

機関番号：17401

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22340036

研究課題名(和文) 確率論的手法による測度距離空間上の解析学と幾何学の研究

研究課題名(英文) Probabilistic approach to analysis and geometry on metric measure spaces

研究代表者

桑江 一洋 (Kuwae, Kazuhiro)

熊本大学・自然科学研究科・教授

研究者番号：80243814

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 5,700,000円、(間接経費) 1,710,000円

研究成果の概要(和文)： p -一様凸空間上の Jensen の不等式を得た。さらに p -一様凸空間上の凸汎関数の停留点が minimizer と同等になることを示し、それがレゾルVENT流の定常状態として構成できることを一般的に示し、さらに CAT(0)-空間値 L_p 写像空間上の Cheeger 型エネルギー汎関数のときに境界条件付で示した。これらは p -一様凸空間上の L_p -Wasserstein 空間上の凸汎関数にも適用できる成果である。またマルコフ連鎖のコースリッチ曲率を一般化した n -step コースリッチ曲率の正の条件下でのマルコフ連鎖のスペクトルの研究をおこない、写像の値域が CAT(0) 空間のときに非線形スペクトルの跳びを示した。

研究成果の概要(英文)：We obtained a Jensen's inequality over complete p -uniformly convex spaces. Further we proved the unique existence of the (non-linear) resolvent associated to a coercive proper lower semi continuous function satisfying a weaker notion of p -uniform convexity on a complete metric space and establish the existence of the minimizer of such functions as the large time limit of the non-linear resolvents, which generalizes the pioneering work by J. Jost for harmonic maps into CAT(0)-spaces. The results can be also applied to L_p -Wasserstein space over complete separable p -uniformly convex spaces. As an application, we solve an initial boundary value problem for p -harmonic maps into CAT(0)-spaces in terms of Cheeger type p -Sobolev spaces. On the other hand, we investigated the spectral bounds for symmetric Markov chains with positive n -step coarse Ricci curvature for not only functions but also maps into complete separable 2-uniformly convex spaces with geometric conditions.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析

キーワード：ディリクレ形式 調和写像 劣調和関数 変分収束 グロモフ・ハウスドルフ収束 アレキサンドロフ空間 加藤クラス 熱核

1. 研究開始当初の背景

幾何学的特異空間への調和写像の研究はリーマン多様体の領域からCAT(0)-空間への調和写像に関する Gromov-Schoen, Korevaar-Schoen等の研究を起点とする。リーマン多面体からそのような空間への調和写像の研究は Eells-Fuglede の著書や Fuglede の研究でもなされている。しかしこれらの研究は写像の定義域であるリーマン多様体やリーマン多面体の微分構造に依存しており、定義域、値域ともに幾何学的に特異な空間の間の調和写像の研究とは言いがたい。研究代表者はディリクレ形式と対称マルコフ過程の理論の幾何学への応用というテーマに向けて、その都度対象を絞りながら種々の関連する問題を研究してきた。またそれらの研究に触発され、マルコフ過程の確率解析の理論の研究が進展した。これらの実績を踏まえて幾何学的に特異な空間からの調和写像をマルコフ過程論の立場から研究を進展させようと考えたのが本研究の具体的な動機である。

2. 研究の目的

本研究の大きな目標は対称マルコフ過程に対応するディリクレ形式という解析的概念に基づいてアレキサンドロフ空間やグロモフ・ハウスドルフ収束による極限空間などの幾何学的な特異空間の間の調和写像の性質の解明を模索することである。また調和写像だけではなく調和関数や劣調和関数の解析的性質をディリクレ形式の視点から解明することも視野にいった。

3. 研究の方法

マルコフ過程の一般論はポテンシャル論との関連とともに1950年代後半から1960年代にかけて Hunt, Blumenthal-Gettoor 等によって整備され、福島正俊とSilverstein は1970年代においてディリクレ形式というポテンシャル論に根ざした解析的概念と対称マルコフ過程の対応に着眼して体系的な研究成果を生み出し、1980年代からフラクタル集合上のブラウン運動や無限次元空間上の確率過程といった伊藤の確率微分方程式では扱えない対象に目覚ましい応用がなされてきた。そのような背景を踏まえてマルコフ過程やマルコフ連鎖という確率論的な概念に立脚して幾何学的な特異空間上の解析と幾何学を行なうのが本研究の主たる特色である。具体的には年に一回「確率論と幾何学」の研究会を開催し、関係する研究者と情報交換ならびに研究発表を通して問題解決の糸口となるアイデアを模索していった。逆にそのような研究成果を動機としてマルコフ過程論の研究を促進するのも副次的な特徴である。

4. 研究成果

(1) p -様凸空間上の Jensen の不等式について研究を行なった。完備な p -様凸空間での確率測度の重心の概念と p -様凸空間上での測地線に関する幾何学的条件下で Jensen の不等式が成立することを証明した。これは2014年に *Cal. Var. Partial Diff. Equa.* へ論文として出版できた。

(2) p -様凸空間の族の上の変分収束について研究した。完備な p -様凸空間の族での位相の概念と弱位相の概念を定め、バナッハーアオグルの定理の p -様凸空間版を示した。 p -様凸空間かつ Busemann の意味で非負曲率空間に値をとる L^p 写像の空間も p -様凸空間なのでその上のエネルギー汎関数に関する変分収束も示した。これは論文としてはまだ未完成である。

(3) 完備な2-様凸空間に値をとる離散時間 L^2 マルチンゲールの理論を研究した。これは完備 CAT(0)空間の場合の拡張である。Jensen の不等式が成立することから凸関数と L^2 マルチンゲールの合成が実数値確率変数としての劣マルチンゲールになることを得た。この論文も未完成である。

(4) コース・リッチ曲率が一様に正の数で下に有界なマルコフ連鎖の空間から2-様凸空間に値をとる二乗可積分写像の上のエネルギーのスペクトルの跳びに関する研究をおこなった。スペクトルの跳びが2-様凸空間に幾何的条件下で常に正になることを得た。これは2014年に *Rev. Romaine Math. Pures Appl.* に出版できた。

(5) p -様凸空間上の凸汎関数の設定を包括する枠組みで汎関数の Moreau-Yosida 近似で定義されるレゾルヴェント流の停留点の特徴付けの研究を行った。大きな応用が望まれるものとして p -様凸空間上の Wasserstein 空間上の汎関数の変分理論が挙げられる。特別な場合として CAT(0)-空間値 L^p 写像空間上の Cheeger 型の p -エネルギーの minimizer としての調和写像をレゾルヴェント流の停留点として特徴付けられることを得た。この成果は投稿予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計34件)

K. Kuwae, Jensen's inequality on convex spaces, *Calc. Var. Partial Differential Equations* **49** (2014), no. 3-4, 1359-1378. 査読有

E. Kokubo and K. Kuwae, On spectral bounds for symmetric Markov chains with positive coarse Ricci curvatures, *Rev. Romaine Math. Pures Appl.* **52**

- (2014), no. 1, 123–155. 査読有
- S. Ohta, Examples of spaces with branching geodesics satisfying the curvature-dimension condition, *Bull. Lond. Math. Soc.* **46** (2014), no. 1, 19-25. 査読有
- S. Ohta and K.-Th. Sturm, Bochner-Weitzenböck formula and Li-Yau estimates on Finsler manifolds, *Adv. Math.* **252** (2014), 429-448. 査読有
- K. Kuwada, A probabilistic approach to the maximal diameter theorem, *Math. Nachr.* **286** (2013), no. 4, 374-378. 査読有
- K. Kuwada, Gradient estimate for heat kernels, Wasserstein control and Hopf-Lax formula, Potential Theory and its Related Fields, *RIMS Kokyuroku Bessatu*, **B43** (2013), 61-80. 査読有
- K. Funano and T. Shioya, Concentration, Ricci curvature, and eigenvalues of Laplacian, *Geom. Func. Anal.* **23** (2013), no. 3, 888-936. 査読有
- K. Kuwada and K.-Th. Sturm, Monotonicity of time-dependent transportation costs and coupling by reflection, *Potential Anal.* **39** (2013), no. 3, 231-263. 査読有
- A. Kristaly and S. Ohta, Caffarelli-Kohn-Nirenberg inequality on metric measure spaces with applications, *Math. Ann.* **357** (2013), no. 2, 711-726. 査読有
- S. Ohta, Weighted Ricci curvature estimates for Hilbert and Funk geometries, *Pacific J. Math.* **265** (2013), no. 1, 185-197. 査読有
- S. Ohta and A. Takatsu, Displacement convexity of generalized relative entropies. II, *Comm. Anal. Geom.* **21** (2013), no. 4, 687–785. 査読有
- N. Gigli, K. Kuwada and S. Ohta, Heat flow on Alexandrov spaces, *Comm. Pure Appl. Math.* **66** (2013), no. 3, 307-331. 査読有
- K. Kuwada, Convergence of time-inhomogeneous geodesic random walks and its application to coupling methods, *Ann. Probab.* **40** (2012), no. 5, 1945-1979. 査読有
- T. Shioya, The work of Shin-ichi Ohta, (Japanese) *Sūgaku* **64** (2012), no. 4, 408-415. 査読有
- S. Ohta, Barycenters in Alexandrov spaces of curvature bounded below, *Adv. Geom.* **12** (2012), no. 4, 571-587. 査読有
- K. Kuwae, On Calabi's strong maximum principle via local semi-Dirichlet forms, *Potential Anal.* **37** (2012), no. 4, 387-413. 査読有
- N. Gigli and S. Ohta, First variation formula in Wasserstein spaces over compact Alexandrov spaces, *Canad. Math. Bull.* **55** (2012), no. 4, 723-735. 査読有
- S. Ohta, Geometric analysis on Finsler manifolds. (Japanese) *Sūgaku* **64** (2012), no. 4, 337-356. 査読有
- S. Ohta and K.-Th. Sturm, Non-contraction of heat flow on Minkowski spaces, *Arch. Ration. Mech. Anal.* **204** (2012), no. 3, 917-944. 査読有
- A. Grigoryan and S. Ishiwata, Heat kernel estimates on a connected sum of two copies of \mathbb{R}^n along a surface of revolution, *Global and Stochastic Analysis 2* (2012) no.1 29-65. 査読有
- 21 T. Shioya, Geometric analysis of Alexandrov spaces, Su Buqing memorial lectures. No. 1, 31-46, *Tohoku Math. Publ.*, **35**, Tohoku Univ., Sendai, 2011. 査読無
- 22 T. Shioya, Collapsing three-manifolds with a lower curvature bound, *Tohoku Math. J. (2)* **63** (2011), no. 4, 471-487. 査読有
- 23 K. Kuwada and R. Philipowski, Non-explosion of diffusion processes on manifolds with time-dependent metric, *Math. Z.* **268** (2011), no. 3-4, 979-991. 査読有
- 24 K. Kuwada and R. Philipowski, Coupling of Brownian motions and Perelman's L-functional, *J. Funct. Anal.* **260** (2011), no. 9, 2742-2766. 査読有
- 25 S. Ohta and A. Takatsu, Displacement convexity of generalized relative entropies, *Adv. Math.* **228** (2011), no. 3, 1742-1787. 査読有
- 26 S. Ohta, Vanishing S-curvature of Randers spaces, *Differential Geom. Appl.* **29** (2011), no. 2, 174-178. 査読有
- 27 T. Shioya, Geometric analysis on Alexandrov spaces [translation of MR2560142], *Sugaku Expositions* **24** (2011), no. 2, 145-167. 査読有
- 28 S. Ohta, Geometry of probability measure spaces, (Japanese) *Sūgaku* **63** (2011), no. 1, 21-42. 査読有
- 29 K. Kuwae and T. Shioya, A topological splitting theorem for weighted Alexandrov spaces, *Tohoku Math. J. (2)* **63** (2011), no. 1, 59-76. 査読有
- 30 S. Kusuoka, K. Kuwada and Y. Tamura, Large deviation for stochastic line integrals as L_p -currents, *Probab. Theory Related Fields* **147** (2010), no.

- 3-4, 649-674. 査読有
- 31 K. Kuwada, Couplings of the Brownian motion via discrete approximation under lower Ricci curvature bounds. Probabilistic approach to geometry, 273-292, *Adv. Stud. Pure Math.*, **57**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2010. 査読有
- 32 K. Kuwae and T. Shioya, Infinitesimal Bishop-Gromov condition for Alexandrov spaces, Probabilistic approach to geometry, 293-302, *Adv. Stud. Pure Math.*, **57**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2010. 査読有
- 33 S. Ohta, Optimal transport and Ricci curvature in Finsler geometry. Probabilistic approach to geometry, 323-342, *Adv. Stud. Pure Math.*, **57**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2010. 査読有
- 34 K. Kuwada, Duality on gradient estimates and Wasserstein controls, *J. Funct. Anal.* **258** (2010), no. 11, 3758-3774. 査読有
- [学会発表](計61件)
- 桑田和正, 最適輸送理論と確率解析, RIMS 研究集会「確率解析」, 2014年3月18日, 京都大学数理解析研究所
- 塩谷隆, 空間の集中・収束・消散, 日本数学会2013年度年会企画特別講演, 2014年3月17日, 学習院大学
- 桑田和正, The entropic curvature dimension condition and Bochner's inequality, Rigidity seminar, 2014年2月18日, 名古屋大学多元数理科学研究科
- 桑田和正, The entropic curvature dimension condition and Bochner's inequality, RIMS 研究集会「確率論シンポジウム」, 2013年12月20日, 京都大学数理解析研究所
- 桑田和正, The entropic curvature dimension condition and Bochner's inequality, Conference ProbaGeo 2013 at Luxembourg, 2013年10月31日, ルクセンブルグ大学(ルクセンブルグ)
- 桑江一洋, On spectral bounds for symmetric Markov chains with coarse Ricci curvatures, Conference ProbaGeo 2013 at Luxembourg, 2013年10月30日, ルクセンブルグ大学(ルクセンブルグ)
- 石渡聡, Global heat kernel upper estimate on connected sums of Riemannian manifolds, 東北大学確率論セミナー, 2013年10月18日, 東北大学理学研究科数学教室
- 桑江一洋, On spectral bounds for symmetric Markov chains with coarse Ricci curvatures, Workshop on geometric

aspects in probability and analysis, 2013年9月14日, イエナ大学(ドイツ)

桑田和正, Time inhomogeneous couplings of diffusion processes on Riemannian manifolds, Workshop on geometric aspects in probability and analysis, 2013年9月14日, イエナ大学(ドイツ)

桑田和正, The entropic curvature dimension condition and Bochner's inequality, Dirichlet forms and applications German-Japanese meeting on stochastic analysis, 2013年9月11日, ライプチヒ大学(ドイツ)

桑江一洋, Resolvent flows for convex functionals and p -harmonic maps, Dirichlet forms and applications German-Japanese meeting on stochastic analysis, 2013年9月11日, ライプチヒ大学

桑江一洋, Cheeger type p -Sobolev spaces for CAT(0)-space targets and p -harmonic maps, 第9回非線形の諸問題, 2013年9月4日, 高知大学朝倉キャンパス総合研究棟2階会議室1

桑田和正, The entropic curvature dimension condition and Bochner's inequality, 確率論と幾何学, 2013年8月10日, 京都大学理学部数学教室大会議室

太田慎一, On the curvature and heat flow on Hamiltonian systems, 確率論と幾何学, 2013年8月9日, 京都大学理学部数学教室大会議室

桑江一洋, p -様凸空間の勾配流について, 九州幾何学セミナー, 2013年7月21日, 九州大学数理学研究院

桑江一洋, 凸汎関数の勾配流の構成について, 東北大学幾何学セミナー, 2013年5月13日, 東北大学理学研究科数学教室

塩谷隆, Concentration, Ricci curvature and eigenvalues of Laplacian, Heat kernels, stochastic processes and functional inequalities, 2013年5月7日, Oberwolfach 数学研究所(ドイツ)

石渡聡, 結晶格子上的非対称ランダムウォークの漸近挙動, または連結和上の熱核評価, スペクトル幾何学とその周辺, 2013年4月13日, 東北大学 WPI-AIMR

桑田和正, Extensions of the duality in gradient estimates in Wasserstein controls, Connections for Women on the concentration of measure phenomenon: examples, applications and links to functional inequalities and to optimal transport, 2013年3月14日, 名古屋大学

塩谷隆, Metric measure geometry of high dimensional spaces, The 5th GCOE international symposium on "Weaving

- Wcience Web beyond Particle-Matter Hierarchy, 2013年3月5日, 東北大学
- 21 塩谷隆, Metric measure geometry of high dimensional spaces, リーマン幾何と幾何解析, 2013年2月23日, 筑波大学数理学系
- 22 桑田和正, Wasserstein contractions associated with the curvature dimension conditions, マルコフ過程と確率解析, 2013年1月13日, 京都大学
- 23 石渡聡, Heat kernel estimates on a connected sum along a joint with a capacity growth, Advances in fractals and related topics, 2012年12月11日, 香港中文大学, 香港(中華人民共和国)
- 24 桑江一洋, On spectral bounds for symmetric Markov chains with coarse Ricci curvatures, RIMS 研究集会「確率論シンポジウム」2012年12月18日, 京都大学数理解析研究所
- 25 石渡聡, 連結和上の熱核評価, 多様体上の微分方程式, 2012年11月17日, 金沢大学サテライトプラザ
- 26 桑田和正, Wasserstein contractions associated with the curvature dimension conditions, ERC Workshop on optimal transportation and applications, 2012年11月9日, Scuola Normale Superiore, Pisa(イタリア)
- 27 太田慎一, On Ricci curvature for Lagrangean/Hamiltonian systems, ERC Workshop on optimal transportation and applications, 2012年11月5日, Scuola Normale Superiore, Pisa(イタリア)
- 28 桑江一洋, On spectral bounds for symmetric Markov chains with coarse Ricci curvatures, Dirichlet forms and applications German-Japanese meeting on stochastic analysis, 2012年9月27日, 岡山大学
- 29 桑田和正, Wasserstein contractions associated with the curvature dimension conditions, Dirichlet forms and applications German-Japanese meeting on stochastic analysis, 2012年9月27日, 岡山大学
- 30 桑田和正, 熱分布の結合法と次元曲率条件, 日本数学会秋期分化会統計数学分化会特別講演, 2012年9月18日, 九州大学
- 31 太田慎一, Ricci curvature in Finsler geometry and applications, MSJ-KMS joint meeting, 2012年9月17日, 九州大学医学部百周年記念講堂
- 32 桑田和正, An extensions of Wasserstein contraction associated with the curvature dimension condition, The 6th international conference on stochastic analysis and its applications, 2013年9月10日, Conference center in Bedlewo, Posnan(ポーランド)
- 33 太田慎一, Ricci curvature in Finsler geometry and applications, The 8th China-Japan friendship conference on differential geometry, 2012年9月8日, 四川大学, 成都(中華人民共和国)
- 34 桑田和正, Applications of Hopf-Lax formulae to analysis of heat distributions, RIMS 研究集会「Potential theory and related fields」, 2012年9月4日, 京都大学数理解析研究所
- 35 太田慎一, Ricci curvature in Finsler geometry and applications, The 4th geometry meeting dedicated to the centenary of A.D. Alexandrov, 2012年8月21日, Euler institute, Saint-Petersburg(ロシア)
- 36 桑江一洋, On non-linear spectral gap for symmetric Markov processes with coarse Ricci curvatures, The 4th geometry meeting dedicated to the centenary of A.D. Alexnadrov, 2012年8月21日, Euler institute, Saint-Petersburg(ロシア)
- 37 塩谷隆, Concentration, Ricci curvature, and eigenvalues of Laplacian, The 4th geometry meeting dedicated to the centenary of A.D. Alexnadrov, 2012年8月21日, Euler institute, Saint-Petersburg(ロシア)
- 38 桑田和正, Optimal transportation costs of heat distribution in stochastic geometry analysis, UK-Japan mathematical forum on geometry, probability and their applications, BIRS workshop “Optimal transport and differential geometry”, 2012年7月19日, 慶応大学
- 39 太田慎一, Ricci curvature bounds and heat flow on metric measure spaces, National center for theoretical sciences, 2012年7月10日, 台湾国立大学(中華民国)
- 40 桑江一洋, On non-linear spectral gap for symmetric Markov processes with coarse Ricci curvatures, RIMS 研究集会「変分問題の展開-確率論と交錯する変分問題」, 2012年6月13日, 京都大学数理解析研究所
- 41 太田慎一, Curvature dimension condition and heat flow on metric measure spaces, RIMS 研究集会「変分問題の展開-確率論と交錯する変分問題」, 2012年6月10日, 京都大学数理解析研究所
- 42 石渡聡, 非コンパクトな連結部分をもつ連結和上の熱核評価, 東北大学幾何学セミナー, 2012年6月5日, 東北大学理学研究科数学教室

- 43 太田慎一, Splitting theorems of Finsler manifolds with non-negative Ricci curvatures, Conference on geometry, 2012年5月28日, 京都大学
- 44 桑田和正, Monotonicity of time-dependent transportation costs and coupling by reflection, BIRS workshop "Optimal transport and differential geometry", 2012年5月22日, BIRS, Banff(カナダ)
- 45 太田慎一, Splitting theorems of Finsler manifolds with non-negative Ricci curvatures, BIRS workshop "Optimal transport and differential geometry", 2012年5月20日, BIRS, Banff(カナダ)
- 46 塩谷隆, Concentration of metric measure spaces, geometric measure theory in non-Euclidean spaces, 2012年5月7-10日, Scuola Normale Superiore, Pisa (イタリア)
- 47 太田慎一, 測度距離空間のリッチ曲率と熱流, 日本数学会年会総合講演, 2012年3月27日, 東京理科大学
- 48 石渡 聡, Heat kernel estimates on connected sums with non-compact joint, Weekly Seminar, 2012年3月26日, 香港中文大学(中華人民共和国)
- 49 桑江一洋, Markov chains with Ollivier's coarse Ricci curvature and harmonic maps into convex spaces, 第13回 非線形偏微分方程式研究会, 2012年3月6日, 早稲田大学教育学部14号館4階401号室
- 50 石渡 聡, Heat kernel estimates on connected sums with non-compact joint, Cornell Analysis Seminar, 2012年1月23日, Cornell 大学(米国)
- 51 桑田和正, Wasserstein 距離にまつわる確率解析 I, 確率論シンポジウム, 2011年12月20日, 関西大学千里山キャンパス
- 52 桑田和正, Wasserstein 距離にまつわる確率解析 II, 確率論シンポジウム, 2011年12月20日, 関西大学千里山キャンパス
- 53 太田慎一, フィンズラー多様体のリッチ曲率, 日本数学会秋期総合分科会幾何学分科会特別講演, 2011年9月29日, 信州大学
- 54 桑田和正, Optimal transport and coupled diffusion by reflection, 5th International Conference on Stochastic Analysis and its Applications, 2011年9月6日, ボン大学(ドイツ)
- 55 塩谷隆, Concentration, Ricci curvature, and eigenvalues of Laplacian, Metric geometry and applications, 2011年7月28日, 南京(中華人民共和国)
- 56 桑田和正, Heat flow for Alexandrov spaces, The 35th SPA, 2011年6月2

- 1日, Oaxaca(メキシコ)
- 57 桑江一洋, Jensen's inequality on convex spaces, 日本数学会年会一般講演, 2011年3月20日, 早稲田大学
- 58 太田慎一, Displacement convexity of generalized relative entropies, The 34th SPA, 2010年9月7日, 千里ライフサイエンスセンター(大阪)
- 59 桑江一洋, Geometric and probabilistic aspects of p-uniformly convex spaces, The 6th Geometry Conference for Friendship of China and Japan, 2010年9月4日, 西北大学非線形科学研究センター, 西安(中華人民共和国)
- 60 桑江一洋, On non-linear martingales taking values into convex spaces, The 4th International Conference on Stochastic Analysis and Its Applications, 2010年8月31日, 関西大学千里山キャンパス
- 61 桑江一洋, Variational convergence over convex spaces, 確率論と幾何学, 2010年8月26日, 東北大学
- 〔その他〕
集中講義
「確率測度の空間上の解析学と幾何学(最適輸送理論とマルコフ連鎖)」名古屋大学多元数理科学研究科(2012年1月)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

桑江 一洋 (KUWAE KAZUHIRO)
熊本大学・大学院自然科学研究科・教授
研究者番号: 80243814

(2) 研究分担者

塩谷 隆 (SHIOYA TAKASHI)
東北大学・理学研究科・教授
研究者番号: 90235507
太田 慎一 (OHTA SHINICHI)
京都大学・理学研究科・准教授
研究者番号: 00372558
桑田 和正 (KUWADA KAZUMASA)
東京工業大学・理学部・准教授
研究者番号: 30432032
石渡 聡 (ISHIWATA SATOSHI)
山形大学・理学部・准教授
研究者番号: 70375393

(3) 連携研究者

厚地 淳 (ATSUJI ATSUSHI)
慶応大学・経済学部・教授
研究者番号: 00221044
河備 浩司 (KAWABI HIROSHI)
岡山大学・自然科学研究科・准教授
研究者番号: 80432904