

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 4 月 16 日現在

機関番号：32702

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22510161

研究課題名（和文）確率ボラティリティの影響を受けるフラクタルマーケットの研究

研究課題名（英文）Research for fractal market influenced by stochastic volatility

研究代表者

成田 清正（NARITA KIYOMASA）

神奈川大学・工学部・教授

研究者番号：10211450

研究成果の概要（和文）：ブラック-ショールズによる金融モデル（1973年）では、株式のような危険資産のリスクの程度を表すボラティリティは定数として扱われていた。本研究では、実際の市場を反映させるために、ボラティリティを統計的な自己相似性と過去履歴への依存性をもつフラクタルな確率過程として定式化した。さらに、ボラティリティの因子が長期・短期の記憶と急速・遅速の平均回帰率をもつ場合に、金融証券としてのオプションの価格付け問題を解いた。

研究成果の概要（英文）：In the financial model derived by Black, F. and Scholes, M. (1973), the volatility, which represents the degree of randomness of the asset price, is quantified by a constant parameter. In this research, to obtain a more realistic model, the volatilities are formulated by fractional stochastic processes which have statistic self-similarity and dependence on the memory to the past. Moreover, in the case when the volatility-driving processes have the 'long and short term-memories' and the 'fast and slow mean-reversions', we solved the problem for option pricing in financial derivatives.

交付決定額

（金額単位：円）

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2010年度 | 700,000 | 210,000 | 910,000 |
| 2011年度 | 600,000 | 180,000 | 780,000 |
| 2012年度 | 600,000 | 180,000 | 780,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 1,900,000 | 570,000 | 2,470,000 |

研究分野：確率論

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学、社会システム工学・安全システム

キーワード：確率ボラティリティ・フラクショナルブラウン運動・ハースト指数・確率微分方程式・ブラック-ショールズ方程式・ヨーロッパ型コールオプション・オルンシュタイン-ウーレンバック過程・特異摂動

1. 研究開始当初の背景

(1) ブラック-ショールズ（1973年）によって構築された金融モデルでは、株式のような危険資産の偶然変動を標準ブラウン運動で定式化し、リスクの程度を表すボラティリテ

ィという尺度を定数で表していた。しかし、これだけでは金融市場の実際が十分に反映されたものにはなっていない。そのために、金融市場の実際のリスクが反映されるものとして、時間と共に偶然に推移する確率過程

によるボラティリティという尺度、すなわち、確率ボラティリティから影響を受ける金融モデルの定式化が求められていた。

特に、確率ボラティリティの時系列データが統計的な自己相似性と長期・短期の記憶性をもつ金融モデルの解析が求められていた。

(2) この場合、確率ボラティリティの影響を受ける金融派生証券のオプションにおいて、買い手が初期に支払う額と、売り手が満期に支払うために用意しておかなければいけない財に係るオプションの価格付け問題に対する解決が求められていた。

さらに、金融取引のデータから求まって、投資家やアナリストの計量解析に役立つような効率的ボラティリティの定義、およびボラティリティに係るリスクの市場価値がオプション価格に果たす役割と機能の明確化も必要とされていた。

2. 研究の目的

(1) 確率ボラティリティの因子が、統計的な自己相似性と過去履歴への依存性をもつフラクショナルブラウン運動から定まるフラクショナル オルンシュタイン - ウーレンベック過程の場合に、確率ボラティリティの性質を、平均回帰率という尺度を用いて特徴付ける。

(2) 危険資産が、急速と遅速のスケールで平均回帰するフラクショナル オルンシュタイン - ウーレンベック過程から影響を受ける場合に、満期時点で権利が行使されるヨーロッパ型コールオプションの価格関数を求め、効率的な定数ボラティリティとリスクの市場価値に係る指標を用いて特徴付ける。

3. 研究の方法

(1) 統計的な自己相似性と過去履歴への依存性は、0と1の間に値をとるハースト指数というパラメータをもつフラクショナルブラウン運動によって特徴付けられる。そのような、フラクショナルブラウン運動に関する新しい確率積分の理論を用いる。

(2) フラクショナルブラウン運動の影響を受けるフラクショナル オルンシュタイン - ウーレンベック過程は、平均回帰と長い時間経過での不変確率分布によって特徴付けられる。そのようなオルンシュタイン - ウーレンベック過程を、フラクショナルブラウン運動から導かれる確率微分方程式を用いて構成する。

(3) 危険資産の個数よりもランダムソースとして係わるノイズの個数の方が多非完

備 (インコンプリート) な金融市場において、ヨーロッパ型コールオプションの価格を決定する偏微分方程式の漸近解を求めるため、小助変数に関する特異摂動の解析手法を用いる。

(4) 海外誌に論文を発表し、学会等で口頭発表し、成果を公表する。さらに、知見確認のために、学外の研究者と研究交流セミナーを実施し、かつ講演会と産学連携を通して研究成果を学生等へ教育還元する。

4. 研究成果

(1) フラクショナル オルンシュタイン - ウーレンベック過程の平均回帰率を、急速と遅速の両スケール、すなわちマルチスケールでモデル化し、急速スケールは満期までが長期のオプションに、遅速スケールは満期までが短期のオプションに好都合であることを見出した。さらに、マルチスケールの確率ボラティリティから影響を受ける場合に、ヨーロッパ型コールオプションの無裁定な価格関数の偏微分方程式を導出した。特に、急速スケールの場合には、金融市場の取引から計算できるインプライド ボラティリティの漸近公式を得ることができた。

(2) 導出された偏微分方程式の解を漸近展開して、急速スケールに関する特異摂動と遅速スケールに関する正則摂動の解析手法を用いて、無裁定な価格関数の主項と補正項を決定した。さらに、決定された主項は、新たに得られた効率的な定数ボラティリティに関するブラック - ショールズ方程式の解であること、および補正項は、ブラック - ショールズの方非斉次型方程式の解であることを示した。特に、価格関数は効率的な定数ボラティリティとリスクの市場価値に係るパラメータの組から特徴付けられ、計量可能な表現であることを示した。

(3) 学外の研究者を招いて、知見を確認する研究交流セミナーを行い、研究成果を教育へ還元する講演会を15回開催し、研究と教育の双方向的なコラボレーションを高めた。さらに、産学連携活動として、2種類のIT教育コンテンツの開発に協力し、かつ、学会活動として、日本応用数理学会による「応用数理ハンドブック」の編集 (担当: 数理ファイナンス分野) にも携わり、研究情報の発信に基づいた社会貢献をすることができた。

(4) 研究成果を海外の英文論文3報、国内学会の口頭発表34報に纏めた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ① NARITA, K. Multiscale stochastic volatility driven by fractional Brownian motion, Far East J. Theoretical Statistics, 査読有, Vol. 39, No. 2, 2012, pp. 79-139.
- ② NARITA, K. Implied volatility under fractional stochastic volatility in Black-Scholes model, Far East J. Theoretical Statistics, 査読有, Vol. 35, No. 1, 2011, pp. 1-49.
- ③ NARITA, K. Asymptotics for option pricing in fractional stochastic volatility with arbitrary Hurst parameter, Far East J. Theoretical Statistics, 査読有, Vol. 32, No. 2, 2010, pp. 101-173.

[学会発表] (計34件)

- ① 越塚晃佑、佐々木太良、成田清正、コスト関数を用いたヴァイオリンの運指の物理モデルに関する研究、電子情報通信学会 2013 年総合大会、2013 年 3 月 21 日、岐阜大学 (岐阜県)
- ② 進藤 晋、Bushellの方法に基づく非線形行列方程式の正定値解について、電子情報通信学会 2013 年総合大会、2013 年 3 月 21 日、岐阜大学 (岐阜県)
- ③ 岩田和也、佐々木太良、成田清正、確率ボラティリティを持つ Vasicek モデルの解析、電子情報通信学会 2013 年総合大会、2013 年 3 月 20 日、岐阜大学 (岐阜県)
- ④ 成田清正、ファイナンスモデルにおけるマルチフラクショナルブラウン運動、日本応用数理学会 2013 年研究部会連合発表会、2013 年 3 月 14 日、東洋大学 (東京都)
- ⑤ 越塚晃佑、佐々木太良、成田清正、ヴァイオリンの運指の物理モデルに関する研究、電子情報通信学会 2012 年ソサイエティ大会、2012 年 9 月 13 日、富山大学 (富山県)
- ⑥ 進藤 晋、F-Divergence を定義する凸関数の Adjoint について、電子情報通信学会 2012 年ソサイエティ大会、2012 年 9 月 13 日、富山大学 (富山県)
- ⑦ 錦織 海、佐々木太良、成田清正、FBS を用いた外国為替オプション理論価

格導出の問題、電子情報通信学会 2012 年ソサイエティ大会、2012 年 9 月 11 日、富山大学 (富山県)

- ⑧ 岩田和也、佐々木太良、成田清正、確率ボラティリティの影響を受けるファイナンスモデルの解析、電子情報通信学会 2012 年ソサイエティ大会、2012 年 9 月 11 日、富山大学 (富山県)
- ⑨ 加藤史悟、佐々木太良、成田清正、フラクショナル幾何ブラウン運動と線形時変フィルタを用いたトラヒック解析、電子情報通信学会 2012 年ソサイエティ大会、2012 年 9 月 11 日、富山大学 (富山県)
- ⑩ 栗村 真、佐々木太良、成田清正、機械検出可能な Watermark の研究、電子情報通信学会 2012 年ソサイエティ大会、2012 年 9 月 11 日、富山大学 (富山県)
- ⑪ 成田清正、マルチスケールの確率ボラティリティをもつ Black-Scholes モデル、日本応用数理学会 2012 年度年会、2012 年 8 月 30 日、幹事校・早稲田大学、稚内全日空ホテル (北海道)
- ⑫ 進藤 晋、ダイバージェンス最適化問題、京都大学数理解析研究所 研究集会「最適化手法の理論と応用の繋がり」、2012 年 7 月 23 日、京都大学数理解析研究所 (京都)
- ⑬ 栗村 真、佐々木太良、成田清正、誤り訂正符号による watermark の精度向上の研究、電子情報通信学会 2012 年総合大会、2012 年 3 月 22 日、岡山大学 (岡山県)
- ⑭ 加藤史悟、佐々木太良、成田清正、フラクショナル幾何ブラウン運動を用いたトラヒック解析、電子情報通信学会 2012 年総合大会、2012 年 3 月 22 日、岡山大学 (岡山県)
- ⑮ 錦織 海、佐々木太良、成田清正、FBM のハースト指数を用いた為替相場の解析、電子情報通信学会 2012 年総合大会、2012 年 3 月 22 日、岡山大学 (岡山県)
- ⑯ 進藤 晋、Copula Entropy の最大化、2011 年日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会、2011 年 9 月 16 日、甲南大学 (兵庫県)
- ⑰ 國谷孝一、成田清正、佐々木太良、Black-Scholes モデルにおける確率ボラティリティの解析 (II)、2011 年日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会、2011 年 9 月 15 日、甲南大学 (兵庫県)
- ⑱ 中道陵亮、成田清正、佐々木太良、非線形競争モデルにおける動的挙動の解析、2011 年日本オペレーションズ・

- リサーチ学会秋季研究発表会、2011年9月15日、甲南大学（兵庫県）
- ⑱ 成田 清正、FBMの影響を受けるBlack-Scholesモデルのインプライドボラティリティ、日本応用数学会2011年度年会、2011年9月14日、同志社大学（京都）
- ⑲ 川島 怜、佐々木太良、成田 清正、線情報成分へのデータ埋め込みによる著作権管理の研究、電子情報通信学会2011年ソサイエティ大会、2011年9月14日、北海道大学（北海道）
- ⑳ 川島 怜、佐々木太良、成田 清正、線画へのデータ埋め込みの研究、日本経営工学会平成23年度秋季研究大会、2011年9月13日、岩手県立大学（岩手県）
- ㉑ 中道陵亮、成田 清正、佐々木太良、確率競争モデルにおける安定性解析の研究、日本経営工学会平成23年度秋季研究大会、2011年9月13日、岩手県立大学（岩手県）
- ㉒ 栗村 真、佐々木太良、成田 清正、誤り訂正符号による著作権保護の研究、日本経営工学会平成23年度秋季研究大会、2011年9月13日、岩手県立大学（岩手県）
- ㉓ 加藤史悟、佐々木太良、成田 清正、ブラウン運動の理論に基づくトラヒック解析、日本経営工学会平成23年度秋季研究大会、2011年9月13日、岩手県立大学（岩手県）
- ㉔ 錦織 海、佐々木太良、成田 清正、ブラウン運動を用いた為替相場の解析、日本経営工学会平成23年度秋季研究大会、2011年9月13日、岩手県立大学（岩手県）
- ㉕ 國谷孝一、成田 清正、佐々木太良、BSモデルにおけるFBM確率ボラティリティの解析、日本経営工学会平成23年度秋季研究大会、2011年9月12日、岩手県立大学（岩手県）
- ㉖ 國谷孝一、成田 清正、佐々木太良、Black-Scholesモデルにおける確率ボラティリティの解析、日本経営工学会平成22年度秋季研究大会、2010年10月24日、福岡工業大学（福岡県）
- ㉗ 中道陵亮、成田 清正、佐々木太良、揺らぎを含む非線形競争モデルの解析、日本経営工学会平成22年度秋季研究大会、2010年10月24日、福岡工業大学（福岡県）
- ㉘ 服部直人、進藤 晋、経済のファンダメンタルズを考慮したポートフォリオの構築、日本経営工学会平成22年度秋季研究大会、2010年10月24日、福岡工業大学（福岡県）
- ㉙ 林 弘太、進藤 晋、アフィンモデルを用いたイーールドカーブ予測、日本経営工学会平成22年度秋季研究大会、2010年10月24日、福岡工業大学（福岡県）
- ㉚ 成田 清正、FBMの確率ボラティリティを

もつBlack-Scholesモデル、2010年日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会、2010年9月17日、コラッセふくしま（福島県）

㉛ 石田浩章、佐々木太良、成田 清正、チャートの自動描画アルゴリズムの研究、電子情報通信学会2010年ソサイエティ大会、2010年9月15日、大阪府立大学（大阪府）

㉜ 川島 怜、佐々木太良、成田 清正、漫画の著作権管理方法の研究、2010年9月15日、大阪府立大学（大阪府）

㉝ 成田 清正、FBMの確率ボラティリティから影響を受けるBlack-Scholes方程式、日本応用数学会2010年度年会、2010年9月8日、明治大学（東京都）

〔図書〕（計2件）

- ① 富士通ラーニングメディア
（監修：成田 清正）、
独立行政法人 情報処理推進機構（IPS）、
情報セキュリティ実践教育コンテンツ、
2013年3月、教材開発と作成
（15回分の講義および演習の教材一式）
- ② 富士通ラーニングメディア
（監修：成田 清正）、
独立行政法人 情報処理推進機構（IPS）、
産学連携 IT 人材育成のためのパーソナルスキル（ロジカルシンキング）
養成教育コンテンツ、2012年2月、
教材開発と作成
（15回分の講義および演習の教材一式）

6. 研究組織

(1) 研究代表者

成田 清正 (NARITA KIYOMASA)
神奈川大学・工学部・教授
研究者番号：10211450

(2) 研究分担者

進藤 晋 (SHINDO SUSUMU)
神奈川大学・工学部・教授
研究者番号：60322533

(3) 連携研究者

()

研究者番号：