

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 23 日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2013

課題番号：22540048

研究課題名(和文)可積分系の視点による表現論の研究

研究課題名(英文)On representation theory from the view point of integrable systems

研究代表者

鈴木 武史 (Suzuki, Takeshi)

岡山大学・自然科学研究科・准教授

研究者番号：30335294

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円、(間接経費) 930,000円

研究成果の概要(和文)：岩堀-HECKE代数に付随するコバノフ-ラウダ-ルキエ代数の次数付カルタン行列について研究を行い、その結果、次数付カルタン行列の行列式の明示的表示を得ることができた。さらに、単因子に関してその表示の予想を与えた。その過程で示された分割に関する等式は純粋に組合せの立場からも興味深いと思われる。この結果のHECKE-クリフォード代数への拡張に関する研究も進行中である。

また、組合せ論的記述を持つGL型チェレドニク代数の既約表現のクラスについて、巡回的組合せ論を用いてその代数的構造を調べることにより、共形場理論を介したアフィンリー代数の表現との対応をより明確にすることができた。

研究成果の概要(英文)：We studied on the graded Cartan matrices for the Khovanov-Lauda-Rouquier algebras associated to the Iwahori-Hecke algebras of type A. As a result, we obtained several explicit and combinatorial descriptions for their determinants, and conjectural expressions for their elementary divisors. We also studied on representations for the Cherednik algebra of type GL_n . We focused on irreducible representations which are described in terms of cylindrical standard tableaux. By applying cylindric combinatorics, we investigated their structure and their relation to the representations of the affine Lie algebra via conformal field theory.

研究分野：代数学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：Cherednik代数 Hecke代数 Lie代数 共形場理論 圏化 表現論 量子群

1. 研究開始当初の背景

可積分系の研究において、系の対称性に注目した代数的アプローチは主流の一つとなっている。このような立場からの研究は、ソリトン理論や共形場理論といった可積分系の理論の進展に大きな成果をあげてきたばかりでなく、量子群の発見や無限次元リー代数の最高ウエイト表現の理論の発展の契機となるなど、純粋数学に対しても新たな研究テーマと視点を供給してきた。本研究では、こうした可積分系の理論に内包される代数的構造に注目し、表現論的立場から研究を行うことを目指した。

2. 研究の目的

可積分系を介して浮かび上がる代数系相互の関係に注目することで、代数系の表現の間の新たな対応を探るとともに、チェレドニック代数やコバノフ-ラウダ-ルキエ代数など可積分系に関連する代数系の表現論の研究に新たな視点を導入することを目指す。

3. 研究の方法

コバノフ-ラウダ-ルキエ代数の次数付カルタン行列の研究においては、組合せ論に加えて、量子アフィンリー代数の表現論、有限群のモジュラー表現の理論など多様な視点からアプローチを行う。チェレドニック代数の表現論については、以前の研究で開発された巡回的組合せ論を基本的な道具とし、さらに、共形場理論から得られる A 型アフィン Lie 代数の表現との対応に注目する。

4. 研究成果

(1) A 型岩堀-ヘッケ代数およびその次数付版としてのコバノフ-ラウダ-ルキエ代数のカルタン行列の行列式および単因

子について研究を行った。岡山大学の山田氏、稚内北星学園大学の安東氏との共同研究であり、その概要を以下に記す。 p が素数である場合、 1 の p 乗根における岩堀-ヘッケ代数のカルタン行列の単因子および行列式については、対称群のモジュラー表現論の立場から、 p -類正則分割の成分の p -パートの積を用いた表示および p -類正則分割と p -正則分割の間の全単射を与えるグレイシャー対応を介した表示等が知られていた。今回、これらの量の q 類似を与え、行列式に関しては、土岡の結果を用いて、それがコバノフ-ラウダ-ルキエ代数の行列式を与えることを示した。

一方、岩堀-ヘッケ代数のブロックのカルタン行列に関して、アフィン Lie 代数の基本表現との関係に基づき、ブランドン-クレシュチェフによる行列式公式およびヒルによる単因子の表示(一部予想)が知られていたが、我々は、これらの量の q 類似を与え、ブロック行列式の次数付版とブロック単因子の次数付版の積が一致し、ブロックの次数付行列式を与えることを示した。したがって、特に、それらの積は最初にあげた次数付カルタン行列の行列式を与える。ここで得られた単因子の q 類似がコバノフ-ラウダ-ルキエ代数のカルタン行列の単因子(より正確にはユニモジュラータイプ)を与えていることを予想としてあげた。予想の整合性を確かめる過程で得られた分割に関する等式は、純粋に組合せ論的立場からも興味深いと思われる。

(2) 他のタイプの代数に対しても上の結果の拡張を目指し、特に、ヘッケ-クリフォード代数の次数付カルタン行列の(ブロック)単因子および行列式に関して、その表示を与えるであろうアルゴリズムを得た。実際に次数付カルタン行列の単

因子や行列式が与えられていることの証明に関しては、東京大学の土岡氏とも連携して取り組んでいる。

また、この場合に関連して、対称群の射影表現に関して、大阪大学の宇野氏も交えて共同研究を行っており、そのカルタン行列の不変量が、リトルウッド-リチャードソン係数およびコストカ数を用いて書けることを示した。この結果については論文を作成中である。

(3) GL型チェレドニック代数の表現論に関して、巡回的標準盤によって記述されるクラスの表現(以下、タブロー表現と呼ぶ)を中心に研究を行った。

タブロー表現はある誘導表現の既約商加群として得られるが、誘導表現の最大部分加群の構造を巡回的組合せ論を用いて調べた。この結果の応用として、 $A^{(1)}$ 型アフィンリー代数の許容表現が共型場理論から得られる関手によりタブロー表現に対応することの証明も得られた。

また、タブロー表現に関して、チェレドニック代数の部分代数である退化アフィンヘッケ代数や対称群の群環の表現としての分解(分岐則)について調べた。例えば、対称群の表現として分解した場合の自明表現の重複度は巡回的半単純盤の母関数によって与えられることが分かった。

また、このクラスの表現に対して、ベズルカフニコフ-エティンゴフの意味でのテンソル積に関する分岐則についてもいくつかの具体的計算を行った。この問題に関しては、まだ部分的な結果にとどまっているが、大阪市立大学の宮地氏らと行っているチェレドニック代数のテンソル積定理の研究への応用を期待している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3件)

M.Ando, T.Suzuki, H-F.Yamada,
"Combinatorics for graded Cartan matrices of the Iwahori-Hecke algebra of type A" *Annals of Combinatorics* "Annals of Combinatorics, vol.17, 427-442 (2013) 査読有

安藤雅訓, 鈴木武史, 山田裕史
"グレイシャー対応とヘッケ環の次数付きカルタン行列" *Combinatorial Representation Theory and its Applications* No1738. 83-91 (2011), 査読無

安藤雅訓, 鈴木武史, 山田裕史

"次数付きカルタン行列における組合せ論" 第14回代数群と量子群の表現論研究集会報告集 (2011), 査読無

[学会発表](計 6件)

鈴木武史 「rational and trigonometric Cherednik algebras of type A」京都大学表現論セミナー, 京都大学, 2012年5月.

鈴木武史, 「分割の数え上げと対称群のカルタン行列」信州大学代数セミナー, 信州大学, 2011年11月.

鈴木武史, 「On highest weight categories」玉原表現論ワークショップ. 東大玉原セミナーハウス, 2011年9月14日.

安東雅訓, 鈴木武史, 山田裕史, 「次数付きカルタン行列における組合せ論」代数群と量子群の表現論研究集会, 香川, 2011年6月.

安東雅訓, 鈴木武史, 山田裕史, 「グレイシャーウエイトと次数付きカルタン行列」RIMS 研究集会組合せ論的表現論とその応用, 京都大学, 2010年10月.

安東雅訓, 鈴木武史, 山田裕史, 「グレイシャー対応と次数付きカルタン行列」日本数学会秋季総合分科会, 名古屋大学, 2010年09月22日.

[図書](計 件)

[産業財産権]

出願状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:

番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況（計 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

鈴木武史 (SUZUKI, Takeshi)

研究者番号：30335294

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：