

平成 26 年 5 月 28 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2013

課題番号：22540171

研究課題名(和文) 楕動キルヒホフ方程式と  $p$ -ラプラシアンタイプの波動方程式の大域的研究研究課題名(英文) Kirchhoff equation and  $p$ -Laplacian wave equation

研究代表者

梶谷 邦彦 (Kajitani, Kunihiko)

筑波大学・名誉教授

研究者番号：00026262

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：1. 一般の境界条件を持った熱方程式に対する半空間における混合問題の解が  $L_1$ - $L_\infty$  有界になるための必要十分条件は境界作用素がいわゆる強ロパチンスキ条件かつアルファ条件であることを示した。さらにこの強ロパチンスキ条件の下、アルファ条件なしで、 $1 < p < \infty$  の時、混合問題の解の  $L_p$  有界性が示せる。ここで述べた結果はストークス方程式に対する半空間での混合問題に応用できる。

2. 全空間におけるキルヒホフ方程式に対する初期値問題および散乱理論は、データがある時間に関する可積分条件を満たす時、初期値問題の大域解の存在およびの大域解の時間的な漸近挙動の存在を示した。

研究成果の概要(英文)：1. The fundamental solutions of the mixed problem with the single and general boundary conditions have the  $L_1$ - $L_\infty$  and  $L_p$  boundedness, if and only if the boundary operator satisfies the strong Lopatinski conditions and the alpha condition. Moreover if we assume only the strong Lopatinski conditions without the alpha condition, we can get the  $L_p$  boundedness of solutions for  $1 < p < \infty$ , which are proved in: Kajitani and Baba: Time decay estimates of solutions to the mixed problem for heat equations in a half space, Tsukuba J. Math. (2013).

2. The time global solutions and the time asymptotic solutions to the Cauchy problem of the perturbed Kirchhoff equations in the half space was obtained under the conditions that the initial data satisfy some integral conditions with respect to the time and the coefficients satisfy nontrapping conditions.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学 基礎解析

キーワード：キルヒホフ方程式 漸近解 大域解 解の時間減衰 混合問題

## 1. 研究開始当初の背景

(1)

キルヒホフ方程式に対する初期値問題は、初期値が小さい場合、Greenberg-Hu や山崎らによって、大域解の存在や解の時間に関する漸近挙動が研究されていた。彼らの結果は、初期値の空間変数に関する減衰を仮定して得られた。

(2)

摂動されたキルヒホフ方程式に対する初期値問題および解の時間に関する漸近挙動に関する結果はなかった。

(3)

p - ラプラシアンタイプのキルヒホフ方程式に対する初期値問題は、初期値がジュブレイクラスに属している時に局所解の存在は知られていた。

## 2. 研究の目的

(1)

キルヒホフ方程式に対する初期値問題の大域解の存在や解の時間に関する漸近挙動、および、摂動されたキルヒホフ方程式に対する初期値問題および解の時間に関する漸近挙動を得るための Greenberg-Hu や山崎らによって与えられた条件より広く、簡単に検証し易い条件を求めるのが目的の一つである。

(2)

p - ラプラシアンタイプのキルヒホフ方程式に対する初期値問題の局所解の存在をジュブレイクラスより広いクラスで証明したい。

(3)

熱方程式に対する定数係数の一般境界条件を持った混合問題の解の  $L^p$  評価を導くことを目指す。

## 3. 研究の方法

(1)

摂動された波動方程式に対応する波動作用素を用いてキルヒホフ方程式に対する散解の時間減衰現象を解析する。

(2)

空間多次元における摂動されたキルヒホフ方程式に対する初期値問題の大域解の存在や解の時間に関する漸近挙動を導くための十分条件として、初期値が時間に関する積分可能条件を発見した。

(3)

もし初期値が時間に関する積分可能条件を満たすとき、摂動されたキルヒホフ方程式と

フリーなキルヒホフ方程式の間の非線形な波動作用素および逆波動作用素の存在が保障される。

(4)

半空間における熱方程式に対する一般の境界条件を持つ混合問題の解の表示を行い、それを用いて、解の  $L^1 - L^\infty$  評価を持つための必要十分条件を発見した。

## 4. 研究成果

(1)

ディレックレイ、ノイマン、ロバン境界条件を含む一般境界条件を持つ熱方程式に対する半空間における混合問題(初期値境界値問題)の解の表示および解の減衰評価が成立するための必要十分を求めた。

(2)

キルヒホフ方程式および摂動されたキルヒホフ方程式に対する初期値問題の大域解の存在および解の時間に関する漸近挙動を、初期値が時間に関する可積分条件を満たすという条件のもとで証明した。

(3)

p - ラプラシアンタイプのキルヒホフ方程式に対する初期値問題の大域解の存在を初期値が正則関数の時に証明出来ることが予想される。現在論文作成中である。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2 件)

Time decay estimates of solutions to the mixed problem for heat equations in a half space. A. Baba and K. Kajitani, Tsukuba J. Math. 査読有、Vol.37 (2013) 271-305.

Asymptotic behaviors for multi-dimensional perturbed Kirchhoff equations, K. Kajitani, Tsukuba J. Math. 査読有、Vol.36 (2012) 1-42.

[学会発表](計 18 件)

ストース方程式の混合問題の解の  $L^p$  有界性、早稲田大学応用解析研究会、招待講演、講演者 K. Kajitani、箱根湯本、2014年3月10日、

ストークス方程式の混合問題の解のグラジエントの  $L_p$  有界性、松山キャンプ、招待講演、講演者 K. Kajitani、山口大学、2014年1月5日、

ストークス方程式の混合問題の解のグラジエントの  $L_p$  有界性、パリ6大学解析セミナー、招待講演、講演者 K. Kajitani、パリ、ポアンカレ研究所、2013年12月19日、

ストークス方程式の混合問題に対する解の減衰評価、第20回、超局所解析と古典解析招待講演、講演者 K. Kajitani、京都大学。2013年11月21日

熱方程式の境界値問題の時間減衰現象、京都産業大学解析セミナー、招待講演、講演者 K. Kajitani、京都産業大学、2013年9月6日

ストークス方程式の混合問題に対する解のグラジエントの減衰評価、早稲田大学応用解析研究会、招待講演、講演者 K. Kajitani、湯河原、2013年3月2日

ストークス方程式の混合問題に対する解のグラジエントの  $L_p$  評価、松山キャンプ、招待講演、講演者 K. Kajitani、山口大学。2013年1月5日

ストークス方程式の混合問題に対する解の  $L_p$  評価、パリ6大学解析セミナー、招待講演、講演者 K. Kajitani、パリ ポアンカレ研究所、2012年12月17日

半空間における熱方程式の混合問題の時間減衰現象、夏の作用素論シンポジウム、招待講演 講演者 K. Kajitani、新潟大学  
2012年 9月7日

$L_p$  boundedness of solutions to mixed problem for the heat equation、招待講演 講演者 K. Kajitani、上見先生追悼研究会、北海道大学 2012年 8月24日

熱方程式の混合問題に対する解の減衰評価、早稲田大学応用解析研究会、招待講演、講演者 K. Kajitani、熱海、2012年3月1日、

熱方程式に対する混合問題の解の  $L_p$  評価、松山キャンプ、招待講演 講演者 K. Kajitani、山口大学 2012年 1月5日

Mixed problem for the heat equation, パリ6大学解析セミナー、招待講演 講演者 K. Kajitani、パリ ポアンカレ研究所、2011年 12月7日

熱方程式に対する混合問題、松本作用素論セミナー、招待講演 講演者 K. Kajitani、信州大学、2011年 9月7日

$L_p$  estimates of solutions to the mixed problem for the heat equation, 招待講演 講演者 K. Kajitani、東海大学 2011年 3月11日

Mixed problem for the heat equation, 東海大学解析シンポジウム、招待講演 講演者 K. Kajitani、早稲田大学応用解析湯河原セミナー 2011年 3月2日

$L_p$  estimates of solutions to mixed problem for heat equations, パリ6大学解析セミナー、招待講演、講演者 K. Kajitani、パリ ポアンカレ研究所、2010年12月17日

$L_p$ - $L_q$  estimates of solutions to the mixed problem for the heat equation in half space, ISAC 国際学会、招待講演 講演者 K. Kajitani、ドイツ ドレスデン工科大学 2010年 5月26日

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕  
出願状況(計 0件)

取得状況(計 0 件)

[その他]  
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

梶谷邦彦 (Kajitani Kunihiko)

筑波大学 名誉教授

研究者番号: 00026262

(2) 研究分担者

( )

研究者番号:

(3) 連携研究者

( )

研究者番号: