

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月6日現在

機関番号：32661

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22540168

研究課題名（和文） 可換 Banach 環及び Banach modules の分類とその応用

研究課題名（英文） Classifications of commutative Banach algebras and Banach modules and its applications

研究代表者

高橋 眞映（TAKAHASI SIN-EI）

東邦大学・理学部・訪問教授

研究者番号：50007762

研究成果の概要（和文）：1990年に研究代表者及び連携研究者の羽鳥によって導入された可換 Banach 環の BSE と呼ばれるクラスに端を発し、擬位相と呼ばれる新しい概念を導入する事によって、これまでに4つのクラス分けに成功して来た。このクラス分けにより、特に抽象 Segal 環と呼ばれる重要な可換 Banach 環の位置付けを明確にした。更に応用面では、Ulam 型安定性に関するある種の安定問題や凸関数に関するある種の不等式の分野で幾つかの成果を上げている。

研究成果の概要（英文）：In 1990, the author and the cooperation researchers, Prof. O. Hatori, introduced the class called BSE-algebras. In the present study, the author has successfully classified commutative Banach algebras by using the new concept that is called quasi-topology originating from BSE-algebras. Especially, with this classification, the author made clear the position of important commutative Banach algebras called Segal algebras. In addition, as applications of this classification, certain Ulam type stability problems are solved and several inequalities are derived for convex functions.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
2012年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：commutative Banach algebra, Segal algebra, convolution measure algebra, quasi-topology, approximate identity, Hyers-Ulam stability, inequality

1. 研究開始当初の背景

1980年代後半から漠然と可換 Banach 環の Gelfand 変換像や乗作用素環の Helgason-

 Wang 変換像を何らかの形で特徴付けられな
いかと考えて来た。これは大変難しい抽象的
な問題であり、それまでこのような抽象的問

題の研究は諸外国でも皆無であった。そこでそれまでの研究成果、特にBSE- Banach 環及び BSE-Banach modules の研究成果及びその後の展望を題材にして科研費に申請した所、1995 年初めて採択された。それ以後、抽象的考察、具体的なBanach 環の考察及び応用を含め、殆ど変わる事なく連続して本研究が続いて来た。

2. 研究の目的

人がものを理解する上で重要な手法の一つに分類があり、そしてそれを応用する事で更に理解が深まると考えられる。さて分類の手法の一つに、ある条件を設定し、それらを満たすクラスを考える事によって分類するという方法がある。本研究は上の理念に従って、可換 Banach 環やその上の乗作用素環及び Banach modules を自然な条件を設定する事によって分類し、具体的な環や modules がどのクラスに属するか、また同じクラスに属する環や modules はどんな性質を共有するかを調査し、更にその応用を考察する事により、可換 Banach 環や Banach modules の本質を探ろうとするところにある。本研究の連続性を鑑みれば、その理念と目的は変わらない。

3. 研究の方法

本研究は抽象的な問題を解く事があるので、先ず解決の糸口を探さなくてはならない。それには街に出て良い物件を探すように、具体的定理を探す事から始める。丁度良い物件として、調和解析に現れる Bochner-Schoenberg-Eberlein の定理と Doss の定理がある。他に Hyers-Ulam 型安定性定理などがある。これらの定理を抽象的に焼き直す事によって、可換 Banach 環を更に分類して、それらに属する具体的な可換 Banach 環を探す事によって目的を達成しようとする方法をこれまで取って来たが、本研究の連続性からこの方法は変わらなかった。

4. 研究成果

本研究は連続したものであり、1990 年に高橋一羽鳥が導入した Bochner-Schoenberg-Eberlein 型定理を満たす可換 Banach 環の BSE と呼ばれるクラスに端を発し、これまでに擬位相と言う新しい概念を導入する事によって可換 Banach 環を (I) BES 且つ BED, (II) BES 且つ not BED, (III) not BSE 且つ BED, (IV) not BSE 且つ not BED とする 4 つのクラスに分類してそれぞれに属する具体的な可換 Banach 環の例を複数探す事に成功して来た。今回も北海道大学名誉教授井上純治先生

の協力を得て、(IV) に属する抽象 Segal 環を発見し、これによって抽象 Segal 環は全てのクラスに属する事を解明した。これは昨年九州工業大学で開催された国際会議 (The Fourth International Symposium on BANACH and FUNCTION SPACES 2012) に招待されたおり、その成果を発表している。これはまた本研究の応用として関連する分野で幾つかの成果を上げてきたが、今後もその応用が期待される。また近年 BSE-class に属する可換 Banach 環の有用性が認められ、諸外国で関連する幾つかの文献、特に E. Kaniuth and A. Ülger や Z. Kamali and M. L. Mami 等による文献を散見することが出来るのは嬉しい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

- (1) Hiroyoshi Oda, Makoto Tsukada, Takeshi Miura, Yuji Kobayashi and Sin-Ei Takahasi. :Ulam type stability of a generalized additive mapping and concrete examples. :International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences、査読有、掲載確定、2013
- (2) Jyunji Inoue and Sin-Ei Takahasi. : Segal algebras in commutative Banach algebras. : Rocky Mountain Journal of Mathematics、査読有、掲載確定、2013
- (3) Yasuo Nakasuji, Keisaku Kumahara and Sin-Ei Takahasi. :A new interpretation of Chebyshev's inequalities for sequences of real numbers and quasi-arithmetic means. : Journal of Mathematical Inequalities、査読有、6 巻、95-105、2012
- (4) Takeshi Miura, Sin-Ei Takahasi, Takahiro Hayata and Kotaro Tanahashi. :Stability of the Banach space valued Chebyshev differential equation. :Applied Mathematics Letters、査読有、25 巻、1976-1979、2012
- (5) Osamu Hatori, Kiyotaka Kobayashi, Takeshi Miura and Sin-Ei Takahasi. :Reflections and a generalization of the Mazur-Ulam theorem. : Rocky Mountain Journal of

- Mathematics、査読有、42 巻、117-150、2012
- (6) Farzad Dadipour, Mohammad Sal Moslehian, John M. Rassias and Sin-Ei Takahasi.: Characterization of a generalized triangle inequalities in normed spaces.: Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications、査読有、75 巻、735-741、2012
 - (7) Mamoru Todoroki, Keisaku Kumahara, Takeshi Miura, and Sin-Ei Takahasi. : Stability problem for generalized additive mappings and Euler-Lagrange type mappings. : The Australian Journal of Mathematical Analysis and Applications、査読有、Volume 9, Issue 1, Article 19, pp. 1-9, 2012
 - (8) Yasuo Nakasuji, Keisaku Kumahara and Sin-Ei Takahasi.: A new interpretation of Jensen's inequality and geometric properties of φ -means.: Journal of Inequalities of Applications、査読有、2011、doi : 10.1186/1029-242X-2011-48
 - (9) Sin-Ei Takahasi, Takeshi Miura and Takahiro Hayata. : An equality condition of Arhippainen-Müller's estimate and its related problem.: Taiwanese Journal of Mathematics、査読有、15 巻、165-169、2011
 - (10) Sin-Ei Takahasi, Takeshi Miura and Hiroyuki Takagi. : On a Hyers-Ulam-Aoki-Rassias type stability and a fixed point theorem.: Journal of Nonlinear and Convex Analysis、査読有、11 巻、423-439、2010

[学会発表] (計 10 件)

- (1) 高橋眞映 : 抽象と具体 (可換半群と Jensen の不等式を題材にして)、つくばセミナー、2013 年 3 月 13 日、筑波大学数理物質系 (つくば市)
- (2) 井上純治 : Notion of algebraic duals of commutative Banach algebras and its applications、第 21 回関数空間セミナー、2012 年 12 月 25 日、東京理科大学森戸記念館 (東京)
- (3) 高橋眞映 : 可換 Banach 環の分類と BSE でも BED でもない Segal 環の存在について、第 21 回関数空間セミナー、2012 年 12 月 25 日、東京理科大学森戸記念館 (東京)

- (4) 高橋眞映 : Segal algebras which are neither BSE nor BED, The Fourth International Symposium on BANACH and FUNCTION SPACES 2012 (招待講演)、2012 年 9 月 12 日、九州工業大学 (北九州市小倉)
- (5) 塚田真 : On generalized additive mappings and the Ulam type stability, The Third Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (招待講演)、2012 年 9 月 4 日、くまもと県立産業交流会館 (松江市)
- (6) 高橋眞映 : 新しい Segal 環の構成、米沢数学セミナー、2012 年 6 月 27 日、山形大学工学部 (米沢市)
- (7) 高橋眞映 : ピタゴラスの定理が教えるものの見方考え方、つくばセミナー、2012 年 3 月 6 日、筑波大学自然系学系 (つくば市)
- (8) 高橋眞映 : Ulam type stability problems for alternative homomorphisms、第 20 回関数空間セミナー、2011 年 12 月 24 日、北海道大学理学部 (札幌市)
- (9) 高橋眞映 : φ -平均を考える (We consider a φ -means)、第 19 回関数空間セミナー、2010 年 12 月 25 日、北海道大学理学部 (札幌市)
- (10) 高橋眞映 : 難しい事を簡単に言ってみようが A_1 環を例にとりて、可換 Banach 環と種々の分野との交流 II、2010 年 6 月 27 日、山形大学工学部 (米沢市)

[図書] (計 1 件)

- (1) Takeshi Miura, Go Hirasawa, Sin-Ei Takahasi and Takahiro Hayata, Springer, Functional Equations in Mathematical Analysis, 2012, 16

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋 眞映 (TAKAHASI SIN-EI)
東邦大学・理学部・訪問教授
研究者番号 : 50007762

(2) 研究分担者

該当なし

(3) 連携研究者

羽鳥 理 (HATORI OSAMU)
新潟大学・大学院自然科学系・教授
研究者番号：70156363

塚田 真 (TSUKADA MAKOTO)
東邦大学・理学部・教授
研究者番号：10120198