

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月1日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2010～2012

課題番号：22330069

研究課題名（和文）分位点回帰モデルに対する計量手法の開発とその応用

研究課題名（英文）Econometric Analysis of Quantile Regression Models and Their Applications

研究代表者

古澄 英男（KOZUMI HIDEO）

神戸大学・経営学研究科・教授

研究者番号：10261273

研究成果の概要（和文）：統計分析でよく用いられる平均は、データが持つ特徴の一側面を表しているだけであり、データの特徴をより詳しく調べるには分位点など平均以外の構造を分析する必要がある。本研究では、近年注目を浴びている分位点回帰とよばれる方法を取り上げ、新たな分位点回帰モデルの開発を行うとともに、提案する計量モデルを効率的に推定するため、シミュレーションにもとづく推定方法の開発を行った。また、労働供給や医療支出などに関する実証分析を行い、提案する方法の有用性について検討した。

研究成果の概要（英文）：Since a set of quantiles often provides more complete description of the response distribution than the mean, this study has focused on quantile regression, which offers an important alternative to classical mean regression. We have developed new quantile regression models and efficient simulation-based methods for analyzing economic data. We have also examined the performance of the proposed methods by empirically investigating the problems such as labor supply and medical expenditure.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	2,700,000	810,000	3,510,000
2011年度	2,900,000	870,000	3,770,000
2012年度	2,000,000	600,000	2,600,000
総計	7,600,000	2,280,000	9,880,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：計量経済学，分位点回帰モデル，ベイズ統計，マルコフ連鎖モンテカルロ法

1. 研究開始当初の背景

(1) 経済学の実証分析において、データの平均以外の構造に関心がある場合は少なくない。例えば、金融リスク管理分析においては、ポートフォリオの収益分布の裾の構造について分析しなければならない。また賃金格差の分析では、低賃金所得層や高賃金所得層の経済行動に関心があり、賃金分布の両裾の構造を調べる必要がある。しかしながら、データの平均構造に注目する従来の線形回帰モデルなどではこうした問題を適切に扱うこ

とができない。そこで最近になり、分位点回帰モデルが注目を浴びるようになってきた。

(2) 分位点回帰は、データの確率分布の分位点構造を分析するための計量手法であり、その有用性は古くから認識されていた。しかし、モデルの推定では絶対値を伴う複雑な目的関数を最小化しなければならないため、解が収束しないなど数値計算上の問題があることが知られている。そのため、分位点回帰モデルの適用は、データ数や説明変数の数が少

ない場合などに限られており、既存の方法に代わる新たな推定方法の開発が必要とされていた。

(3) 近年では、時系列データ、パネルデータ、打ち切りデータ、質的データなど様々なデータが計量分析で用いられるようになってきている。しかし、既存の方法ではこのようなデータを分位点回帰によって分析することが困難であった。こうした状況を解決するため、推定方法の開発と併せて分位点回帰モデルの拡張や新たなモデルの開発が求められていた。

(4) 研究開始当初、分位点回帰については、経済学以外の分野においても様々な取り組みが行われており、理論的にも実証的にも着実に研究が進んできていた。しかし、計量経済学における問題を扱うのに必要な分位点回帰モデルや統計的分析手法については、ほとんど皆無であった。こうした制約のため、経済学分野では分位点回帰モデルを用いた応用研究は少なく、十分な実証結果の蓄積には至っていない状況であった。そこで、分位点回帰モデルに対する新たな計量分析の枠組みを構築することが重要な課題の一つとなっていた。

2. 研究の目的

本研究の主たる目的は、以下の三点にまとめることができる。

(1) 分位点回帰モデルの開発

計量分析でよく用いられる時系列データ、パネルデータ、質的データを取り上げ、それらを分析するための分位点回帰モデルの開発を行う。

(2) 分位点回帰モデルに対する統計的分析方法の開発

本研究で提案する分位点回帰モデルでは、その尤度関数が解析的に解けないことが予想される。そこで、シミュレーションによる推定方法の開発を目指す。研究代表者および研究分担者は、これまでシミュレーションによる推定方法について研究を行ってきており、いくつかの研究成果を得ている。これらの研究成果を一層発展させることによって、既存の方法よりも効率的でかつ簡便な推定方法を提案する。

(3) 分位点回帰モデルを用いた現実の経済問題への応用

本研究で提案する新たな分位点回帰モデルならびにその統計的分析方法の有用性を示すため、実際のデータを用いた計量分析を行

う。主たる応用分野としては、データの分位点構造を調べる必要があるファイナンスや労働経済学を考えることにする。

3. 研究の方法

(1) 本研究の遂行に必要な文献およびデータの収集を行う。また、必要に応じて収集したデータを整理・加工する。

(2) 分位点回帰モデルを開発する。具体的には以下の通りである。

① 時系列データを分析するために、状態空間モデルを利用することにより、時系列構造を取り入れた分位点回帰モデルの構築を行う。

② 通常の分位点回帰モデルに変量効果を導入した分位点回帰モデルを開発する。また、このモデルを基礎として、説明変数にラグ付き変数を導入した拡張と打ち切りデータへの拡張を行う。

③ 分位点回帰では、その性質上、離散型データを扱うことが非常に困難である。そこで、潜在変数を利用した分位点回帰モデルの定式化を考え、質的データを分析するための分位点回帰モデルを構築する。

(3) 本研究で提案するモデルの推定方法をベイズ統計学の枠組み中で考察を行う。シミュレーションによる推定方法としては、マルコフ連鎖モンテカルロ法の適用を考える。

(4) 本研究で得られた計量モデルやその推定方法を数値実験や実データへの応用を通して検証する。

これらの研究を遂行するにあたり、研究代表者が研究全体を統括し、各課題に対して研究代表者および研究分担者が役割分担をして研究を進める。

4. 研究成果

本研究の主な研究成果は、以下の通りである。

(1) 分位点回帰モデルをベイズ法によって推定する場合、誤差項に対して非対称ラプラス分布がよく仮定される。この非対称ラプラス分布の確率密度関数は絶対値を含むため、これまでベイズ法によって推定することが困難であった。

まず本研究では、潜在変数を導入することによって、非対称ラプラス分布にしたがう誤差項が正規分布と指数分布による混合表現が可能であることを示した。この混合表現の特徴は、潜在変数を所与とすれば、分位点回帰モデルが通常の回帰モデルと同じ枠組み

で分析できる点にある。

次に、本研究で提案する混合表現にもとづき、分位点回帰モデルに対するシミュレーション法による推定方法の開発を行った。ここでは、マルコフ連鎖モンテカルロ法の一つであるギブスサンプラーによって分位点回帰モデルを推定できることを明らかにした。具体的には、正規分布、ガンマ分布、一般化逆正規分布からサンプリングを行うだけで分位点回帰モデルをベイズ推定できることが分かった。ギブスサンプラーは実装が簡単であり調整が不要なアルゴリズムであることから、本研究で提案する推定方法は、実用上非常に有用であると考えられる。

本研究で提案する推定方法の有用性を調べるためにいくつかの数値実験を行い、本研究で提案する推定方法が既存の方法よりも効率的であることを確認した。さらに、労働供給に関する実証分析などを行い、分位点が増加するにともない、説明変数の効果がかなり変化するなど、通常の回帰分析では分からない知見が得られた。

(2) 「1. 研究開始当初の背景」で述べたように、分位点回帰モデルの推定では絶対値を含む目的関数を最小化しなければならないため、数値計算上の問題があることが知られていた。この問題に対処するため、これまで分位点回帰モデルの推定を線形計画問題としてとらえ直し、単体法や内点法などの線形計画法を利用した推定方法が用いられてきた。しかし、より複雑な分位点回帰モデルでは、推定に関わる最小化問題を必ずしも線形計画問題に定式化し直すことができない場合もあり、線形計画法による推定方法の適用範囲は限られたものとなっていた。

本研究では、(1)の研究成果を応用することによって、線形計画法を使わず EM アルゴリズムと呼ばれる方法によって分位点回帰モデルを推定することができることを示した。本研究で提案する EM アルゴリズムは、E ステップをモンテカルロ法によって近似するという特徴があり、実行も簡便な推定方法となっている。また、数値実験や特許データへの応用を通じて、提案する EM アルゴリズムは収束もかなり早く、うまく機能することが確認された。

(3) 前述の(1)と(2)の研究は、クロスセクションデータに関するものであった。近年の計量分析ではパネルデータもよく用いられていることから、本研究ではパネルデータに対する分位点回帰モデルについても研究を行った。ここでは、既存の個体効果をとまなうパネルデータモデルを参考にし、ラグ付き被説明変数を導入することで動学モデルへと拡張を行い、さらに打ち切りデータに対する

分位点回帰モデルの開発を行った。

本研究の特徴は、①動的パネルデータモデルにおける初期値問題に対応するため、被説明変数の初期値と分析期間中の説明変数に依存する形で個体効果を導入したこと、②打ち切りデータを扱うため、潜在変数を用いてモデルを定式化し直している点である。ここで提案する計量モデルは、潜在変数を多く含むため最尤法などで推定することは不可能である。しかしながら、先に述べた接近方法をとることにより、モデルが複雑であるにも関わらず、比較的簡単なマルコフ連鎖モンテカルロ法によって推定することが可能となっている。

本研究のパネルデータに対する分位点回帰モデルの有用性を示すために、医療支出に関するパネルデータを用いて実証研究を行った。その結果、①医療支出に関しては持続性が存在すること、②高い分位点に対しては持続性が負となること、③静的モデルよりも動的モデルの方がすべての分位点において説明力が改善されること、④本研究で提案する推定方法によって効率性が向上することなどが明らかとなった。

(4) これまでの分位点回帰モデルに関する研究の多くは、分位点関数に対して線形性を仮定してきた。しかし、データによっては分位点関数が説明変数に対して非線形であることも考えられる。そこで、分位点関数に特定の関数形を仮定しないセミパラメトリック分位点回帰モデルの開発を行った。また、提案する計量モデルをより効率的に推定するためのマルコフ連鎖モンテカルロ法も開発した。

本研究では、未知の分位点関数をスプライン基底関数によって表現したセミパラメトリックモデルを構築した。その際、罰則付きスプラインの方法を適用することによって、過剰適合の問題を回避している。またモデルの推定に関しては、(1)の混合表現を利用することによって実行が簡単なギブスサンプリングによる推定方法の開発を行った。さらに数値実験を通して、本研究で提案する計量モデル・推定方法がうまく機能することを明らかにした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 16 件)

- ① Ohtsuka, Y. and Kakamu, K. (2013), “Space-time model versus VAR model: Forecasting electricity demand in Japan,” *Journal of Forecasting* 32,

- 75-85, DOI:10.1002/for.1255. (査読有)
- ② Miyawaki, K., Omori, Y., and Hibiki, A. (2013), "Exact estimation of demand functions under block-rate pricing," *Econometric Reviews*, 印刷中. (査読有)
- ③ Kobayashi, G. and Kozumi, H. (2012), "Bayesian analysis of quantile regression for censored dynamic panel data," *Computational Statistics* **27**, 359-380, DOI:10.1007/s00180-011-0263-3. (査読有)
- ④ Kakamu, K., Polasek, W., and Wago, H. (2012), "Production technology and agglomeration for Japanese prefectures during 1991-2000," *Papers in Regional Science* **91**, 29-41, DOI: 10.1111/j.1435-5957.2011.00360.x. (査読有)
- ⑤ 張若茜・古澄英男 (2012), 「分位点回帰モデルのセミパラメトリックベイズ分析」, 『国民経済雑誌』第206巻, 33-45. (査読無)
- ⑥ 森邦恵 (2012), 「フグ製品差別化の現状と情報品質」, 『下関フグのブランド経済学 (II)』濱田英嗣 (編著), 第2章, 筑波書房, 26-42. (査読無)
- ⑦ 杉浦勝章・森邦恵・横山博司 (2012), 「唐戸商店街地区の利用実態に関する調査～下関市役所職員を対象としたアンケート調査結果から～」, 『関門地域研究』第21巻, 113-128. (査読無)
- ⑧ 奥村拓史・各務和彦 (2012), 「階層ベイズ・モデルによるクレジット・スコアリング・モデル: 住宅ローンコンソーシアム・データへの応用」, 『日本統計学会誌』第42巻, 25-53. (査読有)
- ⑨ Kozumi, H. and Kobayashi, G. (2011), "Gibbs sampling methods for Bayesian quantile regression," *Journal of Statistical Computation and Simulation* **81**, 1565-1578, DOI:10.1080/00949655.2010.496117. (査読有)
- ⑩ Nishino, H. and Kakamu, K. (2011), "Grouped data estimation and testing of Gini coefficient using lognormal distributions," *Sankhya Series* **B73**, 193-210, DOI:10.1007/s13571-011-0031-y. (査読有)
- ⑪ Kakamu, K., Ohtsuka, Y., and Arasawa, S. (2011), "On the roles of spatial interaction and heteroscedasticity in crime modeling," (A.E. Hasselme ed) *Crime: Causes, Types and Victims*, Nova Publisher, 211-220. (査読無)
- ⑫ Miyawaki, K., Omori, Y., Hibiki, A. (2011), "Panel data analysis of Japanese residential water demand using a discrete/continuous choice approach," *Japanese Economic Review* **62**, 365-386, DOI:10.1111/j.1468-5876.2010.00532.x. (査読有)
- ⑬ 各務和彦・和合肇・大塚芳宏 (2011), 「地域間所得分布と所得収束仮説」, 『日本統計学会誌』第41巻, 181-200. (査読有)
- ⑭ 和合肇・各務和彦 (2011), 「ベイズ型パネル空間プロビット・モデルを用いた地域景気循環モデル」, 『ファイナンス・景気循環の計量分析』(浅子和美・渡部敏明編著), 第6章, ミネルヴァ書房, 135-168. (査読無)
- ⑮ 小林弦矢・古澄英男 (2010), 「EMアルゴリズムによる分位点回帰モデルの推定」, 『国民経済雑誌』第202巻, 21-30. (査読無)
- ⑯ Ohtsuka, Y., Oga, T., and Kakamu, K. (2010), "Forecasting electricity demand in Japan: A Bayesian spatial autoregressive ARMA approach," *Computational Statistics & Data Analysis* **54**, 2721-2735, DOI:10.1016/j.csda.2009.06.002. (査読有)
- [学会発表] (計19件)
- ① Kakamu, K., "Regional growth and business cycle in Japan," International Conference "Frontiers in Macroeconometrics", 2013年3月1日, 一橋大学.
- ② Kakamu, K., "Bayesian estimation of the beta-type distribution parameters based upon grouped data," International Workshop on Bayesian Econometrics and Computation, 2013年2月1日, 神戸大学.
- ③ Miyawaki, K., "New treatment effect models: the analysis of the rapid railroad network," International Workshop on Bayesian Econometrics and Statistics, 2013年2月1日, 神戸大学.
- ④ Kakamu, K., "Bayesian estimation of the beta-type distribution parameters based upon grouped data," European Seminar on Bayesian Econometrics, 2012年11月1日, Vienna University of Economics and Business (オーストリア).
- ⑤ Miyawaki, K., "New treatment effect models: the analysis of the rapid railroad network," European Seminar on

- Bayesian Econometrics, 2012年11月1日, Vienna University of Economics and Business (オーストリア)
- ⑥ 宮脇幸治, “階層的トリートメント効果モデル,” 2012年度統計関連学会連合大会, 2012年9月12日, 北海道大学.
- ⑦ 各務和彦, “Spatial patterns of flypaper effects for local expenditures by policy objective in Japan: A Bayesian approach,” 日本応用経済学会, 2012年6月10日, 福岡大学.
- ⑧ 各務和彦, “Why do municipalities recycle: Using Bayesian panel spatial autoregressive probit model,” “国際地域開発経済学セミナー, 2012年2月21日, 筑波大学.
- ⑨ 各務和彦, “Spatial patterns of flypaper effects for local expenditures by policy objective in Japan: A Bayesian approach,” 「ベイズ分析のための数値計算技法とその経済・ファイナンス分析への応用」, 2011年11月20日, 下関市立大学唐戸サテライトキャンパス.
- ⑩ 宮脇幸治, “Space-varying coefficient simultaneous autoregressive models,” 2011年度統計関連学会連合大会, 2011年9月5日, 九州大学.
- ⑪ Kakamu, K., “Why do municipalities recycle: Using Bayesian panel spatial autoregressive probit model,” 5th Japanese-European Bayesian Econometrics and Statistics, 2011年8月23日, Norges Bank (ノルウェー).
- ⑫ Miyawaki, K., “Space-varying coefficient simultaneous autoregressive models,” Japanese-European Bayesian Econometrics and Statistics, 2011年8月23日, Norges Bank (ノルウェー).
- ⑬ Miyawaki, K., “Exact estimation of demand functions under block-rate pricing,” 9th IWREC Conference in Water Economics, 2011年6月27日, Banff Centre (カナダ)
- ⑭ Miyawaki, K., “Exact estimation of demand functions under block-rate pricing,” Environmental Economics Seminar, 2011年4月8日, 京都大学.
- ⑮ Kakamu, K., “School choice effects in Tokyo 23-special wards in Japan: a Bayesian spatial quantile regression approach,” International Workshop on Applied Bayesian Statistics and Econometrics, 2011年2月2日, 京都私学会館.
- ⑯ Miyawaki, K., “Modeling Heterogeneity with spatial correlations applied to

the residential water demand,” International Workshop on Applied Bayesian Statistics and Econometrics, 2011年2月2日, 京都私学会館.

- ⑰ 古澄英男, “Bayesian estimation of the generalized Lambda distribution using approximate Bayesian computation.” 応用統計ワークショップ, 2010年5月28日, 東京大学.
- ⑱ 各務和彦, “空間計量経済学における分析手法と応用例について,” 計量経済学研究会, 2010年6月22日, 神戸大学.
- ⑲ 各務和彦, “Posterior analysis of fatal traffic accidents on Hokkaido prefecture in Japan,” 日本経済学会 (春季大会), 2010年6月6日, 千葉大学.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

古澄 英男 (KOZUMI HIDEO)
神戸大学・経営学研究科・教授
研究者番号: 10261273

(2) 研究分担者

森 邦恵 (MORI KUNIE)
下関市立大学・経済学部・准教授
研究者番号: 10360893
各務 和彦 (KAKAMU KAZUHIKO)
千葉大学・法経学部・准教授
研究者番号: 00456005
宮脇 幸治 (MIYAWAKI KOJI)
関西学院大学・経済学部・講師
研究者番号: 40550249

(3) 連携研究者

なし