

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月2日現在

機関番号：17701

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2012

課題番号：22530975

研究課題名（和文） 社会的相互作用に基づく算数・数学の授業構成に関する認識論的・記号論的研究

研究課題名（英文） Epistemological and semiotic research on mathematical class based on social interaction

研究代表者

山口 武志(YAMAGUCHI TAKESHI)

鹿児島大学・教育学部・教授

研究者番号：60239895

**研究成果の概要（和文）：**慣例的な表記の役割という視座から、算数・数学教育における構成主義的アプローチの課題や限界を指摘した。一方、記号の役割を重視している社会文化主義的アプローチにおける社会的相互作用の機能や役割を考察した。これら2点の研究をふまえながら、構成主義的アプローチと社会文化主義的アプローチとを協応させるという立場から、算数・数学科の授業構成あるいは授業改善のための基本的視点を提案した。

**研究成果の概要（英文）：** This research pointed out the issue and limitation of the constructivist approach in the area of mathematics education from the viewpoint of conventional notations. Basic functions and roles of social interaction were considered from the perspective of the socio-cultural approach. As a result, basic principles of mathematics class based on social interaction were proposed by coordinating the constructivist approach with the socio-cultural approach.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	500,000	150,000	650,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
2012年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	1,700,000	510,000	2,210,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：算数・数学科授業、社会的相互作用、認識論、記号論

### 1. 研究開始当初の背景

#### (1) 本研究の背景：実践的課題

今日、算数・数学の多くの授業では、主体的な学習の実現のために、子どもたちの多様な考え方に基づく「社会的相互作用(social interaction)」の過程が重視されている。社会的相互作用の過程では、子どもたちの様々な考え方の類似点や相違点は勿論のこと、一般

性や汎用性、簡潔性などの視座から、子どもたちの様々な考え方の比較、検討がなされることになる。近年、算数・数学教育（以下、数学教育）では、「社会的相互作用」の他にも、「練り上げ」や「コミュニケーション」などといった関連する用語が実践において強調されている。その背景には、数学的意味の構成や数学的な考え方の育成にとって、社会的

相互作用が必要不可欠であるとの認識がある、と考えられる。

しかし、実際の授業の多くでは、問題解決学習の文脈のもとで、社会的相互作用の過程が形骸化し、その結果、子どもたちの多様な考えを十分に生かすことができないまま、教師側から知識を一方的に押しつけてしまう場合も決して少なくない。日々の授業に潜在するこうした実践的課題を本質的に解決するためには、単なる指導方法に関する考察や改善にとどまるのではなく、数学的意味の構成に果たす社会的相互作用の機能や役割に関する認識論的考察をふまえながら、子どもたちの多様な考えに基づく教授・学習の理論的基盤を構築することがきわめて重要である、と考える。

## (2) 本研究の背景：理論的課題

上述の実践的課題に深く関連する数学教育の理論的研究としては、次の2つがあげられる。

### ①構成主義、相互作用主義、社会文化主義に関する研究

第1は、数学教育における「構成主義(constructivism)」の台頭とその後の展開である。構成主義は、子ども主体の学習に通じる認識論として注目されているが、以下のような理論的な課題や限界をかかえている。

「数学は一種の言語である」といわれるよう、例えれば、数式に代表される記号的表現は、いわば「思考の道具」であり、文化として歴史的に継承された「文化的道具(cultural tool)」といえる。一方、「認識」と「表現」は表裏一体であり、個人の認識は、ある種の表現によって表出されなければ、コミュニケーションの対象にはならない。このような視座に立つとき、構成主義は、あくまで個の知識構成に関する認識論であるから、個人の主観的認識を反映したインフォーマルな表現が、文化として継承されてきたフォーマルな表現との接続を通じて、教室で共有された客観的認識へと変容する過程を構成主義的認識論では十分に説明できない、と指摘されている。つまり、構成主義では、「主観的認識から客観的認識の変容」と「インフォーマルな表現からフォーマルな表現への洗練過程」との相互関係を十分に説明できない、ということになる。

こうした課題に対し、「社会文化主義」や「相互作用主義」による構成主義の補完や、「実践的数学教育(RME)」で提案されている「活動の4水準(課題場面における活動、参照的活動、一般的活動、慣習的なシンボルを用いた推論)」などは、理論的改善の事例と考えられる。しかし、これらは、社会的相互作用に基づく授業モデルとして十分に精緻化されたものではない。

### ②数学的一般化に関する研究

数学では、一般化によって思考の効率化を図るとともに、数学的内容の普遍性、一般性を保証している。それ故、一般化は抽象化とともに、数学的思考の本質であるといえる。そして、多くの場合、数学的一般化は、文字式などの記号によって達成される。本研究において数学的一般化に注目する理由は、主観的認識から客観的認識への変容過程や社会的相互作用の本質が、数学的には、一般化を志向する文脈で展開される、と考えるからである。

数学的一般化について、記号を媒介しながら、主観的認識と客観的認識の接続を理論化した研究者が、オーストリアのDörflerである。氏の提唱する一般化モデル(図1)は、「構成的抽象」と「記号の対象化」に続く一般化の2つのパートから構成されている。前者は、いわば個の知識構成の過程に対応するのに対し、後者では、個の知識の一般性、普遍性が確認され、他者とのかかわりの中で、個の知識の客観化がなされる。また、氏は、一般化に果たす記号の役割を重視しており、このことは、一般化モデルにおいても「記号の対象化」として反映されている。その意味で、Dörflerの一般化モデルでは、「記号の対象化」を前後して、主観と客観の接続が図られていることになる。

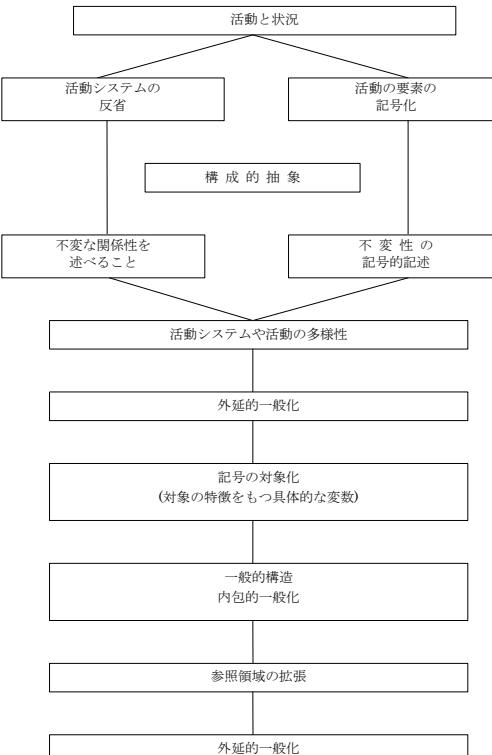


図1 Dörfler の一般化モデル

しかしながら、Dörflerの一般化モデルは、一般化を構成する各分節を継続的にモデル化したものであって、主観から客観への変容

のメカニズムを示したものではない。換言すれば、社会的相互作用に基づく主観と客観の接続の様相はモデルの背景に埋め込まれたままであり、課題として残されている。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、こうした実践的課題および理論的課題を意識しつつ、「社会的相互作用」と「数学的一般化」という2つのキーワードに注目しながら、算数・数学学習における「主観的認識から客観的認識への変容過程」に関する教授・学習のあり方を検討し、授業改善への示唆を得ることにあった。具体的な研究目的としては、次の3つを設定した。

### (1) 社会的相互作用に基づく算数・数学の教授・学習過程に関する理論的研究

本研究では、「慣例的な表記」の役割という視座から、構成主義の課題や限界を検討することを目的とした。また、こうした構成主義の課題や限界を「社会文化主義」の視座から理論的に補完し、社会的相互作用に基づく教授・学習過程への示唆を理論的に導出することを目的とした。

### (2) 社会的相互作用に関する教師の意識や教材研究に関する実践的課題の抽出

前述の「実践的課題」でも述べたように、多くの教師が、社会的相互作用に基づく授業のあり方に苦慮している。そのため、慣例的な表記の導入が授業の鍵となっている教材に注目しながら、教科書分析や実態調査などによって、社会的相互作用に関する実践的課題を明らかにしたいと考えた。

### (3) 社会的相互作用に基づく算数・数学の授業構成に関する実践的研究

(2)で明らかになった実践的課題をふまえつつ、(1)で検討した教授・学習過程に基づく授業改善案を検討した上で、指導への具体的な示唆を得たいと考えた。

## 3. 研究の方法

理論的研究としては、構成主義、相互作用主義、社会文化主義の各認識論における社会的相互作用のとらえ方などについて、主として文献解釈的手法によって明確にすることとした。その上で、構成主義を社会文化主義の視座から補完する視座から、算数・数学科の授業における社会的相互作用の機能や役割について理論的に検討した。

一方、実践的研究としては、小学校における「たし算の筆算」(第2学年)や「かけ算の筆算」(第3学年)などの具体的な教材を取りあげた上で、社会的相互作用の視座から、当該の教材の教授・学習の課題を明確にするとともに、その課題を克服するための方策について検討するという方法をとった。

## 4. 研究成果

### (1) 理論的研究としては、構成主義的アプローチと対比しながら、慣例的な表記の役割を重視している社会文化主義的アプローチにおける社会的相互作用の機能や役割を考察した。考察の結果、社会文化主義的アプローチの中核である Vygotsky 論の鍵概念として、(V1) 高次精神機能の発生と発達に関する基本的な視座としての「文化-歴史的発達論」、(V2) 高次精神機能の記号による被媒介性：媒介された (mediated) 行為、(V3) 高次精神機能の社会的起源：間精神的機能の内精神的機能への転化、内化 (internalization) と専有 (appropriation)、(V4) 発達の最近接領域、の4つを指摘した。その上で、社会文化主義的アプローチにおける社会的相互作用の重要な機能や特性として、次の3つを指摘した。

(SC1) 「間精神機能の内精神機能への転化」を基盤とする「文化-歴史的発達」にとって、社会的相互作用は必要不可欠であり、認知発達の質に影響を与える。

(SC2) 社会的相互作用は、「発達の最近接領域」の創出において重要な役割を果たす。

(SC3) 心理的道具に媒介された社会的相互作用を通じて、子どもは高次精神機能を発達させる。

なお、研究成果の詳細については、「算数・数学教育における社会的相互作用に関する認識論的研究－社会文化主義的アプローチにおける社会的相互作用に関する考察－」と題する論文として公表している。

(2) 2年目の研究で実施した小学校教師へのアンケート調査の結果や先行研究をふまえ、社会的相互作用を重視する算数・数学科の授業においては、「数学的意味と表現の相互発達」が重要な視点になることを指摘した。その詳細については、「数学教育における認識論と授業実践との架橋をめぐる課題－「数学的意味と表現の相互発達」を中心にして」を題する論文として学会発表を行っている。本論文においては、「数学的意味と表現の相互発達」という理論的視座から授業づくりを検討する際の基本的視点として、次の3つを提案している。

〔視点1〕構成主義的視座から、子どもの素朴な認知モデルを検討する。その上で、社会的相互作用による「主観的な意味」から「教室において共有された意味」への数学的意味の発達過程を検討する。

〔視点2〕数学的表現の対象化という視座から、インフォーマルな表現からフォーマルな表現に至る表現の発達過程を検討する。

〔視点3〕社会文化主義的視座から、慣例的な表現とインフォーマルな表現との接続を図りながら、慣例的な表現の専有、内化の過程について検討する。

その上で、これら3つの基本的視点にそつて、小学校第2学年の「2けたのたし算」に

に関する指導上の課題や困難性を具体的に指摘するとともに、「2けたのたし算」に関する授業改善案を提案した。

(3) 実践的研究としては、小学校第3学年における「かけ算の筆算」に関する授業を単元全体にわたって観察し、かけ算の意味の発達の様相を分析するとともに、かけ算の意味の発達とかけ算の筆算の導入の適時性との関係について検討した。

(4) 社会的構成主義に基づく教育を重視しているフィンランドの数学教育について、フィンランドの算数・数学科教科書の特徴を明らかにした。具体的には、①練習問題や宿題に関するページの充実、②子どもの多様性に配慮した「個に応じた指導」の充実、③算数・数学と社会生活との関連の重視、の3つの特徴を指摘した。

(5) 社会的相互作用に基づく算数・数学科授業を支える教授思想について、学習指導要領で強調されている算数・数学的活動に注目した上で、「活動の所産としての数学」という視座から、算数・数学的活動の意味と意義を考察した。具体的には、「活動性の所産としての数学」という内在的数学観に立ちながら、算数・数学的活動の諸相を指摘するとともに、「対象化された活動性」という視座から、数学科の指導内容領域を考察した。

(6) 社会的相互作用と深くかかわる「プロセス」能力の育成という視座から、イギリス、アメリカ、フィンランドの算数・数学科カリキュラムの特徴を考察し、日本における今後のカリキュラム研究への示唆を導出した。具体的には、①「内容」と「プロセス」という2つの視座からカリキュラムの充実を図ること、②カリキュラムにおいて達成度規準を具体化すること、③社会生活との関連性という視座から指導内容の選択・配列に関する枠組みを検討すること、の3つを指摘した。

## 5. 主な発表論文等

### 〔雑誌論文〕(計5件)

①山口武志, 算数・数学教育における社会的相互作用に関する認識論的研究—社会文化主義的アプローチにおける社会的相互作用に関する考察—, 鹿児島大学教育学部研究紀要・教育科学編, 査読無, 第64巻, 2013, 11-27.

②山口武志, フィンランドの高等学校数学科教科書, 日本数学教育学会誌・数学教育, 査読無, 第93巻・第7号, 2011, 34-38.

③山口武志, 新しい算数・数学学習指導要領に関する比較教育的視座からの考察, 鹿児島大学教育学部研究紀要・教育科学編, 査読無, 第62巻, 2011, 15-29.

④山口武志, なぜ課題と問題を区別する?—指導目標, 問題意識, 葛藤一, 日本数学教

育学会誌・数学教育, 査読無, 第92巻・第11号, 2010, 18-19.

⑤山口武志, フィンランドの算数・数学教科書, 査読無, 日本数学教育学会誌・算数教育, 第92巻・第6号, 2010, 4-8.

### 〔学会発表〕(計1件)

①山口武志, 数学教育における認識論と授業実践との架橋をめぐる課題—「数学的意味と表現の相互発達」を中心にー, 日本数学教育学会・第45回数学教育論文発表会, 2012年11月10日, 奈良教育大学.

### 〔図書〕(計1件)

①山口武志, 新訂・算数教育の理論と実際(第3章「算数的活動」), 聖文新社, 2010, 59-76.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

山口 武志 (YAMAGUCHI TAKESHI)

鹿児島大学・教育学部・教授

研究者番号 : 60239895