

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 9 月 30 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2010～2014

課題番号：22540265

研究課題名(和文) 格子上の非摂動論的な繰り込みの実践

研究課題名(英文) Practical use of non-perturbative renormalizations on the lattice

研究代表者

谷口 裕介 (Taniguchi, Yusuke)

筑波大学・数理物質系・講師

研究者番号：60322012

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：非摂動論的な繰り込みをキーワードとして格子QCDにおける各種パラメータの決定と、有限温度密度QCDにおける相転移現象への応用について研究を行った。特に以下の5テーマについて研究を行った。1. step scaling functionの格子間隔依存性を小さく保つ性質の良い格子作用の探索。2. smearingを導入したクォーク作用における改良項に対する非摂動論的な補正の調査。3. 格子上のNf=2+1 QCDにおける非摂動論的な繰り込み。4. Nf=2 QCDにおけるU(1)A対称性の有限温度における回復とそれに伴う相転移次数の変化。5. カノニカル法を用いた有限密度格子QCDにおける相転移現象の研究。

研究成果の概要(英文)：The theme of this project is an application of the non-perturbative renormalization in lattice QCD. Main applications are determination of several parameters in lattice QCD and study of the finite temperature and density phase transition in lattice QCD. Research is done for the following five topics: 1. Search of a good lattice QCD action which suppresses lattice spacing dependences of the step scaling function in the Schrödinger functional scheme. 2. Non-perturbative correction to the clover term in the improved Wilson fermion in which the smeared gauge link is adopted. 3. Non-Perturbative renormalization of important physical quantities in the Nf=2+1 lattice QCD. 4. Restoration of the anomalous U(1)A symmetry at finite temperature and its affect to the order of the chiral phase transition. 5. Study of the finite density phase transition in lattice QCD using canonical approach.

研究分野：格子QCD

キーワード：有限密度相転移 有限温度相転移 改良作用 smearing Schrödinger functional 繰り込み

### 1. 研究開始当初の背景

近年、格子上の大規模数値計算の対象は  $u, d, s$  クォークを取り込んだ  $N_f=2+1$  フレーバー QCD へと移行しつつある。この結果、標準模型の重要なパラメーターのうち、QCD の結合定数と  $u, d, s$  クォーク質量を、系統誤差なしに格子計算から求められるようになりつつある。これらのパラメーターは繰り込みを必要とする量であり、異なる実験による結果と比較するためにも、広く採用されている  $\overline{\text{MS}}$  処方を用いるのが好ましいとされている。

このとき、格子上の繰り込みに特有な問題が発生する。まず、 $\overline{\text{MS}}$  処方は摂動論的に定義されるものであることから、これを採用するためには繰り込みのスケールを非常に高エネルギーにとる必要がある。一方で、cut-off であるところの格子間隔は、繰り込みのスケールに比べて十分小さくする必要があるのである。この要請を一度に満たそうとするならば、現在のコンピューターでは計算不可能なくらいの巨大な格子が必要とされるのである。

この問題を解決するために設計されたのが Schrodinger functional 処方である。この処方の最大の魅力は、繰り込み群の流れを非摂動論的に定義出来て、更にそれが現実的な計算コストで導出可能な点にある。上記の要請を満たすに当たっては、まず格子上において低エネルギースケールで繰り込みを実行することで、有限格子間隔の効果が抑制される。続いて高エネルギー領域まで非摂動論的な繰り込み群を用いて移行することで、 $\overline{\text{MS}}$  処方への変換も安全に実行できるのである。

この方針に基づいて、我々は世界で初めて  $N_f=2+1$  QCD の結合定数を Schrodinger functional 処方を用いて求めた。この論文の中では結合定数を精度良く求めることが出来ることが出来ることが示される一方で、ある系統誤差の危険性が指摘された。これは Schrodinger functional 処方でも最も重要な量である、step scaling function (SSF) の連続極限に関する問題である。SSF は繰り込みのスケールを二倍に変化させたときの、繰り込まれた量の変化分を表す関数で、繰り込み群の流れを離散的に与えるものである。格子上の計算では、まず非摂動論的な低エネルギースケールから、摂動論的な高エネルギースケールまでを覆うことの出来るだけの点を用意する。各スケールに対して、複数の格子間隔でこの SSF を計算して、連続極限を求める。そのため、SSF の計算こそが最もコストのかかる部分である反面、連続極限をとることから、この量は繰り込みの処方だけに依存して、格子上の作用には依存しなくなる。従って、ある格子作用を用いて一度計算しておけば、異なる作用からも利用可能な汎用性の高いものなのである。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、格子上の非摂動論的な繰り込みをキーワードとして、格子 QCD における各種パラメータの決定と、有限温度及び有限密度 QCD における相転移現象への応用を行うことにある。具体的には、以下のテーマについて研究を行った。

1. step scaling function の格子間隔依存性が小さく保たれる、性質の良い格子作用の探索。
2. smearing を導入したクォーク作用における clover 項に対する非摂動論的な補正の調査。
3. 格子上の  $N_f=2+1$  フレーバー QCD における各種の重要な物理量の非摂動論的な繰り込み。
4.  $N_f=2$  フレーバー QCD におけるアノマラス  $U(1)_A$  対称性の有限温度における回復と、それに伴う有限温度相転移次数の変換の研究。
5. カノニカル法を用いた有限密度格子 QCD における相転移現象の研究。

### 3. 研究の方法

step scaling function の格子間隔依存性が小さく保たれる、性質の良い格子作用の探索：

step scaling function (SSF) の格子間隔依存性が小さく保たれる、性質の良い格子作用の探索を行った。検討すべき項目としては次の二つを設定した。

- ・強結合領域における SSF の格子間隔依存性の大きさ。
- ・弱結合領域における SSF の格子間隔依存性が摂動の one-loop で記述できているか。格子作用としては、改良されたゲージ作用と clover 項を含む Wilson フェルミオン作用を基本として、次の 3 点に対する比較検討を試みた。

- ・ゲージ作用の改良を摂動論的に行うか、tadpole 近似で行うか？
  - ・clover 項を摂動論的に与えるか、tadpole 近似、または非摂動論的に与えるか？
  - ・ゲージ場に対して smearing を行うか？
- 比較対象は、この研究以前に採用された、くりこみ群によって改良されたゲージ作用と非摂動論的な clover 項の組み合わせである。これらの組み合わせのうち、特に摂動論的に改良されたゲージ作用と、摂動論的な clover 項の組み合わせに対して、調査を行った。

smearing を導入したクォーク作用における clover 項に対する非摂動論的な補正の調査：

作用の改良に関しては従来からの  $O(a)$  改良に加えて、近年では smear された gauge link を持つ Dirac operator が注目を浴びている。格子間隔依存性を小さく保つという本研究の目的に対してもうまく働くのではないかと期待されている。そこで smearing を導入したクォーク作用の予備的な調査を行った。特に smear された gauge link を持つ Dirac operator に対して、本研究に用いるべき  $O(a)$

改良されたクォーク作用の具体的な形を求めることをまず第一の目標とした。特に格子上の Dirac operator の内、

・ hopping term の gauge link のみを smear したクォーク作用

・ hopping term と clover term の両方を smear したクォーク作用

について、 $O(a)$ 改良のための clover 項の係数及び、零質量に相当する質量パラメータの測定を行った。

格子上的  $N_f=2+1$  フレーバー-QCD における各種の重要な物理量の非摂動的な繰り込み：

PACS-CS collaboration による大規模数値計算の成果として、クォーク質量が得られた。この結果を物理的な意味で活用するためには繰り込みの操作が必要となる。上記の数値計算はゲージ場を smear したクォーク作用を採用して行われたため、Schrodinger functional scheme による非摂動的な繰り込みを行うためには、この作用を採用した時の繰り込まれた結合定数とクォーク質量の繰り込み定数の計算が新たに要求される。ここではゲージ場を smear した時の Schrodinger functional scheme を開発し、新たに必要になる量の計算を行った。

$N_f=2$  フレーバー-QCD におけるアノマラス  $U(1)_A$  対称性の有限温度における回復と、それに伴う有限温度相転移次数の変換の研究：2 個のクォークを含む  $N_f=2$  QCD には、 $SU(2)_xSU(2)$ 対称性と  $U(1)_A$  対称性という二つのカイラル対称性が存在している。これらの内、前者は自発的に破れており高温では相転移を起こして回復することが知られている。一方  $U(1)_A$  対称性はアノマリーと呼ばれる現象で破れており、高温で回復するかどうかは明らかではなかった。我々は  $U(1)_A$  対称性の order parameter を精査することで、この  $U(1)_A$  対称性が有限温度で回復する可能性についての研究を行った。

ところで有限温度相転移の次数は理論において回復する対称性の種類に強く影響を受けることが知られている。この次数は QCD の有効理論である中間子理論の繰り込み群の流れを調べることにより、ある程度は決定することが出来る。我々は QCD の低エネルギー有効理論の中で  $U(1)_A$  対称性の回復を表現している作用の具体形を定め、その相転移の次数を調査した。具体的には摂動展開と展開を用いて繰り込み群の安定な赤外固定点の存在の有無を調査した。

カノニカル法を用いた有限密度格子 QCD における相転移現象の研究：

有限密度格子 QCD には複素作用の問題、及びその派生としての符号問題と呼ばれる未解決の問題がある。我々はこの複素作用の問題を直接回避する方策として、カノニカル分配関数をフガシティー展開の係数として直接計算するカノニカル法と呼ばれる手法を採用した。更に重いクォークに対して有効な

hopping parameter 展開を採用することで、広い温度領域でカノニカル分配関数の計算を行った。物理量の計算としては、求めたカノニカル分配関数を用いてランドカノニカル分配関数を実化学ポテンシャルの関数として再構成し、各種観測量のランドカノニカル集団における期待値を求めた。

#### 4. 研究成果

step scaling function の格子間隔依存性が小さく保たれる、性質の良い格子作用の探索：

研究の方法に示された項目について、特に摂動的に改良されたゲージ作用と、摂動的な clover 項の組み合わせに対して、調査を行った。その結果、弱結合領域における振る舞いは非常に良いものの、強結合領域における格子間隔依存性は、かえって悪化することが判明した。

smearing を導入したクォーク作用における clover 項に対する非摂動的な補正の調査：

二種類のフェルミオン作用について  $O(a)$ 改良のための clover 項の係数及び、零質量に相当する質量パラメータ の測定を行った。

その結果、後者の作用においては、二つのパラメータに対する非摂動的な補正の効果が小さく抑えられることが判明した。その一方で HMC に用いられるクォーク force の大きさは期待したほど小さくは抑えられていないことが判った。

上記の研究の結果、hopping term と clover term の両方のゲージ場を smear したクォーク作用の優秀性が明らかとなった、そこでの作用における clover 項に対する非摂動的な補正の系統的な調査を行った。その結果、格子間隔を約 1 fm に保った状況で、smearing の回数を変化させた時の、clover 項の係数の値を非摂動的に求めることができた。

格子上的  $N_f=2+1$  フレーバー-QCD における各種の重要な物理量の非摂動的な繰り込み：

ゲージ場を smear した時の Schrodinger functional scheme を開発し、繰り込みのために新たに必要になる量の計算を行った。その結果、最新の数値結果から求めた QCD の基本パラメータが利用可能となる。

$N_f=2$  フレーバー-QCD におけるアノマラス  $U(1)_A$  対称性の有限温度における回復と、それに伴う有限温度相転移次数の変換の研究： $SU(2)_xSU(2)$ 対称性が完全に回復しているという仮定のもとで、 $U(1)_A$  対称性の order parameter の精査を行い、この  $U(1)_A$  対称性もまた有限温度で回復する可能性が高いことを示した。

その結果を受けた低エネルギー有効理論の研究から、この理論に安定な赤外固定点は存在せず、 $N_f=2$  QCD の相転移の次数は一次であることが示唆されることが判明した。

カノニカル法を用いた有限密度格子 QCD における相転移現象の研究：  
求めたカノニカル分配関数を用いてランドカノニカル分配関数を実化学ポテンシャルの関数として再構成し、各種観測量のランドカノニカル集団における期待値を求めた。その結果、クォークの閉じ込め相である低温側から出発して、実化学ポテンシャルを上げて行った時の各種物理量の振る舞いを見ることができた、そこからはクォークの閉じ込め-非閉じ込め相転移や自発的に破れているカイラル対称性が回復する相転移の様子が見て取れた。特に明らかな閉じ込め相において、比較的大きな化学ポテンシャルでの相転移現象を捉えることができたことは特筆すべき点であると思われる。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 8 件)

Y.Taniguchi、Non-perturbative renormalization of quark mass in  $N_f=2+1$  QCD with the Schroedinger functional scheme、Proceedings of Science、査読有、LATTICE 2010、2010、242

S.Aoki, K.-I.Ishikawa, N.Ishizuka, T.Izubuchi, K.Kanaya, Y.Kuramashi, K.Murano, Y.Namekawa, M.Okawa, Y.Taniguchi, A.Ukawa, N.Ukita, T.Yoshie, Non-perturbative renormalization of quark mass in  $N_f=2+1$  QCD with the Schroedinger functional scheme、Journal of High Energy Physics、査読有、1008、2010、101、1-25

Y.Taniguchi、Renormalization factor of four fermi operators with clover fermion and Iwasaki gauge action、Proceedings of Science、査読有、LATTICE 2011、2011、331

Y.Taniguchi、Perturbative renormalization factors of four-quark operators for improved Wilson fermion action and Iwasaki gauge action、Journal of High Energy Physics、査読有、1204、2012、143、1-34

Y.Taniguchi、Non-perturbative evaluation of cSW for smeared link clover fermion and Iwasaki gauge action、Proceedings of Science、査読有、LATTICE 2012、2012、236

S.Aoki, H.Fukaya, Y.Taniguchi、Chiral symmetry restoration, eigenvalue density of Dirac operator and axial  $U(1)$  anomaly at finite temperature、Physical Review、査読有、D86、2012、114512

S.Aoki, H.Fukaya, Y.Taniguchi、1st or 2nd; the order of finite temperature phase

transition of  $N_f=2$  QCD from effective theory analysis、Proceedings of Science、査読有、LATTICE 2013、2014、139

A.Nakamura, S.Oka, Y.Taniguchi、Canonical approach to the finite density QCD with winding number expansion、Proceedings of Science、査読有、LATTICE 2014、2015、198

〔学会発表〕(計 17 件)

Y.Taniguchi、Non-perturbative renormalization of quark mass in  $N_f=2+1$  QCD with the Schroedinger functional scheme、The XXVIII International Symposium on Lattice Field Theory, Tanka Village, Villasimius, Sardinia, Italy, June 14-19, 2010

谷口裕介、 $N_f=2+1$ QCD における Schroedinger functional scheme を用いた非摂動的な繰り込み、日本物理学会 2010 年秋季大会、九州工業大学戸畑キャンパス、2010 年 9 月 21-24 日

Y.Taniguchi、Non-perturbative renormalization with Schroedinger functional scheme、国際シンポジウム「From Quarks to Supernovae」、静岡県賀茂郡東伊豆町奈良本、Nov. 28-30, 2010

Y.Taniguchi、Renormalization factor of four fermi operators with clover fermion and Iwasaki gauge action, The XXIX International Symposium on Lattice Field Theory, Village at Squaw Valley, Lake Tahoe, California, USA, July 11-16, 2011

Y.Taniguchi、Smearing はじめました、HPCI 研究会「計算的手法による素粒子論研究の広がり」--- Expanding the Horizon of Theoretical Particle Physics through Computational Methods, Kobayashi Hall, KEK, December 19-21, 2011

Y.Taniguchi、Non-perturbative evaluation of cSW for smeared link clover fermion with Iwasaki gauge action, The XXX International Symposium on Lattice Field Theory, Cairns Convention Centre, Cairns, Australia, June 24-29, 2012

Y.Taniguchi、1st or 2nd; the order of finite temperature phase transition of  $N_f=2$  QCD from effective theory analysis, The 31st International Symposium on Lattice Field Theory, Johannes Gutenberg University Mainz, Germany, 29th July to 3rd August, 2013

谷口裕介、Two flavor QCD の有限温度相転移次数の有効理論による解析、日本物理学会 2013 年秋季大会、高知大学朝倉キャンパス、2013 年 09 月 20-23 日

Y.Taniguchi、The order of finite temperature phase transition of  $N_f=2$  QCD from effective theory analysis, German-Japanese Seminar 2013: Lattice

Field Theory on multi-PFLOPS computers, Regensburg, Germany, 6-8 Nov 2013

10 Y.Taniguchi, 1st or 2nd; the order of finite temperature phase transition of  $N_f=2$  QCD from effective theory, 計算基礎科学連携拠点 (JICFuS) 研究会 Lattice QCD at finite temperature and density, 高エネルギー加速器研究機構, 2014年01月20-22日

11 Y.Taniguchi, Canonical approach to the finite density QCD with winding number expansion, The 32nd International Symposium on Lattice Field Theory, Columbia University, New York, USA, June 23 to 28, 2014.

12 谷口裕介, カノニカル法による格子 QCD の有限密度相転移現象への挑戦, 理研シンポジウム・iTHES 研究会 「熱場の量子論とその応用」, 理化学研究所 大河内記念ホール, 2014年9月3日-5日

13 Y.Taniguchi, Canonical approach to the finite density lattice QCD with winding number expansion (II) hadronic observables, Fourth Joint Meeting of the Nuclear Physics Divisions of the American Physical Society and The Physical Society of Japan, Waikoloa, Hawaii, 96738, USA, October 7-11, 2014

14 谷口裕介, カイラル相転移を追いかけて, 素粒子論の展望: 80年代、90年代から未来へ、大阪大学豊中キャンパス 物理学専攻 H棟, 2015年2月14日(土)

15 谷口裕介, カノニカル法による格子 QCD 有限密度相転移現象への挑戦, 九大研究会 - 格子 QCD と現象論モデルによる有限温度・有限密度の物理の解明 - , 九州大学箱崎キャンパス 理学部, 2015年2月19日(木)

16 Y.Taniguchi, Study of high density phase transition in lattice QCD with canonical approach, CCS-BNL Workshop on Lattice Gauge Theories 2015, Center for Computational science, University of Tsukuba, March 12-13, 2015

17 谷口裕介, カノニカル法による格子 QCD の有限密度相転移現象の研究, 日本物理学会第70回年次大会(2015年) 早稲田大学(早稲田キャンパス) 2015年3月21-24日

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：

国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

6. 研究組織  
(1) 研究代表者  
谷口裕介 (Yusuke Taniguchi)  
筑波大学・数理物質系・講師  
研究者番号：60322012

(2) 研究分担者  
( )

研究者番号：

(3) 連携研究者  
( )

研究者番号：