

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 10 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2014

課題番号：22540261

研究課題名(和文) 超対称ゲージ理論の格子上での定式化と格子重力への拡張

研究課題名(英文) Exact formulation of supersymmetric lattice gauge theory and the extension to lattice gravity

研究代表者

河本 昇 (KAWAMOTO, Noboru)

北海道大学・・・名誉教授

研究者番号：50169778

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円

研究成果の概要(和文)：目標は超対称性を格子上で厳密に実現する定式化を見出しその背後に隠れた新たな定式化を発見し、物質場の入った格子重力の定式化の模索に有った。格子超対称性の二つの困難：(1) 差分のライプニッツ則の破れ、(2) 格子カイラルフェルミオンのコピー。この困難を解決する為に、それぞれを解決する(1)リンク・アプローチと(2)スーパーダブラー・アプローチを提唱した。前者は非可換性を持つ場の理論に、後者は非局所的な場の理論で一般には結合則を破る定式化に成っており超対称ゲージ理論に拡張できないが、結合則を回復する定式化も発見し、現在我々の厳密な格子超対称性の定式化に対する総括をまとめている。

研究成果の概要(英文)：Aim of the project is to find the exact lattice supersymmetry(SUSY) formulation. In the process we hope to reveal a hidden formulation behind the difficulties and apply the formulation to lattice gravity with matter. There are two notorious problems for lattice SUSY: (1) Breakdown of Leibniz rule for difference operator, (2) Lattice chiral fermion copy. To solve these difficulties, respectively, we proposed two formulations: (1) Link approach, (2) Super doubler approach. The former leads to non-commutative field theory while the latter leads to non-local field theory. In the naive formulation the latter breaks associativity so that it cannot be extended to lattice super Yang-Mills. We, however, found a lattice formulation which keeps the associativity and is equivalent to the continuum formulation. There remains a question of regularization of the formulation.

研究分野：素粒子論

キーワード：格子ゲージ理論 超対称場の理論 格子超対称性 格子カイラルフェルミオン

1. 研究開始当初の背景

超対称性は現在確立されている標準理論を越えて、物質及び場の究極の統一理論を目指す見地から必要とされる対称性である。この対称性を場の理論として計算可能な形で定式化するのには正則化が必要である。現在の主流は超弦理論が重力を含む形で統一理論として正則化を含む正しい理論体系を与えるものと考えられている。

他方我々はこれまで格子ゲージ理論が非摂動領域まで含む正しい正則化を与え、重力に関しても2次元のランダム格子理論が正しい正則化を与える事を見てきた。この延長線上で筆者は4次元に於いても物質及び場を含む統一された正則化がランダム格子上で実現されるのではないかと考えてきた。

ところが質量ゼロのフェルミオンを格子上に乗せようとするとフェルミオンのコピーが自動的に生じるカイラルフェルミオンの問題が存在する。筆者は逆にこの問題の解決が重力を含む統一理論の正則化にヒントを与えるのではないかと考えてきた。

他方超対称性を厳密に保ったまま理論を格子に乗せる問題は38年来明快に解決されていない。そこで筆者はカイラルフェルミオンの問題と超対称性を厳密に保ったまま格子上で実現する事は関連していると考え、まず正方格子上で超対称性を厳密に保つ定式化の徹底的な探索を行った。これ等の定式化を実際実現するには新しいアイデアが必要であり、その中から重力を含む超対称場の理論の定式化の確立に至る過程で新たな場の理論の見方を得られるものと考え新しい定式化の模索を続けてきた。

2. 研究の目的

格子上のカイラルフェルミオンの問題を解決し超対称性を格子上で厳密に保つ新しい定式化を発見する。その過程で重力を含むランダム格子上での物質と場の定式化に対しての新たな糸口を模索する。

3. 研究の方法

先行研究の土台の上に超対称フェルミオンの本質的問題点：1) 差分を微分演算子と考えた時のライプニッツ則を満たさない問題。超対称代数が微分演算子を含み超対称電荷はライプニッツ則を満たす演算子の為、微分を差分に置きかえると超対称性が壊れる。2) 格子カイラルフェルミオンによって生じるフェルミオンコピーが、フェルミオンとボソンの数のアンバランスを生み超対称性が壊れる。この二つの問題点を同時に解決する定式化を発見する。

4. 研究成果

上記に上げた二つの問題点を解決する為、我々は次の二つの定式化を提案した。

1) リンクアプローチ：

差分がライプニッツ則を満たさないが、

超対称電荷も差分と同じ様な代数構造でライプニッツ則を満たさないと仮定し、無矛盾性を要請する事により格子上での新たな超対称代数を構成した。この定式化をツイストされた対称性として、2次元格子上での超空間の定式化を与えた。また2次元ベス・ズミノ模型の定式化を構成した。更に2次元の超対称ヤング・ミルズ理論及びその3次元への拡張を実現した。しかしこの定式化が代数として矛盾しているとの指摘を受け、非可換性を導入する事によりその矛盾が解消すると指摘した。その結果この新しい代数の格子上での超対称性はリー代数としての構造からホップ代数としての構造として定式化される事が明らかになった(7)。

2) スーパー・ダブルアプローチ：

上記の定式化が非可換性を持つ事が明らかに成り、他の定式化の可能性を探った。その結果運動量表示で超対称代数を定式化し連続極限で連続に移行する格子上の運動量が保存すると仮定し、フェルミオンのコピーの存在しない定式化を提案した。格子上の運動量の保存の可能性は既に初期の段階で指摘された提案で有るが、我々は更にカイラルフェルミオンの問題の解決も同時に行った。しかしこの定式化は非局所性を持ち、連続極限では回復するが並進不変性を破る定式化となっている。この定式化に基づいて1次元(5)、(6)、2次元のベス・ズミノ模型(4)を具体的に構成した。また量子論的にも超対称性が保たれる事をワード・高橋恒等式のループ計算により確認した(3)。この定式化はゲージ対称性が無い模型で厳密に成り立つ事は確認したが、ゲージ理論に拡張しようとする問題が起こる事が明らかになった。即ちこの理論では結合側が壊れている為、ゲージ不変性が失われる事になる。そこでこの定式化を結合側が満たされる様に改良した新たな定式化を発見した。現在我々の定式化の最終的なまとめの論文を執筆中である。これにより格子上で厳密に超対称性を保った定式化の我々の結論を提示する。格子上で厳密に超対称性を保った定式化を追求すると非可換性が非局所性が必ず必要に成る。これは局所的な場の理論の範囲内で厳密に超対称性を正則化出来ない事、しいては弦理論の非局所性或いは非可換性と関連しているのかもしれない。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計7件)

- (1) Off-shell invariant super Yang-Mills with gauged central charges for $D=N=2$ and $D=N=4$: “Do we need a

- constraint ?", N. Kawamoto, TSPU Bulletin, 12, 153, 2014. (査読有り)
- (2) Off-shell Invariant $D=N=2$ Twisted Super Yang-Mills Theory with a Gauged Central Charge without Constraints, K. Asaka, J. Kato, N. Kawamoto, A. Miyake, PTP 2013, 11, 113B03, 2013. (査読有り)
- (3) Exact Lattice Supersymmetry at the Quantum Level for $N=2$ Wess-Zumino models in Lower Dimensions, K. Asaka, A. D'Adda, N. Kawamoto, Y. Kondo, News of the Nat. Acad. of Sci. of Rep. of Kazakhstan (series of Physical and Mathematical, 288, (2013) 18-24. (査読無し)
- (4) Species Doublers as Super Multiplets in Lattice Supersymmetry: Chiral Conditions of Wess-Zumino Model for $N=D=2$, A. D'Adda, I. Kanamori, N. Kawamoto & J. Saito, JHEP, 3, 043, 2012. (査読有り)
- (5) Species Doublers as Super Multiplet Partners in Lattice Supersymmetry. A. D'Adda, A. Feo, I. Kanamori, N. Kawamoto, J. Saito, PoS LATTICE2010, Latt2010, 256, 2010. (査読有り)
- (6) Species Doublers as Super Multiplet Partners in Lattice Supersymmetry. : Exact Supersymmetry with Interactions for $D=1$ $N=2$. A. D'Adda, A. Feo, I. Kanamori, N. Kawamoto, J. Saito, JHEP, 1009, 059, 2010. (査読有り)
- (7) Formulation of Supersymmetry on a Lattice as a Representation of a Deformed Superalgebra. Alessandro D'Adda, Noboru Kawamoto, Jun Saito, Phys. Rev D81:065001, 2010. (査読有り)

[学会発表](計 9 件)

- (1) Exact Supersymmetry on the Lattice, N. Kawamoto
Talk given at Summer institute at Ecole Normale Supereuore Paris, France, July 22 2014.
- (2) Off-shell invariant super Yang-Mills with gauged central charges for $N=D=2$ and $N=D=4$: "Do we need a constraint ?", N. Kawamoto
Quantum Field Theory and Gravity (QFTG'14), Tomsk, Russia, July 28-Aug. 3, 2014.

- (3) Current Status of Exact Supersymmetry on the Lattice, N. Kawamoto,
Supersymmetry and Quantum Symmetry 2013, Dubna, Russia, July29-Aug.3, 2013.
- (4) Exact Supersymmetry on the Lattice, N. Kawamoto,
CFT and Integrability, Seoul, Korea, Dec. 18, 2013.
- (5) Exact Lattice Supersymmetry at the Quantum Level for $N=2$ Wess-Zumino Models in Lower Dimensions, N. Kawamoto,
LATTICE 2012, Cairns, Australia, July 24-29, 2012.
- (6) A New Approach to Exact Lattice SUSY, N. Kawamoto
9-th Particle. Physics Phenomenology Workshop,
Taipei, Taiwan, June 4, 2011,
- (7) A new lattice SUSY formulation for $D=N=2$ Wess-Zumino model with species doublers as supermultiplets, N. Kawamoto,
LATTICE 2011, Square Valley, USA, July 14, 2011.
- (8) Species Doublers as Super Multiplet Partners in Lattice Supersymmetry I, N. Kawamoto,
LATTICE 2010, Sardinia, Italy, June 17, 2010.
- (9) Species Doublers as Super Multiplet in Lattice Supersymmetry : Exact Supersymmetry with Interactions for $D=1$ $N=2$. N. Kawamoto,
日本物理学会、福岡県福岡市、九工大、2010年11月12日、12aSD-11.

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河本 昇 (KAWAMOTO, Noboru)
北海道大学・・・名誉教授
研究者番号：50169778

(2) 研究分担者

()
研究者番号：

(3) 連携研究者

Alessandro D'Adda (アレッサンドロ、
ダッター)

トリノ大学名誉教授

研究者番号：