

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月31日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22510142

研究課題名（和文） 相関のある待ち行列の漸近解析とネットワークの性能評価への応用

研究課題名（英文） Asymptotic analysis of correlated queues and its application to performance evaluation of some networks

研究代表者

三好 直人 (MIYOSHI NAOTO)

東京工業大学・大学院情報理工学研究科・教授

研究者番号：20263121

研究成果の概要（和文）：

本研究では、点の間隔に相関のある1次元定常点過程に対する疑似再生方程式を導入し、それに対する極限定理を導きました。また、ネットワークの性能評価への応用のために、空間マーク付き点過程によって構成されるランダム・グラフの次数分布を漸近的に評価したり、セルラネットワークの空間点過程モデルを考え、被覆確率の漸近的な性質を調べたりしました。

研究成果の概要（英文）：

In this work, we introduced quasi-renewal equations for nonrenewal one-dimensional stationary point processes and derived the limit theorems for those equations. Besides, for the applications to performance evaluation of some networks, we asymptotically evaluated the degree distribution of random graphs, which are constructed from spatial marked point processes, and investigated the asymptotic property of coverage probability for spatial point process model of cellular networks.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	600,000	180,000	780,000
年度			0
年度			0
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学・社会システム工学・安全システム

キーワード：OR 確率モデル 待ち行列 ネットワーク

## 1. 研究開始当初の背景

現実の通信ネットワークでは、伝送されるファイルのサイズや到着間隔に強い相関が

現れるため、数学モデルを用いてネットワークの性能評価をする際は、こうした相関のあるモデルを考えることが重要です。しかし、待ち行列等の確率モデルにおいて相関のあ

るモデルを考えると、その定常分布等を求めることは一般に困難になります。そのような場合、定常分布の裾の漸近的な性質を調べることが有効な手段とされており、これは待ち行列に限らず、多くの確率モデルについても同じことが言えます。このような背景が本研究の当初の動機でした。

## 2. 研究の目的

上で述べた背景のもと、本研究では、入力に相関のある待ち行列等の一般的な確率モデルを考え、その定常分布の漸近的な性質を調べることによって、通信ネットワークの性能評価を行うことを目的としていました。ここで考えていた確率モデルとしては、純粋な待ち行列モデルに加えて、待ち行列によって構成されるランダム・グラフやそれを拡張したグラフも含めていました。

## 3. 研究の方法

- (1) 入力に相関のある一般的な待ち行列の漸近解析について、既存研究ではマルコフ型の待ち行列に対して再生定理やマルコフ再生定理が用いられていることから、これらの定理を一般の（マルコフ性を仮定しない）1次元点過程に拡張することを考えました。すなわち、1次元点過程に対して成立する疑似再生方程式を導入し、これに対する極限定理を導くことです。これにより1次元マーク付き点過程を入力とする待ち行列の漸近解析が可能になると考えました。一方で、マーク付き点過程を入力とする待ち行列自身の特徴づけも進めることにしました。ここでは、従来のポワソン点過程と独立同一分布に従うサービス時間を入力とする待ち行列に対して得られている結果を、パルム理論と確率強度を用いることによって一般化できると考えました。
- (2) 待ち行列以外にもいくつかの関連のある確率モデルに対して、その漸近的な性質を調べることも取り組みました。例えば、待ち行列の入力を表わす1次元の点過程を多次元の点過程に置き換え、2つの点がある条件を満たす場合に2点間に辺を引くことによって得られるランダム・グラフを考え、その次数分布の漸近的な性質や、連結成分が無限に大きくなる条件等を調べました。また、2次元点過程の点の位置がセルラネットワークの基地局の位置を表すものとして、セルラネットワークをモデル化し、その解析を通してセルラネットワークの性質を調べ

る課題にも取り組みました。ここでも既存研究では、待ち行列と同様ポワソン点過程を用いた解析が主流ですが、実際のセルラネットワークでは、基地局の位置が互いに独立に決められている訳はないため、点の位置に相関のあるモデルを考えました。他には、データベース等で使われるキャッシュアルゴリズムに対して、流体極限を導くことによって性能評価を行いました。

## 4. 研究成果

- (1) 入力に相関のある待ち行列の漸近解析については、上で述べたとおり1次元の点過程に対して疑似再生方程式を導入し、その極限定理を導きました（学会発表⑫）。しかし、この結果には当初予想していなかった条件が付いてしまい、そのままの形では一般の待ち行列には適用困難になってしまいました。一方で、1次元マーク付き点過程を入力とする待ち行列については、サービスの順番が割り込み後着順と呼ばれる単一サーバ・モデルに対してパルム理論と確率強度を適用することによって、既存研究においてポワソン点過程入力やマルコフ到着過程入力の待ち行列に対して得られている結果に対応する結果を導くことができました（雑誌論文③）。
- (2) 待ち行列における1次元の点過程を多次元の空間点過程に拡張することによって、無限サーバ待ち行列はブーリアン・モデルと呼ばれる確率幾何モデルに対応付けられます。これは、多次元空間に無限個のランダムな大きさの球がランダムに置かれているようなモデルです。このブーリアン・モデルにおいて、2つの球が重なる場合に球の中心間に辺を引くことによって、ランダム・グラフが得られます。こうして得られたブーリアン・モデルやその一般化である空間閾値グラフに対して、その次数分布や連結成分のパーコレーションについて調べました。これらのランダム・グラフにおける結果を用いて、アドホック・ネットワーク等の接続性を議論することができると考えられます。ブーリアン・モデルによって構成されるランダム・グラフでは、球の半径が裾の長い分布にしたがう場合に、グラフの次数分布もまた裾の長い分布にしたがうことを示しました（学会発表⑨）。また、ブーリアン・モデルを一般化した空間閾値グラフに対しては、その連結成分が無限に大きくなる条件等を導きました（学会発表⑦）。

- (3) 平面上の2次元の点過程を用いてセルラネットワークをモデル化し、その解析を行いました。このモデルでは、点過程の点の位置がセルラネットワークの基地局の位置に対応します。既存研究では、待ち行列と同様にポワソン過程を用いたモデル化と解析が主流ですが、これは各基地局が互いに独立に配置されていることを意味します。実際には、基地局の位置が独立に決められている筈はなく、それらの位置には相関があると考えられます。そこで、ポアソン過程の代わりにジニブル過程と呼ばれる空間点過程を用いたモデルを提案し、それを解析することによって、セルラネットワークの性質を調べました。まず最も基本的なモデルに対して、被覆確率を数値計算可能な形で導出し、部分的に周波数を繰り返す(Fractional Frequency Reuse)効果を調べたり、被覆確率の漸近的な性質を調べたりしました(学会発表④⑤)。さらに、より現実的な状況に近づけるため、ユーザによる干渉を考慮したり(学会発表③)、複数の種類の異なる基地局が混在するモデルを考えたり(学会発表②)しました。ここでは、ジニブル点過程を一般化した $\alpha$ -ジニブル点過程を用いて解析を行いました。また、これらは基地局からユーザへの信号による下りリンク・ネットワークのモデルですが、ユーザから基地局への信号による上りリンク・ネットワークのモデルも考え、送信電力制御の効果等を調べました(学会発表①)。ここでは、待ち行列の解析の際に用いたパルム理論を2次元の点過程に適用しています。
- (4) その他、キャッシュアルゴリズムの確率モデルに対して、流体極限を通してキャッシュのミス率の評価を行ったり(学会発表⑥、雑誌論文①)、ある種のアルゴリズムの漸近的な最適性を示したりしました(学会発表⑩)。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① N. Tsukada, R. Hirade, N. Miyoshi, Fluid limit analysis of FIFO and RR caching for independent reference models, Performance Evaluation, 査読有, vol. 69, 2012, 403-412.  
DOI: 10.1016/j.peva.2012.05.008
- ② H. Toyozumi, S. Tani, N. Miyoshi, Y.

Okamoto, Reverse preferential spread in complex networks, Physical Review E, 査読有, vol. 86, 2012, 21103.

DOI: 10.1103/PhysRevE.86.021103

- ③ N. Miyoshi, On the stationary LCFS-PR single-server queue: A characterization via stochastic intensity, Numerical Algebra, Control and Optimization, 査読有, vol. 1, 2011, 713-725.  
DOI: 10.3934/naco.2011.1.713
- ④ S. Chida, N. Miyoshi, Limiting size index distributions for ball-bin models with Zipf-type frequencies, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 査読有, vol. 63, 2011, 745-768.  
DOI: 10.1007/s10463-010-0276-7
- ⑤ K. Ano, H. Kakinuma, N. Miyoshi, Odds theorem with multiple selection chances, Journal of Applied Probability, 査読有, vol. 47, 2010, 1093-1104.  
DOI: 10.1239/jap/1294170522

[学会発表] (計12件)

- ① 小林拓矢, 三好直人, セルラネットワークにおける上りリンクの確率幾何モデル, 日本オペレーションズ・リサーチ学会2013年春季研究発表会, 2013年3月6日, 東京大学, 東京.
- ② 仲田至, 三好直人, 複数種類の基地局からなるセルラネットワークの確率幾何モデル, 待ち行列シンポジウム: 確率モデルとその応用, 2013年1月24日, 長崎ワシントンホテル, 長崎.
- ③ 小林拓矢, 三好直人, 宮田純子, ユーザによる干渉を考慮したセルラネットワークの確率幾何モデル, 日本オペレーションズ・リサーチ学会2012年秋季研究発表会, 2012年9月12日, ウィンクあいち, 名古屋.
- ④ N. Miyoshi, T. Shirai, A cellular network model with Ginibre configured base stations, 4<sup>th</sup> Meeting of EURO Working Group on Stochastic Modelling (StochMod12), 2012年5月31日, Ecole Centrale Paris, Paris, France.
- ⑤ 三好直人, 白井朋之, ジニブル点過程に従って基地局が配置されたセルラネットワーク・モデル, 日本オペレーションズ・リサーチ学会待ち行列研究部会, 2012年4月21日, 東京工業大学, 東京.
- ⑥ 垣江暢大, 三好直人, 複数種類のオブジェクトから成る平均場相互作用モデルとそのキャッシュアルゴリズムのミス率解

- 析への応用, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2012 年春季研究発表会, 2012 年 3 月 27 日, 防衛大学校, 横須賀.
- ⑦ 丸山真介, 三好直人, 空間閾値グラフの連結性について, 待ち行列シンポジウム: 確率モデルとその応用, 2012 年 1 月 19 日, ホテルクラウンパレス浜松, 浜松.
  - ⑧ 三好直人, 半正定値計画を用いた拡散過程の数値計算, 最適化理論の産業・諸科学への応用ワークショップ, 2011 年 10 月 13 日, 九州大学, 福岡.
  - ⑨ N. Miyoshi, S. Maruyama, M. Ogura, Long-tailed degree distribution of a random geometric graph constructed by the Boolean model with spherical grains, 16<sup>th</sup> INFORMS Applied Probability Society Conference, 2011 年 7 月 8 日, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden.
  - ⑩ H. Toyozumi, S. Tani, N. Miyoshi, Y. Okamoto, Controlling the spread over finite-size statistical network, 16<sup>th</sup> INFORMS Applied Probability Society Conference, 2011 年 7 月 7 日, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden.
  - ⑪ R. Hirade, T. Osogami, N. Miyoshi, Asymptotic optimality of Two-Queue page replacement policy in the fluid limit, PERFORMANCE2010, 2010 年 11 月 18 日, University of Namur, Namur, Belgium.
  - ⑫ 三好直人, 点過程に対する疑似再生方程式とその極限定理, 日本オペレーションズ・リサーチ学会待ち行列研究部会, 2010 年 7 月 17 日, 東京工業大学, 東京.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

三好 直人 (MIYOSHI NAOTO)  
東京工業大学・大学院情報理工学研究科・教授  
研究者番号: 20263121

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし