

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年6月7日現在

機関番号：12604

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2010～2012

課題番号：22300273

研究課題名（和文） 社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究

研究課題名（英文） Study on fostering the competency of making decisions by using mathematics in the social context

研究代表者

西村 圭一（NISHIMURA KEIICHI）

東京学芸大学・教育学部・准教授

研究者番号：30549358

研究成果の概要（和文）：

本研究は、わが国の子どもに、「数学的論拠に基づいて、事象を分析、解釈し、意志決定する能力」である「数学的判断力」の育成することを目的としたものである。数学的判断プロセスを規定し、数学的判断力に関する実態調査を実施するとともに、数学的判断におけるプロセス能力の水準化や、そのプロセス能力と数学の内容・選択支援・社会的価値観・他者との相互作用の五つの軸によって構成される授業の枠組みを作成した。そして、小・中・高校で実験授業を実施し、その有効性について実証的に検討した。

研究成果の概要（英文）：

The purpose of this study was to foster “the competency of making decisions by using mathematics” among the students in Japan. This means analyzing and interpreting a situation, and making decision based on mathematical evidence. We identified a math-based judgment process, assessed the competency of the Japanese students, and developed levels of that. In addition, we developed a lesson framework that was composed of process skills, mathematical contents, mathematical support tool of choice, social values, and interaction with other students. Also, we taught eleven lessons in several elementary, junior and senior high schools, and afterwards examined the effectiveness empirically.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	3,800,000	360,600	4,160,600
2011年度	3,900,000	1,170,000	5,070,000
2012年度	4,000,000	1,200,000	5,200,000
年度			
年度			
総計	11,700,000	2,730,600	14,430,600

研究分野：数学科教育学

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学

キーワード：判断力，意志決定，数学的リテラシー，数学的モデル化

1. 研究開始当初の背景

数学は、程度の差はあっても、脱文脈化や一般化を志向する。他方、情報化やグローバル化が一層進み、「知識基盤社会」とよばれる現代社会では、こうした学問としての数学

の志向性とはむしろ逆に、文脈にそって数学を選択し、的確な解釈や判断を行う能力が重視される傾向にある。実際、こうした傾向は、近年、国内外で実施されている各種の調査にも反映されている。また、欧米のいくつかの

国の算数・数学教育では、社会的文脈の問題の提示から、数学的処理、判断の伝達までのすべての段階で ICT を利用した、問題解決型の学習が実現されている。この点に関しては、日本の算数・数学教育は大きく遅れをとっていた。

2. 研究の目的

本研究では、「数学的判断力」を「数学的判断プロセスをたどりながら、数学的論拠に基づいて、事象を分析、解釈し、意志決定する能力」と規定した上で、数学的判断力の概念の明確化やその枠組みの具体化をし、その育成を意図する教材及び授業を開発しその有効性を実証的に考察するとともに、子どもの数学的判断力の評価やその育成を図るための教師教育のあり方についての示唆を得ることを目的とする。

3. 研究の方法

第一に、数学的判断のプロセスを明確化した上で、数学的判断力に関する枠組みを具体化する。第二に、その「数学的判断力に関する枠組み」の柱の一つとなる「プロセス能力」に焦点をあてながら、「プロセス能力に関する水準表」を提案する。第三に、現実世界の問題を解決するプロセスで必要となる数学的諸能力の育成を掲げるイギリスの数学教育改良プロジェクト **Bowland Maths** の教材、評価、教師教育について考察し、教材、評価、教師教育に関する示唆を得る。第四に、児童生徒の数学的判断力に関する実態調査を行い、結果を分析し、授業実践への示唆を得る。第五に、児童生徒の数学的判断力の育成を意図する教材を開発する。そして、第六に、実験授業を行い、子どもの様相を分析する。

4. 研究成果

本研究の目的に対する主な成果は、次の通りである。

第一に、数学的判断のプロセスを明確化し、「数学的判断力に関する枠組み」を示したことである(表1)。この枠組みは、数学的判断力の育成を目的とする授業づくりのための「規範的枠組み」であるとともに、授業における子どもたちの数学的判断力の分析や、本研究で開発・実施した数学的判断力に関する実態調査の分析の基盤になるという点において、「記述的枠組み」といえるものでもあった。

第二に、その「数学的判断力に関する枠組み」の重要な柱である「プロセス能力」について、「定式化」「数学的表現」「数学的推論・分析」「解釈・評価」「数学的コミュニケーション」「数学的・社会的価値認識」を縦軸とし、「自己限定的」、「多様性の萌芽」、「社会的」の3つの水準を横軸とする「水準表」を

表1 数学的判断力に関する枠組み

A: プロセス能力
A-1: 定式化
A-2: 数学的表現
A-3: 数学的推論・分析
A-4: 解釈・評価
A-5: 数学的コミュニケーション
A-6: 数学的・社会的価値認識
B: 数学の内容
B-1: 代数的
B-2: 図形的
B-3: 関数的
B-4: 統計的
C: 選択支援
C-1: シミュレーション
C-2: 指標・指数
C-3: 評価式
C-4: 確率・統計的推測
D: 社会的価値観
D-1: 公平性・公正性・平等性
D-2: 多様性・多面性・協調性
D-3: 責任性・自律性
D-4: 持続性・恒常性・一般性
D-5: 効率性・有限性
D-6: 快楽性・愉悦性

提案したことである(表2)。さらに、水準の上昇に寄与する主要な要因として、「他者との相互作用」という視座も導入した。

第三に、現実世界の問題を解決するプロセスで必要となる数学的諸能力の育成を掲げるイギリスの数学教育改良プロジェクト **Bowland Maths** の「ケーススタディ」と呼ばれる教材、それを指導するための教師教育に当たる「教師教育モジュール」、子どもの評価のための「評価課題」を、数学的判断力の視座から考察し、数学的判断のプロセスを実現する教材開発や授業を考える上での示唆を得た。具体的には、「ケーススタディ」は、オープンエンドで、解決で必要とされる数学が明らかでない状況において、プロセス能力と複数領域に渡る様々な数学を用いて解決を進めることが意図されており、本研究で開発すべき教材に対する示唆を得た。また、解決過程では、ペアやグループで解決すること、その結果を伝え、相互に評価したり、自分たちの解決過程を振り返ったりすることが意図されており、授業における「他者との相互作用」の実現方法に関する示唆が得られた。さらに、「教師教育モジュール」は、「ケーススタディ」を指導する上でキーとなるポイントを集約して構成されたものであり、数学的判断力を育成する授業実践を普及するためには教師教育が必要なことと、その内容として、「定式化されていない問題を授業で扱うこと」や「授業での協働作業の進め方」などが考えられることが示唆された。「評価課題」

は、個々の課題で、プロセス能力を横軸、それらの水準を縦軸に配置したルーブリックを用いて測ろうとしており、数学的判断プロセスにおける「プロセス能力」の評価の方法についての示唆が得られた。

第四の成果は、数学的判断プロセスにもとづいて、数学的判断力をみる調査問題を開発し、実態調査を行い、児童生徒の数学的判断力に関する実態の一端を明らかにしたことである。具体的には、「基準を設けて適切に数値化する児童生徒が少ない」、「自ら仮定を設定して問題解決する児童生徒が少ない」、「複数の項目に着目して判断する児童生徒が少ない」の3点を主たる実態として明らかにした。

第五の成果は、上述の第二や第四の成果を念頭に、「子どもたちの様々な価値観が表出される」「子どもが、互いに考えを伝え合ったり、吟味したりしながら判断する必要性を感じる」「多様なアプローチが可能で、オープンエンドである」という条件を設け、児童・生徒の数学的判断力の育成を意図する35の教材を開発したことである。それらの教材は、子どもが数学的判断プロセスを実現し得るような文脈を設定することを優先した「文脈依存型」の問題設定、すなわち、必ずしも現実そのものの事象やデータではなく、フィクションを含むことも明確化した。

そして、開発した教材を用いて、次に示す、小学校で4つ、中学校で5つ、高等学校で2つの実験授業を行った。

[小学校]
「伝統技術展への行き方を考えよう」
「的当て」
「走り幅跳びの代表選手を選ぼう」
「自動販売機の設置場所を考えよう」

[中学校]
「交通事故を減らそう」
「水の分配」
「バスケットボールの選手を選ぼう」
「修学旅行のルートを決めよう」
「どちらのドラッグストアが得かな」

[高等学校]
「ポカリウスを分配しよう」
「走り幅跳びの代表選手を選ぼう」

これらの授業は、数学的判断力に関する枠組みに基づき、特に、他者との相互作用を表出するための手立てを施し行った。いずれの実験授業においても、子どもは、文脈に対して社会的価値観を付与し、また、ほとんどの授業で、実態調査により児童・生徒の課題として特定した「基準を設けて数値化する」、「自ら仮定を設定する」、「複数の項目に着目して判断する」といったことを行いながら、判断することができていた。特に得られた示唆及び明確化された課題は、次の通りである。

第一は、子どもを、他者を納得させることが要請される立場に立たせることについてである。自分たちの経験に基づいて仲間や下級生のために考える授業から、大人の立場に立って考える授業までであった。また、判断の結果を伝える相手も、先生、議会、国際支援

表2 数学的判断における「プロセス能力」の水準の一部

	定義	水準1 (自己限定的)	水準2 (多様性の萌芽)	水準3 (社会的)
A-1: 定式化	現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する(直す)能力	指示された視点にそって、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。	自分なりの視点を設定し、その視点から、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。	多様な視点を設定し、それぞれの視点から、現実世界の問題を「数学の問題」に翻訳する。
A-4: 解釈・評価	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、判断過程や判断方法、判断結果を解釈し、それらの妥当性を評価する能力	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、自分自身の判断過程や判断方法、判断結果を解釈する。	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、自分自身の判断過程や判断方法、判断結果を解釈し、それらの妥当性を評価する。	もとの現実世界の問題に照らし合わせて、自分自身の判断過程や判断方法、判断結果を解釈し、必要があればより妥当性を高めるための修正をする。
A-5: 数学的コミュニケーション	判断過程や判断方法、判断結果を伝える能力	判断過程や判断方法、判断結果を自己限定的な言語・表現で伝える。	判断過程や判断方法、判断結果を他者(一般)を意識した言語・表現で伝える。	判断過程や判断方法、判断結果を相手(特定)の理解状況に応じた言語・表現を選択し伝える。
A-6: 数学的・社会的価値認識	数学的・社会的価値観に基づいて判断する能力	自分の一つの価値観に沿って数学的判断を下す。	相反することのない、複数の価値観を取り入れて数学的判断を下す。	時には相反する、多様な価値観を取り入れて、妥当な数学的判断を下す。

機関、保護者というように指定し、根拠を明確にして説明する必要性を強調した。子どもたちが、それぞれの事例において、社会的価値観を付与し判断しようとしたことは、このような工夫の有効性を示していると考えられる。

第二は、「他者との相互作用」を生起させるための工夫についてである。多くの実験授業で、ペア、小グループ、全体討議といった多様な形態を使い分けた。また、ポスターセッションやグループ間交流を取り入れた授業もあった。そのことにより異なる価値観や考えの交流が実現しており、「他者との相互作用」を生起するという点において極めて有効だったと考える。一方、プロセス能力の水準の上昇に効果的に寄与する、質の高い「他者との相互作用」に高めるという点では検討の余地が残されている。例えば、グループの編成に関しては、同じ意見や価値観を表出した子どもを集めた授業と、授業者の判断に基づいてあらかじめプロセス能力の水準が異なる生徒が混在するようにした授業があったが、どのような場合に、どのような編成にすることが質の高い相互作用につながるかは検討できなかった。

また、小学校4年生に対して行った授業では、児童が友だちの考えを否定し、自分の考えのよさを述べ合うにとどまった児童が少なからずいたことも報告されている。他者の判断結果と自身の判断結果を対比して評価することに対して手立てを考えることも課題として残っている。

さらに、多くの実験授業では、自分たちの判断結果を発表し交流したり、相互評価したりすることは行ったが、よりよい判断やプロセス能力を高めるための「練り上げ」は実現できなかった。Bowland Maths.のケーススタディではそのような「練り上げ」は想定されていないが、「他者との相互作用」によりプロセス能力の水準を高めることを意図するときに、それは必要だという結論に達した。したがって、ペアやグループで判断した後での、学級全体での相互作用をいかに実現するかは、今後の大きな課題である。なお、ある授業で、前時に10分ほどを使って問題に取り組みせ、ワークシートを回収し、子どもの考えを整理、分析し、次時の比較検討の計画を立てていたことは、そのような「練り上げ」のための手立てとしての可能性を示唆していると考えられる。

数学的判断力を育成する授業を実践するための教師教育について、私たちの授業づくりの過程での議論や実験授業の研究協議を通して、得られた示唆は次の通りである。

第一は、子どもが指定された数学の内容を用いることと、社会的価値観を付与し、自ら必要な数学を選択し用いることには質的な違いがあることに関する理解である。これは、

解決に用いる数学の内容が育成しようとするプロセスに比べて易しすぎるのではないかという指摘を受けたことに基づく。

第二は、子どもたちが、多様な考え方や方法があることを受け入れ、その価値を認識し得ることに関する理解である。これは、生徒が「結局、どの考えが正しかったのか」と、言わば消化不良状態となるのでないかといった声が聞かれたことに基づく。

これらについての理解に加えて、ペアやグループによる協調的な問題解決をいかに支援するかといった指導法、並びに、プロセス能力の評価方法についても学ぶ必要があると考える。

数学的判断力の育成は、算数・数学の授業だけではなく、総合的な学習の時間も視野に入れた提案として位置づけることもできると考えている。これは、言うまでもなく、算数・数学指導に対して消極的な姿勢に立っているのではなく、私たちが主張する「数学的判断プロセス」は、これから生きる子どもたちにとって極めて重要かつ不可欠な力であり、伝統的な教科の枠にとらわれるべきではないと考えているからである。今後、理科や技術科、情報科等との教科横断的な視点やキャリア教育や消費者教育的視点も持つとともに、「確率」のような中・高等学校で学ぶ数学を用いる判断も射程に入れ、本研究を発展させていきたいと考える。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

- ① 西村圭一・本田千春・山口武志・久保良宏・青山和裕・松崎昭雄, 数学的判断力の育成に関する研究—プロセス能力の水準化とその実際—, 査読有, 日本数学教育学会『第45回数学教育論文発表会論文集』, 2012, pp.329-334
- ② 清水宏幸・清野辰彦・長尾篤志・西村圭一, 数学的判断力の育成に関する研究—実態調査の考察—, 査読有, 日本数学教育学会『第45回数学教育論文発表会論文集』, 2012, pp.335-340
- ③ 西村圭一, 算数・数学科における『体験的な活動』, 査読無, 『中等教育資料』, No.919, 学事出版, 2012, pp.14-19
- ④ 西村圭一, データに基づいて判断するプロセスを学ばせる授業づくり, 査読無, 『新しい算数研究』, No.493, 東洋館出版, 2012, pp.8-11
- ⑤ 久保良宏, 脱文脈的数学教育から文脈依存型の数学教育へ—数学的判断プロセスに関する研究から—, 査読無, 旭川市数学教育研究会『平成23年度研究集録第16号』, ,

2012, pp.5-14.

- ⑥ 西村圭一・山口武志・久保良宏, 数学的判断力の育成に関する研究 ―その意義と授業の枠組みとについて―, 査読有, 日本数学教育学会『第44回数学教育論文発表会論文集』, 2011, pp.237-242
 - ⑦ 西村圭一・山口武志・清水宏幸・本田千春, 数学教育におけるプロセス能力育成のための教材と評価に関する研究―イギリス「ボーランド数学 (Bowland Maths.)」の考察―, 査読有, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 93-9, 2011, pp.2-12
 - ⑧ 西村圭一, 外国調査の結果 イングランド, 査読無, 『教科書・教材のデジタル化に関する調査研究 教科別報告書<算数・数学>』, 公益財団法人教科書研究センター, 2011, pp.45-50
 - ⑨ 浜田兼造, 数学的モデル化のサイクルを実現する授業に関する研究―「ガソリンの割引カード」を例にして―, 査読有, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 92-9, 2010, pp.11-18
- [学会発表] (計7件)
- ① 浜田兼造, 日常生活と数学をつなげる力の育成をめざして―「修学旅行のルートを決めよう」を題材として―, 日本数学教育学会『第94回全国算数・数学教育研究大会』, 2012年8月7日, 福岡県立小倉南高等学校 (福岡県北九州市)
 - ② 本田千春, 活用する力を育成する指導と評価―オープンな問題の実践を通して, 日本数学教育学会『第94回全国算数・数学教育研究大会』, 2012年8月7日, 福岡県立小倉南高等学校 (福岡県北九州市)
 - ③ 山口武志, 「数学的活動」に基づく数学科授業構成, 日本数学教育学会『第94回全国算数・数学教育研究大会 講習会』, 2012年8月5日, AIMビル(福岡県北九州市)
 - ④ 西村圭一・本田千春, プロセス能力の育成を目指す授業とその評価―英国 Bowland Maths.を参考にして―, 日本統計学会統計教育分科会『第8回統計教育の方法論ワークショップ』, 2012年3月3日, 一橋大学(東京都国立市)
 - ⑤ 西村圭一, 海外(英国)に見る問題解決教育, 査読無, 第2回科学技術教育フォーラム, 2011年12月26日, 成城大学(東京都世田谷区)
 - ⑥ 西村圭一, 数学的判断力を育成する科学技術教育, 横断型基幹科学技術研究団体連合『第4回横幹連合コンファレンス』, 2011年11月29日, 北陸先端科学技術大学院大学(石川県能美市)
 - ⑦ 西村圭一, イギリス Bowland Maths.の教師教育モジュール ―教師としての自己向上機能の育成をめざして―, 日本教材学会『第23

回研究発表大会』, 2011年10月15日, 東京学芸大学(東京都武蔵小金井市)

[図書] (計1件)

- ① 西村圭一, 海外の中・高校生に追いつけ, 追い越せ, 『資料の活用』(日本統計学会編), 東京図書, 2012, pp.42-43

[その他]

web ページを開設し, Bowland Maths. の教材の紹介や, イギリスでの実地調査報告, Bowland Maths. 関係者の講演録等, 本科研の成果の一部を公開した。特に, ICT 教材「交通事故を減らそう」については, Bowland Maths. から日本語化と日本での無償使用の許諾を得て, 一般公開している。

<http://www.bowlandjapan.org/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

西村 圭一 (NISHIMURA KEIICHI)
東京学芸大学・教育学部・准教授
研究者番号: 30549358

(2) 研究分担者

山口 武志 (YAMAGUCHI TAKESHI)
鹿児島大学・教育学部・教授
研究者番号: 60239895

久保 良宏 (KUBO YOSHIHIRO)
北海道教育大学・教育学部・教授
研究者番号: 80344539

長尾 篤志 (NAGAO ATSUSHI)
国立教育政策研究所・教育課程研究センター・
教育課程調査官
研究者番号: 00353392

長崎 栄三 (NAGASAKI EIZO)
静岡大学・教育学研究科(研究院)・教授
研究者番号: 50141982

清野 辰彦 (SEINO TATSUHIKO)
山梨大学・教育人間科学部・准教授
研究者番号: 00550740

青山 和裕 (AOYAMA KAZUHIRO)
愛知教育大学・教育学部・准教授
研究者番号: 10400657

松寄 昭雄 (MATSUZAKI AKIO)
埼玉大学・教育学部・准教授
研究者番号: 10533292