

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 21 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2010～2012

課題番号：22360167

研究課題名（和文）

状態ジャンプ系変換を用いた非線形系の制御に関する研究

研究課題名（英文）

Study on the nonlinear control using transformation to state-jump system

研究代表者 山下 裕(YAMASHITA YUH)

北海道大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号：90210426

研究成果の概要（和文）：本研究では、動的な制御対象の状態空間を連続的あるいは離散的な座標を加えることで拡張し、その上で拡張された座標におけるジャンプを許容する制御システムを設計する方法の枠組みを提案した。また、拡張した空間を縮退させ、不連続制御則あるいは離散状態を持つ制御則を再構成する方法も示した。ジャンプを許容することで、動的システムの従来意思決定問題とされていた対象においても数学的な制御則が構成できた。

研究成果の概要（英文）：This study proposes a framework of control system design methodologies by which the state space of a dynamical controlled object is extended by adding new continuous or discrete coordinates and a desired closed-loop is designed on the augmented space allowing state-jumps on the new coordinates. Furthermore, methods of the degeneracy of the extended space for obtaining a discontinuous static feedback law or a control law with discrete states are given. By introducing state-jumps, we can construct a controller mathematically even for decision-making problems of the dynamical systems.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	6,100,000	1,830,000	7,930,000
2011年度	4,000,000	1,200,000	5,200,000
2012年度	2,800,000	840,000	3,640,000
年度			
年度			
総計	12,900,000	3,870,000	16,770,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：制御理論, 機械力学・制御, 数理工学, 非線形制御

1. 研究開始当初の背景

不連続フィードバックに関する研究は、近年広い広がりを見せている。たとえば、非ホロノミック拘束系や非ユークリッド空間上の系の安定化・高次スライディングモード制御などである。いずれも、非線形で不連続フィードバックのクラスは非常に広いため、以上の研究では、不連続性などの構造を予め決め

ておくことが普通である。

一方、本研究グループも、本課題開始前の研究で不連続フィードバックに関する一連の結果を発表してきた。そこでは、不連続性を事前に決めるというより、何らかの計算により自動的に不連続性が出現する設計アルゴリズムの構成を目指してきた。特に、非ユークリッド空間上のシステムの安定化に関しては、その困難さからほとんどの研究者が

手を出しかねている状態が続いていたが、本研究グループで提案されている手法はこれに対して非常に有効である。

非ユークリッド空間上のシステムの安定化に関する本研究グループの成果のうちのいくつかは、別の拡張空間での状態ジャンプとして解釈しうる。そこで、本研究では、空間の拡張方法およびジャンプ則を構成する手法を追求するものである。

2. 研究の目的

(1) 非ユークリッド空間上の制御において最小射影法を、拡張空間上の状態ジャンプ系として捉え直す。

(2) 本研究グループの従来研究である非ユークリッド空間上の安定化問題を動的補償器により解決する方法において、最適なジャンプ則の設計手法を明らかにする。また、動的補償器を使う場合における「最小射影」に相当する方法を開発し、単純に1次ファイバーを元の空間に張り付けたファイバー束を使っても大域的に安定化でき、局所リプシッツな制御リアプノフ関数が構成できることを示す。

(3) さらにこれらを、ヒステリシスを持つコントローラ設計に応用する。

(4) 移動ロボットの制御に応用する。

(5) 確率ジャンプ系・偏微分方程式ジャンプ系の検討を加える。

3. 研究の方法

(1) 拡張された空間上で制御リアプノフ関数を与え、それを用いて元の空間での制御を考える。元の系を安定化し、かつ何らかの意味で経済的な制御則とジャンプ則の組を見つけ出す方法を明らかにする。切り替え則が元の空間の状態だけで記述できるならば、最終的に得られる制御器は拡張空間なしで実装でき、不連続制御則が得られるはずである。

(2) ジャンプ則が元の空間の状態で記述できなければ、制御則はヒステリシスを持つ。これにより有用なヒステリシス付き制御則を求める。特に、制御則切り替えコストを考慮したジャンプ則はチャタリング除去に効果があることが期待できる。

(3) 非ユークリッド空間上の滑らかな制御則では、原点以外の不安定平衡点が生じ、状態は停留する。そのような特異点を覆い隠すジャンプ系構成方法を明らかにする。また、非ホロミック拘束系の制御に適用する。

(4) 複数の制御則があつてそれぞれ適用できる範囲が異なるときに、それらを合成して各制御則の弱点を覆い隠しかつ大域的安定性も補償する方法を明らかにする。

(5) 実際のシステムを対象とした実験・シミュレーションによって有効性を検証する。特

に移動ロボットにとっての障害物は状態空間中の穴であり、従来の制御系設計では局所的にしか制御則を構成できない。複数の制御空間をジャンプさせ目的を達成させる。

4. 研究成果

(1) 動的補償器の状態ジャンプ付き制御

動的補償器は制御器内部にあり、そのダイナミクスは微分方程式にとられる必要はない。そこで、必要に応じて動的補償器の状態をジャンプさせることで、制御系全体の次元が増えたことに対する無駄な動作を軽減させることができる。いったん動的補償器を含む制御則

$$u = \alpha(x, z), \quad \dot{z} = \beta(x, z)$$

を構成したのち、その制御則の下での閉ループ系のリアプノフ関数 $V(x, z)$ が得られているものとする。ここで、 u は入力変数、 x は制御対象の状態、 z は動的補償器の状態である。もし、制御則が逆最適コントローラの条件を満たしているならば、リアプノフ関数の値は、現在以降の最小コストである。制御対象の状態はジャンプできないが、もし、 z をジャンプさせることで同じ x に対し現在の関数 $V(x, z)$ より低い値が存在するのであれば、そのようなジャンプ則がコスト関数的にも有効であることがわかる。本研究ではそのように動的補償器の状態をジャンプさせる方法を提案した。本研究の結果に従えば、動的補償器のダイナミクス自体も最小値をなぞるように

$$z = \underset{z'}{\operatorname{argmax}} V(x, z')$$

と動かせばよい。動的補償器の不適切な初期値に対する過渡応答もこの方法により即座に適切な状態に z をジャンプさせることで完全に消すことができる。また、非線形システムではリアプノフ関数は二次形式とは限らないので、上式で選んだ z は x に関して連続とは限らない。したがって状態ジャンプは、制御開始時だけではなく、途中でも起こりうる。このとき動的補償器のダイナミクスは縮退し、そのときの漸近安定性は

$$\bar{V}(x) = \min_z V(x, z)$$

を新しいリアプノフ関数として証明できることを示した。元の $V(x, z)$ が連続・プロパーなら、この新しい $\bar{V}(x)$ も連続・プロパーで、さらに $V(x, z)$ がリプシッツ連続なら $\bar{V}(x)$ もリプシッツ連続、 $V(x, z)$ が局所半凹なら $\bar{V}(x)$ も局所半凹である。

本手法は動的補償器の過渡応答をカットするだけではなく、様々な状況に応用可能である。たとえば、非線形系では動的補償器を用いることで制御系設計が楽になることが多い。たとえば、入力変数に関して非線形な系・動的補償器を用いることで厳密線形化できる系・トポロジーの困難さを含む系などである。このような場合の静的フィードバックの設計に有用である。入力変数に関して非線形な系の例として、

$$\dot{x}_1 = u_1, \quad \dot{x}_2 = u_2$$

$$\dot{x}_3 = 2x_2 - u_1/(1 + u_1^2)$$

を考える。この系に対する動的コントローラ、

$$u_1 = \phi, \quad \dot{\phi} = v$$

$$\begin{pmatrix} v \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{x_2(1-\phi^2)}{(1+\phi^2)^2} & 2 - \frac{\phi}{1+\phi^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$$

$$w_1 = -a_0 x_1 - a_1 \phi$$

$$w_2 = -a_0 x_3 - a_1 x_2 (2 - \phi/1 + \phi^2)$$

は系を漸近安定化させる。これのリアプノフ関数

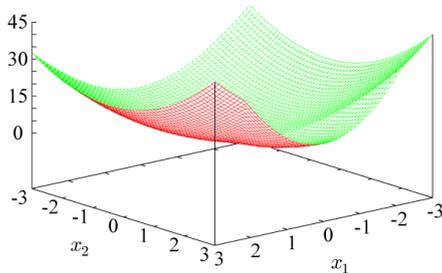
$$V(x, \phi) = \tilde{x}^T \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tilde{x}$$

$$\tilde{x} = (x_1, \phi, x_3, x_2(2 - \phi/(1 + \phi^2)))^T$$

が存在するので、

$$\phi = \underset{\phi'}{\operatorname{argmin}} V(x, \phi')$$

を動的コントローラを代入すると、静的な不連続制御則が得られる(v は無視する)。低次元化したリアプノフ関数を図示($x_3 = 0$ で切断)すると、以下のようになり、微分不可能面が現れる。この面を状態が通過する瞬間に仮想的な動的補償器の状態がジャンプし、制御入力の不連続になる。



(2) 複数の空間の間をジャンプすることにより最適な意思決定を行う制御系の開発(1) - 四輪移動ロボットの制御

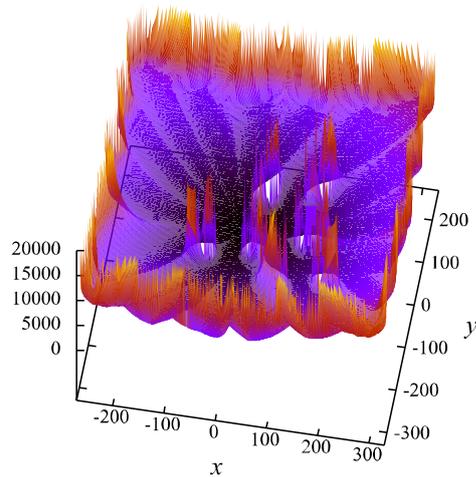
複数の任意形状の障害物をよけながらゴールに向かう四輪移動ロボットの制御は、たとえ障害物の位置形状が既知であっても難しい問題である。If-Then ルールを大量に用意する、あるいはルールを学習する方法では、立て込んだ障害物を必ず抜けてくる保証がない。一般的な方法としてよく知られているポテンシャルを使う方法でも、四輪移動ロボット特有の前輪操舵角制限をうまく扱えず、またポテンシャルの鞍形点近傍での停留問題を回避できない。

本研究では、ゴールに到達する基準軌道とその近傍で定義された局所的な空間を複数

用意し、その局所空間の間をジャンプするような制御手法を示した。前輪操舵角制限があるので、まず車両の向きを考えない部分システムの基準軌道周りの局所制御リアプノフ関数(局所 CLF)を求めた。これは様々な探索アルゴリズムで求めることができる。障害物近傍などの局所空間の端では局所 CLF は無限大となる。この局所 CLF をバックステッピング法によって車両の向きを含む状態に拡張する。前進と後進の2通りで拡張局所 CLF を作れば、同じ状態に対し少なくとも2つの拡張局所 CLF が対応する。複数の基準軌道に対するこれらの拡張局所 CLF を $\tilde{V}_i(x)$ とすると、最終的な制御リアプノフ関数(CLF)は

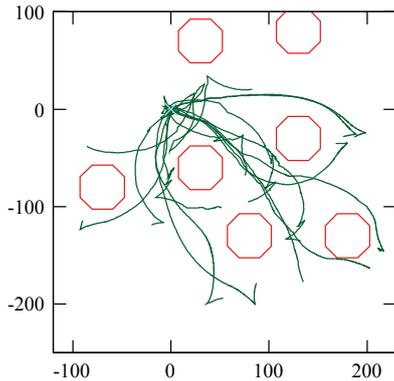
$$V(x) = \min_i \tilde{V}_i(x)$$

となる。下図は合成した CLF の例である。ただし、車両の角度は理想状態であるときの値を示している。尾根状の形状が見られるが、これにより障害物に近づく前に確実に通過可能経路に誘導される。また、基準軌道同士が交差する場合は、局所空間の間をジャンプしてより簡単に移動できる経路に切り替える。ジャンプのトリガは車両の向きも考慮された拡張局所 CLF の大小関係によって決定される。つまり、どの経路を通るかと言う意思決定問題を関数の大小関係のみで判断している。この CLF の勾配をもとにした制御則では、車両の前輪操舵角制限をはみ出してしまう。そこで、CLF を制限内で必ず減少させるように前進と後進を適宜入れ替えるように制御する方法を示した。CLF に対応する逆最適制御では操舵角制限を満たさない場合でも、前進用と後進用の空間をジャンプすることで目的を達成する。



小型移動ロボットによる実機実験の結果を以下に示す。赤が障害物で水色が目標位置、緑の線が様々な初期位置に対応する車両中心の軌道である。障害物の大きさは車両の大きさを考慮して大き目に設定されている。車両の前後に障害物がある場合など、どのような初期位置・姿勢に対しても切り返しを行い確実に目標位置に到達している。最小回転半

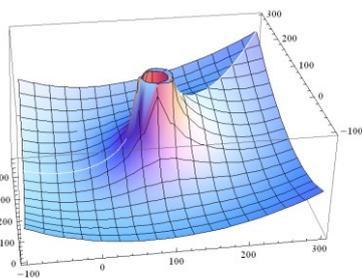
径以下の旋回が要求される経路でも切り返しを行い通り抜けている。



(3) 複数の空間の間をジャンプすることにより最適な意思決定を行う制御系の開発 (2) - 移動ロボットのフォーメーション形成

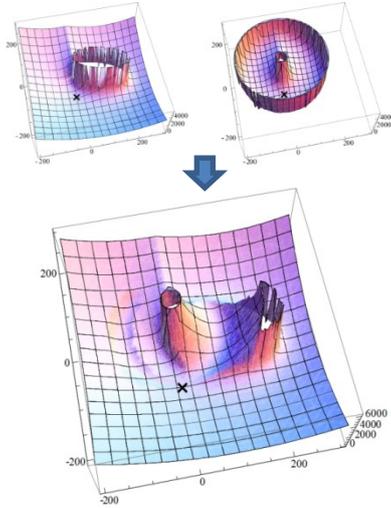
複数の移動ロボットのフォーメーション形成は高度交通システムなどにおいて重要な課題である。本研究においては、リーダー追従型フォーメーション形成問題において、(既に衝突している場合を除いて)特異点のないグローバルな衝突回避/フォーメーション形成を行う方法を示した。リーダー・フォロワー間には順位づけがなされていて、衝突回避は解のロボットの責任で行われる。ここで考えている移動ロボットは左右独立駆動の2輪ロボットで、速度入力である。車両先頭を車両原点とすることで、車両原点を出力とする厳密入出力線形化が可能になり、自由に前後左右に移動できる。よって問題は、どのような速度で動くか、ということを決めればよく、車両ダイナミクスは厳密入出力線形化によって考えなくても済む。本研究ではポテンシャル法を採用し、各フォロワーは上位ロボットの位置から形成されるポテンシャル関数の最急降下方向に動く。このポテンシャル関数をナビゲーション関数と呼ぶ。

次図は本研究で提案する1台目のフォロワーのナビゲーション関数である。リーダー(霜害物)からみて目標位置と反対側に尾根のような形状が現れている。これは、右回りでリーダーを避ける場合と左回りで避ける場合の別々の空間が重なり合っており、そのポテンシャルが一致するところで微分不可能な集合が現れているためである。



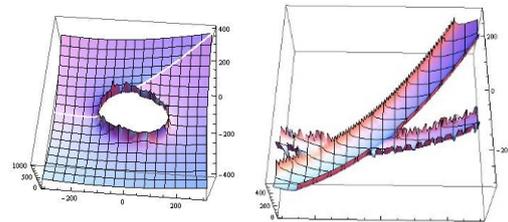
2 台目のフォロワーにとっては、障害物が

2 つあるので、問題はより複雑になる。ここでは、2 つの局所空間を考え、その空間をジャンプすることで経路を切り替える方法を採用する(下図)。

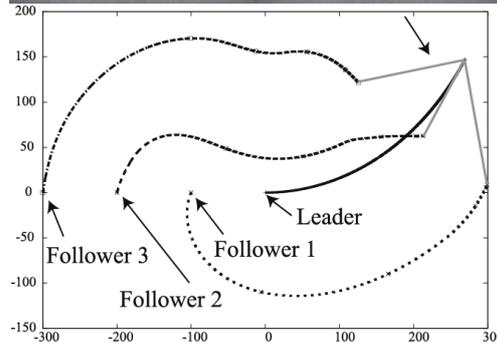


フォロワーは上位移動ロボットの位置しかわからないため、上位移動ロボットの速度入力は外乱となる。外乱に対する Leader-Follower-Stability は ISS の概念を用いて証明される。ISS リアプノフ関数は、最小射影法で合成されたナビゲーション関数である。

3 台目以降のナビゲーション関数も下図のように、上位ロボットの凸包からの距離と目標位置への角度を用いた関数(左図)と、制約付きサポートベクタマシンを使った経路探索による関数(右図)の合成により得られる。



4 台の小型移動ロボット (Pololu 3pi robot) によるフォーメーション形成実験およびシミュレーションの様子を下記に示す。



(4) 複数の局所最適制御則の間をジャンプする制御系の開発

入力制約や状態制約によって状態の定義域が制約されるが、それに見合った状態の吸引領域をフィードバックで達成するのは簡単ではない。例えば、LQ レギュレータの場合、状態制約があると、Riccati 方程式の解 P によって決まる超楕円体のうち状態制約内で最大の物が吸引保証領域になる。目標状態が状態制約の端近くにあると、吸引保証領域は小さくならざるをえない。大型装置産業では、目標状態が状態制約の端近くにあるような状況は頻繁に起きる。機器のスタートアップ操作では、手動で少しずつ目標値を動かしながら目標の定常状態に持っていくことが多く、エネルギー等の大きな無駄を生じている。

そこで、本研究ではスタートアップの短縮化に寄与する、広い定義域を持つ制御リアプノフ関数 (CLF) を構成する。これは局所的な最適制御で求めた空間をこまめにジャンプすることでつなぎ合わせ、全体として破綻しない CLF を構成することによって得られる。定常点となりうる点の集合を $(x'(y), u'(y))$ とパラメタライズする。ここでは出力 y によってパラメタライズされているものとする。各点において Riccati 方程式を解き局所的な最適コストを求め、

$$V_{local}(x, y) = (x - x'(y))^T P(y)(x - x'(y))$$
 とおく。この定義域は

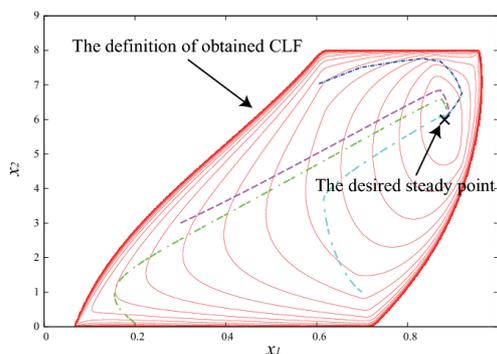
$$S(y) = \{x | V_{local}(x, y) < a(y)\}$$

のようになる。これを用いて、全ての局所定義域の和集合上で定義される CLF

$$V(x, y_0) = \min_y V_s(x, y) + k_p(y - y_0)^2$$

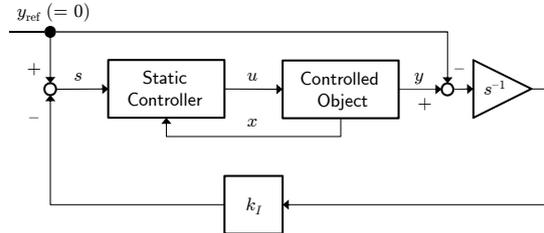
$$V_s(x, y) = -k_s \ln \left(1 - \frac{V_{local}(x, y)}{a(y)} \right)$$

を構成する方法を提案した。これは変形された局所 CLF にオフセットを付け、その包絡面をとったものである。包絡面としてアクティブな y に対応する空間に常に細かくジャンプしていることに相当する。場合によっては、不連続な制御となり、大きく y がジャンプすることもある。



これを元に Sontag 型制御則などにより安定化が可能である。次の図は、完全混合流形反応槽の制御の例を示している。大きく安定化可能範囲が広がっていることがわかる。

また、得られた CLF が目標の $y (= y_0)$ によってパラメタライズされていることを利用し、積分器を含むサーボ系を構成する方法を示した。



上記サーボ系において静的コントローラへの入力 s は仮目標出力 y_0 である。上記サーボ系の局所漸近安定性は積分ゲイン k_I が過大でない限り保たれることを証明した。

(5) その他

- ・有限時間整定する 2 次元スライディングモード制御の状態を拡張し、ジャンプすることによって、ヒステリシス特性を持たせる制御則を得た。原点近傍を除く領域でチャタリングを除くことができ、拡張空間でのリアプノフ関数も得られたが、高次スライディングモード系への拡張が課題である。

- ・Deadtime 付 PWM 制御において、新たな状態量とそのリセット機構を考えた上でハイブリッド最適制御を行う枠組みを考案したが、まだ検討すべき課題も多く、継続課題とした。

- ・非ホロノミック系も本研究課題の方法によって制御可能であるが、余剰空間を退化させた後の制御則が従来の不連続制御則と同一となり、大きな成果は上げられなかった。今後 S0(3) を含む系の制御・推定問題において本手法が有効となりうる可能性がある。

- ・確率ジャンプ系・偏微分方程式のジャンプ系に関しては、理論に基づいて力任せに計算機で解けば何かしらの制御則はえられるであろうが、実際の対象・目的が分かりにくいこともあり、別なテーマに集中した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 11 件)

[1] K. Hoshino, Y. Yamashita: Stochastic extremum-seeking algorithm for one-dimensional and multivariate static systems, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, 査読あり, **6**, in press (2013).

[2] 草野 周, 山下 裕: 連続時間系の制御リアプノフ関数に着目した 1 サンプル遅れを持つデジタル制御, 計測自動制御学会論文集, 査読あり, **48**(12), 889-897 (2012).

- [3] 西田 豪, 山北 昌毅: 偏微分方程式系に対する仮想 Lagrangian 構成法, 計測自動制御学会論文集, 査読あり, **48**(5), 257-264 (2012).
- [4] 的場 俊亮, 中村 奈美, 中村 文一, 秋場 英之: リンク機械システムに対するロボスト有限時間整定制御, 計測自動制御学会論文集, 査読あり, **48**(2), 109-116 (2012).
- [5] 西田 豪: Stokes-Dirac 微分と場の陰的な Lagrange 表現, 計測自動制御学会論文集, 査読あり, **47**(12), 621-630 (2011).
- [6] X. Teng and Y. Yamashita: Novel ODE-Type Smith Predictor for Nonlinear Control Systems with Delay, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, 査読あり, **4**(5), 380-386 (2011).
- [7] 西村 悠樹, 田中 幹也, 若佐 裕治, 山下 裕: 無限時間最適レギュレータ問題の近似解を構成する Schrodinger 方程式について, 日本応用数理学会論文誌, 査読あり, **21**(3), 197-209 (2011).
- [8] 福井 善朗, 中村 文一, 西谷 紘一: 最小射影法を用いた二輪車両の障害物回避制御, 計測自動制御学会論文集, 査読あり, **47**(2), 90-99 (2011).
- [9] G. Nishida, K. Takagi, B. Maschke, T. Osada: Multi-Scale Distributed Parameter Modeling of Ionic Polymer-Metal Composite Soft Actuator, *Control Engineering Practice*, 査読あり, **19**(4), 321-334, (2010).
- [10] 都築 卓有規, 山下 裕: 動的補償器による多様体上の非線形制御系の大域漸近安定化, 計測自動制御学会論文集, 査読あり, **46**(10), 598-606 (2010).
- [11] H. Nakamura, Y. Fukui, N. Nakamura, H. Nishitani: Multilayer minimum projection method for nonsmooth strict control Lyapunov function design, *Systems & Control Letters*, 査読あり, **59**(9), 563-570 (2010).

[学会発表] (計 8 件)

- [1] M. Yamada: Navigation function of mobile robots for formation driving, *2012 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, Dubrovnik Palace Hotel, Croatia (2012.10.5).
- [2] R. Nonaka: Control law for multiple obstacle avoidance of four-wheeled vehicle with limited steering angle by multilayer minimum projection method, *2012 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, Dubrovnik Palace Hotel, Croatia (2012.10.5).
- [3] T. Yamazaki: Static Nonsmooth Control Lyapunov Function Design via Dynamic Extension, *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Hilton Orlando Bonnet Creek, USA (2011.13.15).
- [4] H. Nakamura: Multilayer minimum

- projection method with singular point assignment for nonsmooth control Lyapunov function design, *The 49th IEEE Conference on Decision and Control*, Hilton Atlanta Hotel, USA (2010.12.17).
- [5] H. Nakamura: Desingularization by minimum projection method and its application to rigid body control, *2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, Pacifico Yokohama, Yokohama (2010.9.9).
- [6] H. Nakamura: Multilayer minimum projection method with infinity layers, *The 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, University of Bologna, Italy (2010.9.3).
- [7] T. Tsuzuki: A sufficient condition for local semiconcavity of value function on nonlinear optimal regulator, *SICE Annual Conference 2010*, The Grand Hotel, Taiwan (2010.8.20).
- [8] Y. Fukui: Real-time obstacle avoidance of a two-wheeled mobile robot via the minimum projection method, *The 19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Eötvös Loránd University, Hungary (2010.7.6).

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

- 出願状況 (計 0 件)
- 取得状況 (計 0 件)

[その他]

特になし

6. 研究組織

(1)研究代表者

山下 裕 (YAMASHITA YUH)
北海道大学・大学院情報科学研究科・教授
研究者番号:90210426

(2)研究分担者

中村 文一 (NAKAMURA HISAKAZU)
東京理科大学・理工学部・講師
研究者番号:70362837

西田 豪 (NISHIDA GOU)
京都大学・大学院情報学研究科
・研究員(産官学連携)
研究者番号:80435669

西村 悠樹 (NISHIMURA YUKI)
鹿児島大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号:20549018

都築 卓有規 (TSUZUKI TAKAYUKI)
島根大学・総合理工学部・助教
研究者番号:90452549