様式Ｃ－１９

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成　25 年　5 月　27 日現在

機関番号：１４５０１
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2010～2012
課題番号：22540282
研究課題名（和文）　厳密繰り込み群による非繰り込み定理の導出
研究課題名（英文） Derivation of non-renormalization theorems using the exact renormalization group

研究代表者
園田 英徳（SONODA HIDENORI）
神戸大学・理学研究科・准教授
研究者番号：20291966

研究成果の概要（和文）：本研究では、厳密繰り込み群によって場の理論を定式化し、非繰り込み定理として知られる種々の結果をオペレーター間の関係式として厳密に導くことを目指した。QED における axial anomaly をゲージ固定パラメターに依存しないゲージ不変なオペレーターの間の関係式として表すことにより、1-loop の axial anomaly が 2-loop 以上の繰り込みの補正をうけないことを厳密に示すことができた。これは A. Zee によって 1970 年代に得られた導出を精密化かつ一般化するものである。

研究成果の概要（英文）：In this project we have aimed at a sound derivation of various non-renormalization theorems using the formulation of field theory in terms of the exact renormalization group. We have reformulated the axial anomaly in QED as an equation among gauge invariant composite operators which are also independent of the gauge fixing parameter. As a consequence we have established the absence of radiative corrections to the axial anomaly equation. Our proof generalizes the proof given by A. Zee in the early 70's.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2010 年度	500,000	150,000	650,000
2011 年度	500,000	150,000	650,000
2012 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総　計	1,500,000	450,000	1,950,000

研究分野：物理学
科研費の分科・細目：素粒子理論
キーワード：繰り込み群、厳密繰り込み群、アノマリー、非繰り込み定理

１．研究開始当初の背景
本研究者は、2002 年度より厳密繰り込み群による場の理論の定式化に取り組んできていた．ある物理量が量子補正を受けないとき、非繰り込み定理が成り立つという．この定理は素粒子模型を構築する際にも制約を与え

る重要な定理である．非繰り込み定理は，いくつか知られていたが，いずれも確固たる場の理論の定式化にもとづいていなかった．そこで厳密繰り込み群を使って、非繰り込み定理の理論的基礎を固めることが望まれた．本研究のもとにしたのは，K.Ulker と共同で得た Wess-Zumino 模型についての非繰り込み定理の証明（Prog. Theor.Phys.123(2010)989-1002）と，新潟大の五十嵐，伊藤と一緒に行っていたカイラルアノマリーの準備的な研究(Prog.Theor.Phys.Suppl.181(2010)1-166，特に sect. 9)である．

２．研究の目的

本研究が対象とする非繰り込み定理は２つのタイプに分類される．

(A)カイラルゲージ理論におけるゲージアノマリーの非繰り込み --- 1-loop でゲージアノマリーがなければ，all order でゲージアノマリーは存在しない．これは Adler-Bardeen 定理とよばれる．

(B)超対称ゲージ理論の運動項の非繰り込み --- Wilson 作用のゲージ運動項は 1-loop の補正を受けるだけで，高次の補正は受けない．

(A),(B)を厳密繰り込み群の手法を使って初等的に証明することが，本研究の目的である．ここで厳密繰り込み群の手法とよぶのは，Polchinski による Wilson の繰り込み群の定式化のことである．つまり，有限な運動量カットオフ Λ を場の運動項に導入し，相互作用を表す部分の作用 S にも Λ 依存性を持たせる．S(Λ)と S(Λ')(ただし Λ'<Λ)の違いは，Λ と Λ'との間の運動量を持つ場を積分して得られる．この定式化の最大の利点は，有限のカットオフ Λ を使って，連続極限が表現できることである．したがって連続極限が持つ対称性はすべて，有限な Λ をもつ作用 S(Λ)によって実現される．これは大局的な連続対称性だけでなく，ゲージ対称性にもいえることである．本研究者は，この数年間，連続対称性をもつ理論を厳密繰り込み群を使って構成することを研究してきた．新潟大学の五十嵐尤二，伊藤克美とともに，我々の研究の成果も含めた review を著している．（Prog. Theor. Phys. Suppl. 181(2010)1-166)

ゲージアノマリーの非繰り込みについては，定理の正しさを疑うものはないが，本研究が目指すようなクリーンな証明はいまだない．それはカイラルゲージ理論の構成の難しさによる．アノマリーの非繰り込み定理は，素粒子模型を構築する上で大事なひとつの指導原理であるから，クリーンでかつ初等的な証明を与えることは重要である．厳密繰り込み群によるゲージ理論の構築方法は，ループ展開をとおして古典的なアノマリーの cohomology とつながる利点があり，非繰り込み定理の明快かつ初等的な証明の得られる可能性が十分にあると考える．

ゲージアノマリーの非繰り込み定理に比べて，超対称ゲージ理論の非繰り込み定理を初等的に証明することは，簡単でないことが予想される．厳密繰り込み群の手法では，超対称性もゲージ対称性も理論のパラメタを調整して得られるものだからである．超対称ゲージ理論については，この 20 年間の研究で，非摂動的効果を中心に多くの深遠な結果が得られている．その一方で，超対称性の摂動論的構成などの基礎的な問題が完全には解決されないままでいる．作業仮説を積み重ねて，新しい結果をどんどん得ることも重要だが，場の理論のしっかりとした定式化に基づいた理論の基礎づけも重要である．超対称ゲージ理論の非繰り込み定理は，Novikov, Shifman, Vainshtein, Zakharov の研究に始まる．物理的には，たとえば超対称性が量子効果によっては自発的に破れないことを意味する重要な定理である．

なぜ Polchinski 流の厳密繰り込み群に固執するかというと，それはその定式化が健全かつ堅固であるからである．次元正則化に比べれば，ゲージ対称性の導入方法は，複雑であるし，また超対称性も対称変換が場の１次でない限り，パラメタの微調整が必要になる．しかし，有限なカットオフを使って，ゲージ対称性と超対称性をともに実現できるという点で，厳密繰り込み群による超対称ゲージ理論の定式化は，その基礎が実に確固としている．この定式化を本研究の拠り所としたい．

３．研究の方法

研究の目的にも書いたとおり、本研究の主要

方法は、厳密繰り込み群による場の理論の定式化である．具体的にいうと，非繰り込み定理の対象になる物理量を全てオペレーターとして表し、アノマリーをそのオペレーターの間に成り立つ厳密な関係式として表すことを本研究のスタイルとする．厳密繰り込み群の定式化を使うと、オペレーターは作用の微小変化として、厳密に定義することができ、その異常次元やゲージ不変性をオペレーターの関係式として表すことができるのが大きな利点である．

４．研究成果

本研究は厳密繰り込み群の定式化を使って、二つのタイプの非繰り込み定理を証明することを目的に行った．ひとつはカイラルゲージ理論におけるゲージアノマリーの非繰り込みであり、もう一つは超対称ゲージ理論における運動項の非繰り込みである．その準備と して、QED における axial anomaly の非繰り込みに対する Adler-Bardeen の定理を厳密繰り込み群を使って証明することを始めたが、最
終的には、これを成し遂げたところで時間切れとなってしまった．この研究で得られた成果は、2012 年 9 月に Aussois, France で開かれ た Exact Renormalization Group 2012 で口頭発表した．論文は現在準備中である．この研究によって、U(1)ゲージ理論におけるゲージ不変なオペレータの概念を精密化し、オペレータがゲージ固定パラメターに依存しないための条件式を導いた．これは Green 関数に対する Khalatnikov-Landau の関係式を一般化する式である． この結果、axial anomaly をゲージ不変で、ゲージ固定パラメターに依存せず、かつ異常スケール次元のないオペレータの間の等式として定式化することを得た．これは Anthony Zee による axial anomaly の「導出」
を精密化かつ一般化するものである．(たとえば Zee の証明では、暗黙に Landau ゲージが仮定されている．本研究で得られた関係式は、任意のゲージで成り立つ．)

今回は、当初の目的は果たせなかったが、目的を果たすための取っ掛かりは得られたと考える．

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 3 件）
1. <u>H.Sonoda</u>, ``Solving RG equations with the Lambert W function,''
Phys. Rev. D87(2013)085023(10 pages),
arXiv:1302.6069（査読有）

2.<u>Y.Igarashi</u>, <u>K.Itoh</u>, M.Sato, <u>H.Sonoda</u>, ``Anomalies in the ERG approach,'' Prog. Theor.Phys.125(2011)565-580,
arXiv:1104.4686[hep-th]（査読有）

3. <u>H.Sonoda</u>, ``Phase structure of a three-dimensional Yukawa model,''
Prog.Theor.Phys.126(2011)57-80 ,
arXiv:1102.3974[hep-th] （査読有）

〔学会発表〕（計 3 件）
1. H. Sonoda, ``Exact operator equations in ERG,'' ERG2012, 2012年9月6日,Aussois, France

2. H. Sonoda,``Universality of ERG, revisited,'' Renormalization Group from Ultra Cold Atoms to the Hot QGP,2011 年 9 月 1 日, 基礎物理学研究所,京都

3. H. Sonoda, ``ERG for a Yukawa theory in 3 dimensions,'' ERG2010, 2010年9月14日, Corfu, Greece

〔図書〕（計 0 件）
〔その他〕
ホームページ等

６．研究組織
(1)研究代表者
園田 英徳（SONODA HIDENORI）
神戸大学・理学研究科・准教授
研究者番号：20291966

(2)研究分担者 なし
（　　）
研究者番号：

(3)連携研究者
伊藤 克美 (ITOH KATSUMI)
新潟大学・教育学部・教授
研究者番号：50242392

五十嵐 尤二(IGARASHI YUJI)
新潟大学・教育学部・名誉教授
研究者番号:50151262