

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 27 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22540062

研究課題名（和文） 連続関数環の幾何学的トポロジー的研究

研究課題名（英文） Geometric topology of continuous function algebras

研究代表者

川村 一宏（KAWAMURA KAZUHIRO）

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号：40204771

研究成果の概要（和文）：本研究遂行中にコンパクト距離空間上の力学系理論の関数解析的な考察の重要性を認識するに至り、力学系が連続関数環に誘導する荷重合成作用素に関する研究を行った。特に荷重合成作用素が固有値を持つ様なユニモジュラー荷重全体のなすアーベル群を考察し、この群が力学系の位相的側面および測度論的側面の双方を記述していることを示した。この結果を群作用の力学系に対して拡張し、1 コサイクルからなるアーベル群で同様の性質を持つものを構成した。

研究成果の概要（英文）：Functional analytic study of dynamical system on compact metric was the central theme of the research based on the research grant. The focus is on the weighted composition operators on continuous function algebras. Associated with each dynamical system, an abelian group of unimodular weight for which the operators have eigenvalues was defined and it turned out the group carries both topological and measure-theoretic aspects of the system. The result was generalized to group-action dynamics and an abelian group of 1-cocycle with similar property was defined and studied.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2011 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2012 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：連続関数環・力学系・群作用

## 1. 研究開始当初の背景

(1) コンパクトハウスドルフ空間のトポロジーと連続関数環の代数、また連続写像と連続関数環上の誘導準同型の代数的性質の間の対応について、十分な理解が得られていなかった。

(2) コンパクト距離空間上の力学系が誘導する連続関数環上の線形作用素の関数解析

的性質の対応、とくに作用素のスペクトルに関する理解が十分に得られていなかった。

(3) 従来の研究で扱われていた空間は良い構造を持った多様体が殆どであった。またカテゴリー論的視点が十分に取り上げられてこなかった。

## 2. 研究の目的

(1) コンパクトハウスドルフ空間のトポロジーと連続関数のホモロジー代数的性質の間の関係を, 非可換  $C^*$ 環論への拡張可能性を視野に入れながら研究する。

(2) 力学系が誘導する連続関数環上の荷重合成作用素の性質,特にバナッハ空間上の線形作用素の力学系的側面および関数解析的側面に焦点を当てて研究する。

## 3. 研究の方法

(1) 位相濃度の高いコンパクトハウスドルフ空間の連続関数環が連続写像に関して関手的にふるまうことを利用し,距離化不可能な空間を積極的に取り上げて研究する。

(2) 関数解析学の研究者との研究交流を通して,線形作用素のスペクトルによる特徴づけを用いることによって,力学系の誘導する荷重合成作用素を研究する。

## 3. 研究成果

(1) 力学系が誘導する荷重合成作用素のうち, 離散スペクトルを持つ様な荷重の全体のなすアーベル群で,力学系の1次元コホモロジー群への作用(位相力学系的側面)と力学系的1コバウンダリー(測度論的力学系的側面)の両方を統合しているものを見出した。

(2) (1)の結果を群作用に対して拡張し,群の1-コサイクルの部分群で(1)と同様な性質を持つものを見出した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計41件)

① K. Kawamura, A subgroup of 1-cocycles associated with a group action, RIMS Kokyuroku Bessatu B39, 39-44 (予定) 2013. 査読有

② K. Mine and K. Sakai, Subdivisions of simplicial complexes preserving the metric topology, Canadian Math. Bull. 55 (2012), 152-163. 査読有

③ K. Sakai and H. Yang, The box topology of infinite simplicial complexes, Tsukuba J. Math., 36 (2012), 295-309. 査読有

④ O. Hatori and L. Molnar, Isometries of the unitary group, Proc. Amer. Math. Soc. 142 (2012), 2127-2140. 査読有

⑤ O. Hatori, K. Kobayashi, T. Miura and S. Takahashi, Reflections and a generalization of the Mazur-Ulam theorem, Rocky Mountain J. Math., 42 (2012), 117-150. 査読有

⑥ O. Hatori, New criteria for equivalence of locally compact abelian groups, J. Group Theory, 15 (2012), 271-277. 査読有

⑦ O. Hatori and K. Watanabe, Isometries between groups of invertible elements in  $C^*$ -algebras, J. Group Theory 15 (2012), 271-277. 査読有

⑧ O. Hatori, G. Hirasawa, T. Miura and L. Molnar, Isometries and maps compatible with inverted Jordan triple product on groups, Tokyo J. Math. 135 (2012), 385-410. 査読有

⑨ K. Kawamura, Independence complexes and edge covering complexes via Alexander duality, Electronic J. Comb. 18 (2011), #P 39. 査読有

⑩ K. Kawamura, A variant of the bipartite Relation theorem and its application to clique graphs, Contributions to Discrete Math., 6 (2011), 91-100. 査読有

⑪ H. Kato and M. Matsumoto, Characterizations of topological dimension by use of normal sequence of finite open covers and Potrjagin-Schnirelman's theorem, J. Math. Soc. Japan 63 (2011), 977-983. 査読有

⑫ H. Kato, Dynamical systems which realize given random bi-sequence of points on their orbits, Top. Appl. 158 (2011), 1163-1171. 査読有

⑬ H. Kato, On indecomposability and components of chaotic continua II, Top. Appl. 158 (2011), 647-652. 査読有

⑭ K. Sakai, Correcting Taylor's cell-like map, Glasnik Mat. 46 (2011), 483-487. 査読有

⑮ K. Sakai, Small subdivisions of simplicial complexes with the metric topology, J. Math. Soc. Japan 63 (2011), 789-800. 査読有

⑯ G. Hirasawa, T. Miura and H. Takagi, Spectral radii conditions for isomorphisms between unital semisimple Commutative Banach algebras, Contemp. Math. 547 (2011), 125-134. 査読有

⑰ O. Hatori, Algebraic properties of isometries between groups of invertible elements in Banach Algebra, J. Math. Anal. Appl. 376 (2011), 84-93. 査読有

⑱ K. Kawamura, Independence complexes of chordal graphs, Discrete Math. 310 (2010), 2204-2211. 査読有

⑲ K. Kawamura, Homotopy type of independence complexes of forest, Contributions to Discrete Math. 5 (2010), 67-75. 査読有

⑳K. Eda and K. Kawamura, On the asphericity of one-point union of cones, Top. Proceedings, 36 (2010), 63-75. 査読有

〔学会発表〕(計47件)

- ①H. Kato, Eventually colorings of maps of separable metric spaces, International Conference on topology and related fields. 南京師範大学(中国), 2012. 9. 22-25,  
②H. Kato, Zero-dimensional covers of dynamical systems, 南京師範大学(中国), 2012. 9. 26.  
③H. Kato, Compactifications of a space and periodic points of maps, ジェネラルトポロジーシンポジウム 神戸大学 2012. 12. 12-14.  
④O. Hatori, Isometries on groups and its applications, Department of Mathematical Science Colloquium Series, University of Montana (アメリカ合衆国), 2012. 5. 10.  
⑤O. Hatori, Isometries on unitary groups, Conference on Math. and Stat., University of Memphis (アメリカ合衆国), 2012. 5. 16.  
⑥T. Miura, Surjective isometries between function spaces, Department of Mathematical Science Colloquium Series, University of Montana (アメリカ合衆国), 2012. 5. 11.  
⑦T. Miura, Surjective isometries between function algebras, Conference on Math. and Stat., University of Memphis (アメリカ合衆国), 2012. 5. 15.  
⑧T. Miura, 関数環上のある種のスペクトル保存写像の構造, 関数環研究集会 日本大学, 2012. 11. 3.  
⑨K. Kawamura, Independence complexes of posets and cell complexes, 変換群の幾何と組合せ論, 京都大学数理解析研究所 2011, 6. 13-17.  
⑩K. Sakai, Simplicial complexes and Infinite-dimensional manifolds, トポロジーシンポジウム 筑波大学 2011. 8. 24  
⑪T. Miura, Real linear isometries between function algebras, Research on preserver problems concerning to Banach algebra and its applications, Research on preserver problems concerning to Banach algebra and its applications 京都大学数理解析研究所 2011. 11. 1.  
⑫T. Miura, 関数環上の実線形等距離写像の構造, 関数環研究集会 山形大学, 2011. 12. 2.  
⑬H. Kato, Colorings and eventual colorings, 一般および幾何学的トポロジーとその応用 京都大学数理解析研究所, 2011. 10. 17-19.

⑭H. Kato, Dynamical properties of homeomorphisms and zero-dimensional covers, ジェネラルトポロジーシンポジウム 2011. 12. 19-21.

⑮O. Hatori, Criteria for the equivalence of LCA groups, Workshop on commutative algebra 2011, 奈良教育大学 2011. 11. 4.

⑯H. Kato, Characterization of Topological dimension by use of normal sequences of finite open covers and Pontrjagin-Schirelman theorem, JAMEX, University Of Comima (メキシコ), 2010. 9. 27-10. 1.

⑰H. Kato, 距離の構成による色々な次元, 一般位相幾何学及び幾何学的トポロジーの最近の話題とその応用 京都大学数理解析研究所 2010. 10. 14-16.

⑱K. Kawamura, Composition operators on Banach space of continuous functions, Fields Institute Workshop on Recent advances in topological and measure Theoretic methods in Dynamical systems, Nipissing University (カナダ), 2010. 5. 17-22.

⑲O. Hatori, Algebraic structures of isometries on groups, The sixth conference on Function spaces, Southern Illinois University (アメリカ合衆国) 2010. 5. 19.

⑳T. Miura, Generalizations of spectrally Multiplicative surjections between uniform algebras, The sixth conference on Function spaces, Southern Illinois University (アメリカ合衆国), 2010. 5. 18.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

川村 一宏 (KAWAMURA KAZUHIRO)  
筑波大学・数理物質系・教授  
研究者番号: 40204771

### (2) 連携研究者

加藤 久男 (KATO HISAO)  
筑波大学・数理物質系・教授  
研究者番号: 70152733

酒井 克郎 (SAKAI KATSURO)  
筑波大学・数理物質系・准教授  
研究者番号: 50036084

金戸 武司 (KANETO TAKESHI)  
筑波大学・数理物質系・講師  
研究者番号: 70107340

嶺 幸太郎(MINE KOTARO)  
東京大学・数理科学研究科・特任研究員  
研究者番号：90512525

羽鳥 理(HATORI OSAMU)  
新潟大学・自然科学系・教授  
研究者番号：70156363

三浦 毅(MIURA TAKESHI)  
新潟大学・自然科学系・教授  
研究者番号：90333989

高木 啓行(TAKAGI HIROYUKI)  
信州大学・理学部・教授  
研究者番号：20206705