 と CAC40 に適用した。ある期間では時間可逆性と裾対称性の両方が棄却された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Goto Yuichi, Kley Tobias, Van Hecke Ria, Volgushev Stanislav, Dette Holger, Hallin Marc	4. 巻 50
2. 論文標題 The integrated copula spectrum	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 The Annals of Statistics	6. 最初と最後の頁 3563,3591
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1214/22-aos2240	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Goto Yuichi, Suzuki Kotone, Xu Xiaofei, Taniguchi Masanobu	4. 巻 75
2. 論文標題 Tests for the existence of group effects and interactions for two-way models with dependent errors	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Annals of the Institute of Statistical Mathematics	6. 最初と最後の頁 511 ~ 532
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10463-022-00853-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Goto Yuichi, Arakaki Koichi, Liu Yan, Taniguchi Masanobu	4. 巻 32
2. 論文標題 Homogeneity tests for one-way models with dependent errors under correlated groups	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 TEST	6. 最初と最後の頁 163 ~ 183
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11749-022-00828-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Goto Yuichi	4. 巻 -
2. 論文標題 Tests for a structural break for non-negative integer-valued time series	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Research Papers in Statistical Inference for Time Series and Related Models: Essays in Honor of Masanobu Taniguchi	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計18件(うち招待講演 15件/うち国際学会 10件)

1. 発表者名 Y. Goto, X. Xu, K. Suzuki., and M. Taniguchi
2. 発表標題 ests for the existence of group effects and interactions for two-way models with depend-ent error
3. 学会等名 Mathematical Society of Japan Spring Meeting 2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto
2. 発表標題 time series analysis related to spectra
3. 学会等名 Statistics Seminar, Kyushu Univ. (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto, Kley, T., Hecke, R. V., Volgushev, S, Dette, H., Hallin, M.
2. 発表標題 Integrated copula spectrum with applications to tests for time-reversibility and tail symmetry
3. 学会等名 Mathematical Society of Japan Autumn Meeting 2022, Hokkaido Univ., Special lecture (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto, T. Kaneko, S. Kojima, M. Taniguchi
2. 発表標題 Likelihood Ratio Processes under Non-Standard Settings
3. 学会等名 Waseda mini-workshop, Recent development on time series analysis and related topics, Waseda Univ. (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto, K. Arakaki, Y. Liu, and M. Taniguchi
2. 発表標題 Homogeneity tests for one-way models with dependent errors under correlated groups
3. 学会等名 Waseda International Symposium “Topological Data Science, Causality, Analysis of Variance & Time Series” dedicated to Professor Taniguchi's retirement, Waseda University. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto, Suzuki. K., Xu, X., and M. Taniguchi
2. 発表標題 Tests for the existence of group effects and interactions for two-way models with dependent errors
3. 学会等名 Otsu Seminar “Recent Developments in Time Series and Related Topics” In honor of Professor Masanobu Taniguchi on the occasion of his retirement, Biwako Hotel. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto, M. Taniguchi
2. 発表標題 Discriminant analysis based on binary time series
3. 学会等名 The 5th International Conference on Econometrics and Statistics, Ryukoku University. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto, Kley, T., Hecke, R. V., Volgushev, S, Dette, H., Hallin, M.
2. 発表標題 Integrated copula spectrum with applications to tests for time-reversibility and tail symmetry
3. 学会等名 Rome-Waseda Time Series Symposium, Tor Vergata University of Rome (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1 . 発表者名 Y. Goto, Kley, T., Hecke, R. V., Volgushev, S, Dette, H., Hallin, M.
2 . 発表標題 Integrated copula spectrum with applications to tests for time-reversibility and tail symmetry
3 . 学会等名 Statistics Seminar, University of Maryland (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2022年

1 . 発表者名 Y. Goto, K. Arakaki, Y. Liu, and M. Taniguchi
2 . 発表標題 Homogeneity tests for one-way models with dependent errors under correlated groups
3 . 学会等名 Bologna-Waseda Time Series Workshop, University of Bologna (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2022年

1 . 発表者名 Y. Goto, Kley, T., Hecke, R. V., Volgushev, S, Dette, H., Hallin, M.
2 . 発表標題 Integrated copula spectrum with applications to tests for time-reversibility and tail symmetry
3 . 学会等名 Data Science Workshop, Tohoku University. (招待講演)
4 . 発表年 2023年

1 . 発表者名 Y. Goto, X. Zhang, B. Kedem, S. Chen
2 . 発表標題 The existence and uniqueness of lagged spectrum
3 . 学会等名 Kanazawa Seminar, Hotel Kanazawa (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2023年

1 . 発表者名 Y. Goto, H.K. Solvang, M. Taniguchi
2 . 発表標題 A subsampling-based test to detect interregional differences among small-sample time series in marine study
3 . 学会等名 IMR-Waseda Workshop, Advances in pragmatic computational methodologies for fish stock assessment, human impact, and environmental factor on marine ecosystems, Institute of Marine Research (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2023年

1 . 発表者名 Y. Goto, K. Suzuki, X. Xu, and M. Taniguchi
2 . 発表標題 Tests for the existence of group effects and interactions for two-way models with dependent error
3 . 学会等名 Mathematical Society of Japan Spring Meeting 2022. Saitama Univ.
4 . 発表年 2022年

1 . 発表者名 Y. Goto, K. Arakaki, Y. Liu, and M. Taniguchi
2 . 発表標題 Homogeneity tests for one-way models with dependent errors
3 . 学会等名 Mathematical Society of Japan Autumn Meeting 2021. Online
4 . 発表年 2021年

1 . 発表者名 Y. Goto, K. Suzuki, X. Xu, and M. Taniguchi
2 . 発表標題 Tests for the existence of group effects and interactions for two-way models with dependent errors
3 . 学会等名 Otsu Seminar “Recent Developments in Time Series and Related Topics” In honor of Professor Masanobu Taniguchi on the occasion of his retirement, Biwako Hotel. (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto, K. Arakaki, Y. Liu, and M. Taniguchi
2. 発表標題 Homogeneity tests for one-way models with dependent errors under correlated groups
3. 学会等名 Waseda International Symposium "Topological Data Science, Causality, Analysis of Variance & Time Series" dedicated to Professor Taniguchi's retirement, Waseda Uni-versity. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Y. Goto, K. Arakaki, K. Suzuki, X. Xu, Y. Liu, and M. Taniguchi
2. 発表標題 Hypothesis tests for one- and two-way models with dependent errors
3. 学会等名 Data Science Workshop, Tohoku University. (招待講演)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

個人ホームページ https://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~yuichi.goto/

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
カナダ	University of Toronto			
ドイツ	Georg-August-Universitat Gottingen	Ruhr-Universitat Bochum		
ベルギー	Universite libre de Bruxelles			
中国	Wuhan University			