

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 17 日現在

機関番号：32661

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2013

課題番号：22540336

研究課題名(和文) 特異なバンド構造を持つ低次元電子系の輸送特性における乱れの効果

研究課題名(英文) Effects of disorder on transport properties of low-dimensional electronic systems with unconventional band structure

研究代表者

河原林 透 (KAWARABAYASHI, Tohru)

東邦大学・理学部・教授

研究者番号：90251488

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：グラフェンに代表されるような特異なバンド構造に起因して、低エネルギーの有効理論が質量0のディラック電子によって記述されるような低次元電子系の磁気輸送特性を、精密な数値計算によって調べた。その結果、ディラック電子特有の異常量子ホール効果に関して本質的である $n=0$ ランダウ準位が、系にランダムネスが存在していても、カイラル対称性と呼ばれる対称性が保存していれば、ランダムネスの影響を受けず、対応する量子ホール転移の臨界性に異常性が生じることを一般的に示すことができた。こうした特異的な量子ホール転移は、今後、光学格子上の冷却原子系などで実現が期待される。

研究成果の概要(英文)：Transport properties of two-dimensional massless Dirac fermions, which is realized in graphene and in certain organic metals, in a magnetic field has been investigated both numerically and analytically. We have found that the $n=0$ Landau level, which is a hallmark of the graphene quantum Hall effect, is surprisingly robust against disorder respecting the chiral symmetry. This robustness appears as an anomalous sharpness of the $n=0$ Landau level leading to the unconventional criticality of the quantum Hall transition. We have also generalized the chiral symmetry to encompass the generic tilted Dirac fermions and show that the generalized chiral symmetry indeed protects the $n=0$ Landau level against disorder. These findings suggest that the unconventional quantum Hall transition can be realized in a wide range of systems such as cold atoms in an optical lattice.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・物性I

キーワード：グラフェン ディラック電子 ランダウ準位 カイラル対称性

1. 研究開始当初の背景

半導体微細加工技術の進歩や、有機物質の合成技術の発展にともない、様々な低次元物質が実験室で実現されるようになり、こうした系の輸送特性が世界中で精力的に研究されていた。特に、2010年のノーベル賞となったグラフェン(単層グラファイト)の実現とその輸送特性の測定により、「質量ゼロの相対論的なディラック電子」の実験的、理論的研究が世界的に加速されていた。グラフェン特有の、異常量子ホール効果など、独特の興味深い性質やデバイスへの応用を念頭においた大量生産のための合成手法の模索なども行われていた時期であり、物性物理学の中で最も精力的に研究が進められている分野の1つであった。

また、グラフェンの実現から4年あまりが経ち、実験の精密化が進むなかで、グラフェンにおける乱れの効果や電子間相互作用の効果を理論的に解明し、精密な実験結果を定量的に説明することが、重要かつ緊急の課題となっていた。

2. 研究の目的

グラフェンや有機導体 α -(BEDT-TTF) $_2$ I $_3$ などに代表される特異なバンド構造(相対論的な分散関係)をもつ物質が、デバイスへの応用の観点から世界的に注目されている。本研究では、こうした特異なバンド構造を持つ低次元物質の輸送現象における、不純物ポテンシャルや格子歪みなどによる乱れの効果および電子間相互作用の効果を、精密な数値計算に基づいて定量的に明らかにし、実験結果を理論的に解明するとともに、基礎特性に対する新たな知見を得ることを目的としている。

3. 研究の方法

ランダム系の性質に対する精密な数値計算結果を得るために、主に以下の2つ計算手法に基づきプログラムを構築し、並列型の計算機を用いて効率よく数値計算を実行した。

(1) グリーン関数法による状態密度の評価: グリーン関数法(L. Schweitzer et al. J. Phys. C17, 4111 (1984))を用いて、状態密度を数値的に求めた。この手法は系を数値的に対角化する必要がなく非常に大きな系を取り扱えるという利点を持つ。また、エネルギーの虚数部の大きさを変えて計算を行うことにより、ランダウ準位の準位幅を精密に評価することができる。この精密な評価はランダウ準位幅の異常性を検出するためには本質的である。

(2) ホール伝導度の精密な評価: ディラック電子系の特徴を捉えるために、状態密度に合わせて、ホール伝導度を数値的に求めた。ホール伝導度はチャーン数と呼ばれる幾何学的な量と等価であることが知られている。しかし、このチャーン数をバンド中心付近で数

値的に評価することはこれまで困難であった。これに対し、2006年頃に初貝等(Y. Hatsugai et al. Phys. Rev. B74, 205414)によって開発された新しい手法をランダム系に応用し、ホール伝導度を各サンプルについて精密に求め、その平均を求めた。こうしたホール伝導度の高い精度での評価は量子ホール転移の臨界性を調べるためには不可欠であった。

4. 研究成果

本課題では、グラフェンに代表されるような特異なバンド構造から、低エネルギーの有効理論がディラック電子によって記述されるような低次元電子系の輸送特性を中心に調べ、特に、磁場中の量子ホール効果に本質的なn=0ランダウ準位のランダムネスに対する安定性とそれに対するカイラル対称性の役割について調べた。精密な数値手法にあわせて、解析的な手法も駆使することにより、主に下記のような成果を得た。

(1) カイラル対称性に守られた単層グラフェンのn=0ランダウ準位: ディラック電子系に特有のn=0ランダウ準位が、カイラル対称性を保存するようなボンダ型のランダムネスに対して、あたかもランダムネスの影響を受けないかのようにデルタ関数型の異常性を保ちうることを、蜂の巣格子模型に基づくグリーン関数法を用いた数値計算により具体的に示した(図1)。ここでは、カイラル対称性の保存とともに、ランダムネスの空間相関が重要であり、相関長が格子定数よりも大

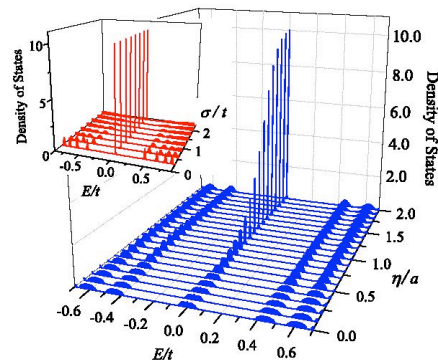


図1: 磁場中の2次元蜂の巣格子模型の状態密度をエネルギー E とランダムネスの空間相関長 η の関数として表示したもの。相関長 η が最近接格子間隔 a より大きくなると $n=0$ ランダウ準位のみデルタ関数型の異常性を示す。挿入図: $\eta/a=3$ の場合にランダムネスの強さ σ を変えたときの状態密度。異常性は σ にはあまり依存しない。 t は最近接ホッピング。[論文1]

きくなると、 $n=0$ ランダウ準位のみがデルタ関数型の異常性を示すことが定量的に示された。[論文1, 2, 6]

(2) 傾いたディラック・コーンに対するカイラル対称性の拡張と指数定理：有機導体などにおいては、グラフェンほど結晶の対称性がよくなく、ディラック・コーンが傾いているディラック電子系が存在する。こうした系においても、 $n=0$ ランダウ準位がデルタ関数型の異常性を示すかどうかについて研究を進めた。この問題のポイントはコーンが傾くことにより、通常のカイラル対称性が破られてしまうという点にある。このため、傾いたコーンに対する新たな対称性を見いださなければならないが、我々は通常のカイラル対称性を、一般の傾いたディラック・コーンに拡張することに成功した。さらに、この一般化されたカイラル対称性があれば、 $n=0$ ランダウ準位がデルタ関数型の異常性を示すことを、Y. Aharonov and A. Casher (Physical Review A 19, 2461 (1979)) の議論を拡張することにより、有効理論の範囲内で解析的に示し、その有効性を格子模型に基づく数値計算により確認した。(図2) [論文3]。この括

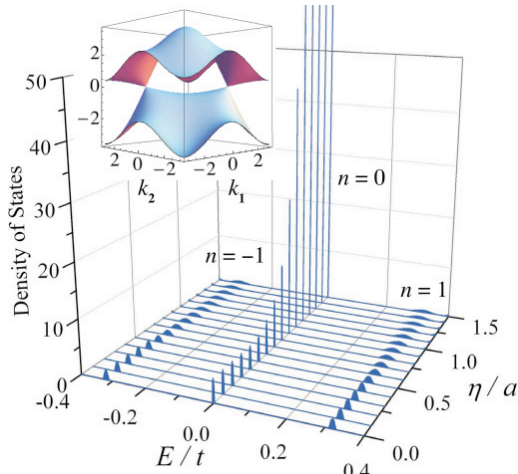


図2：挿入図のような傾いたディラック・コーンをもつ格子模型における磁場中の状態密度。ランダムネスの相関長 η が格子間隔 a を超えると $n=0$ ランダウ準位のみならずデルタ関数型の異常性が現れる。[論文3]

張されたカイラル対称性の存在は、数学的にはディラック演算子の楕円性と等価であり、指数定理の適用範囲と一致することも明らかとなった。[論文8]

(3) 2層グラフェンの $n=0$ と $n=1$ ランダウ準位のトポロジカルな安定性：2層グラフェンにおいても、ゼロエネルギーのランダウ準位となる $n=0$ と $n=1$ のランダウ準位が単層の場合と同様に、ランダムネスがカイラル対称であり、空間相関を持てば、デルタ関数型の異常性を示すことを示した。また、電場をかけて、ゼロエネルギーのランダウ準位を分裂させたときにも、 $n=0$ ランダウ準位には依然として異常性が残ることを数值的、解析的に

示した(図3)。[論文4] さらに、関連ホッ

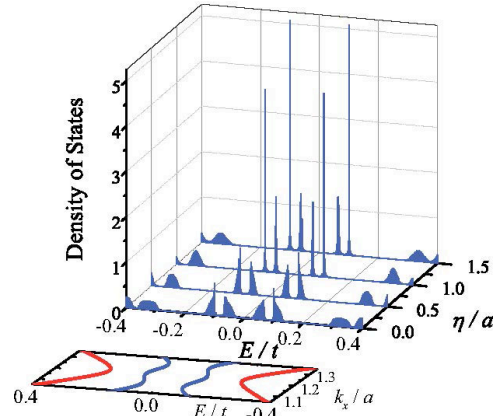


図3：2層グラフェンに電場をかけた場合の分裂した $n=0$ (外側) と $n=1$ (内側) ランダウ準位。 $\eta/a > 1$ の領域で $n=0$ ランダウ準位に顕著な異常性が現れる。挿入図(下)は K 点付近のゼロ磁場の場合のエネルギー分散関係を表す。[論文4]

ピングによるフェルミ面の trigonal warping の効果についても調べた。trigonal warping の効果により、 K (K') 点にはそれぞれ4つのディラック・コーンが現れ、それに伴って4重縮退したゼロエネルギーのランダウ準位が低磁場で現れる。この4重縮退したランダウ準位のランダムネスに対する安定性を調べたところ、現実的なリップルのようなスケールのランダムネスに対しては、4つのコーン間散乱が無視できず、 K (K') 点におけるトータルのベリー位相によってトポロジカルに保護されるディラック・コーン2つ分(全体の半分)の自由度のみがデルタ関数型の異常性を示し、他の半分の自由度はランダムネスにより幅を持つことがわかった。[論文11]

(4) 光学格子系などへの展望：ランダムネスが空間相関を持つということは、物理的には2つのディラック・コーン間の散乱が抑制されることを意味すると考えられる。この考えを推し進め、コーン間散乱をコーンのエネ

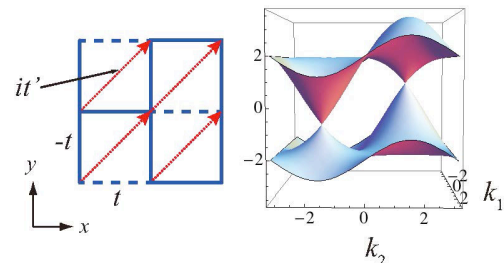


図4：2つのディラック・コーンのエネルギー縮退を解いたに2次元格子模型(左)とそのエネルギー分散(右)。コーン間のエネルギー差は次近接ホッピング(純虚数)の大きさに比例している。[論文9]

ルギー縮退を解くことにより抑制した場合に同様の異常性が見られるかを格子模型に基づき数値的に調べた (図4)。その結果、コーンの縮退を解いていくと、短距離相関のランダムネスに対してもカイラル対称性が保存していれば、 $n=0$ ランダウ準位がデルタ関数型の異常性を示すことがわかった (図5)。[\[論文 9\]](#) 実際の物質においては、ディラック・コーンの縮退が解けた状況は現実的ではないが、光学格子における冷却原子系では有効的に複素ホッピングが導入でき、こうした系の実現が期待されている。

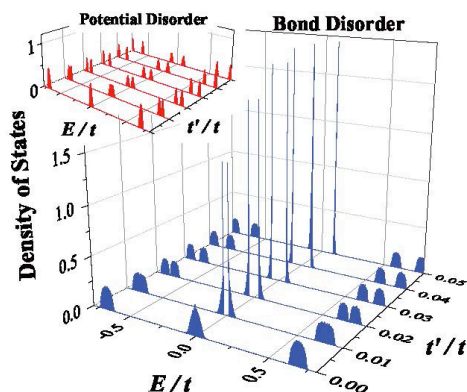


図5：図4の格子模型において、ディラック・コーンのエネルギー差 ($\propto t'/t$) を変化させたときのランダウ準位。エネルギー差を与えるとカイラル対称性を保存するようなランダムネス (Bond Disorder) の場合 $n=0$ ランダウ準位に異常性が表れる。挿入図：カイラル対称性を破るランダムネス場合 (Potential Disorder) には、異常性は見られない。[\[論文 9\]](#)

最後に、本研究を遂行するにあたりご協力いただいた青木秀夫教授、初貝安弘教授、小野嘉之教授、大槻東巳教授、森本高裕博士、濱本雄治博士、当時学生であった坂本紘樹氏、本田貴大氏、井上裕哉氏に感謝の意を表したい。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計12件)

- 1) *Sharp zero-energy Landau levels in multilayer graphene*, Hiroki Sakamoto, Yasuhiro Hatsugai, Hideo Aoki, and [Tohru Kawarabayashi](#), JPS Conf. Proc. 1, 012069 (2014). 査読有り.
DOI:10.1088/1742-6596/456/1/012020
- 2) *Stability of zero-mode Landau levels in bilayer graphene against disorder in the presence of the trigonal warping*, [Tohru Kawarabayashi](#), Yasuhiro Hatsugai, and Hideo Aoki, Journal of Physics: Conference series 456, 012020 (2013). 査読有り.
DOI:10.1088/1742-6596/456/1/012020

- 3) *Chiral Symmetry and Many-Body Effect in Multilayer Graphene*, Yuji Hamamoto, [Tohru Kawarabayashi](#), Hideo Aoki, and Yasuhiro Hatsugai, Journal of Physics: Conference series 456, 012013 (2013). 査読有り.
DOI:10.1088/1742-6596/456/1/012013
- 4) *Chiral Symmetry and Fermion Doubling in the Zero-mode Landau Levels of Massless Dirac Fermions with Disorder*, [Tohru Kawarabayashi](#), Takahiro Honda, Hideo Aoki, Yasuhiro Hatsugai, AIP Conference Proceedings 1566, 283-284 (2013). 査読有り.
DOI: 10.1063/1.4848396
- 5) *Spin-resolved chiral condensate as a spin unpolarized $\nu=0$ quantum Hall state in graphene*, Yuji Hamamoto, [Tohru Kawarabayashi](#), Hideo Aoki, and Yasuhiro Hatsugai, Physical Review B88, 195141 (2013). 査読有り.
DOI: 10.1103/PhysRevB.88.195141
- 6) *Chiral symmetry and its manifestation in optical responses in graphene: interaction and multi-layers*, Yasuhiro Hatsugai, Takahiro Morimoto, [Tohru Kawarabayashi](#), and Hideo Aoki, New J. Phys. 15, 035023 (2013). 査読有り.
DOI:10.1088/1367-2630/15/3/035023
- 7) *Generalization of chiral symmetry for tilted Dirac cones*, [Tohru Kawarabayashi](#), Yasuhiro Hatsugai, Takahiro Morimoto, and Hideo Aoki, International Journal of Modern Physics: Conference series. 11, 145 - 150 (2012). 査読有り.
DOI: 10.1142/S2010194512006046
- 8) *Topologically protected Landau levels in bilayer graphene in finite electric fields*, [Tohru Kawarabayashi](#), Yasuhiro Hatsugai, and Hideo Aoki, Physical Review B85, 165410 (2012). 査読有り.
DOI: 10.1103/PhysRevB.85.165410
- 9) *Generalized chiral symmetry and stability of zero modes for tilted Dirac cones*, [Tohru Kawarabayashi](#), Yasuhiro Hatsugai, Takahiro Morimoto, and Hideo Aoki, Physical Review B83, 153414 (2011). 査読有り.
DOI: 10.1103/PhysRevB.83.153414
- 10) *Landau level broadening in graphene with long-range disorder - Robustness of the $n=0$ level*, [Tohru Kawarabayashi](#), Yasuhiro Hatsugai, and Hideo Aoki, Physica E42, 759-762 (2010). 査読有り.
DOI:10.1016/j.physe.2009.10.012
- 11) *Anomalous criticality at the $n=0$ quantum Hall transition in graphene:*

The role of disorder preserving chiral symmetry, Tohru Kawarabayashi, Takahiro Morimoto, Yasuhiro Hatsugai, and Hideo Aoki, Physical Review B82, 195426 (2010). 査読有り.

DOI: 10.1103/PhysRevB.82.195426

- 12) *Quantum Hall plateau transition in graphene with spatially correlated random hopping*, Tohru Kawarabayashi, Yasuhiro Hatsugai, and Hideo Aoki, Physical Review Letters 103, 156804 (2009). 査読有り.
DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.156804

[学会発表] (計32件)

- 1) 井上裕哉、初貝安弘、青木秀夫、河原林透：ケクレ型ボンド秩序があるグラフェンのドメイン境界における局所状態密度，日本物理学会第69回年次大会、2014年3月28日（東海大学）
- 2) 本田貴大、初貝安弘、青木秀夫、河原林透：傾いたディラック・コーンにエネルギー差がある場合の $n=0$ ランダウ準位の異常性，日本物理学会2013年秋期大会、2013年9月28日（徳島大学）
- 3) 濱本雄治、河原林透、青木秀夫、初貝安弘：磁場中グラフェンのスピンの非偏極なカイラル凝縮相の相関関数，日本物理学会2013年秋期大会、2013年9月27日（徳島大学）
- 4) 坂本紘樹、初貝安弘、青木秀夫、河原林透：3層グラフェンのゼロエネルギー・ランダウ準位のランダムネスに対する安定性，日本物理学会2013年秋期大会、2013年9月27日（徳島大学）
- 5) Y. Hamamoto, T. Kawarabayashi, H. Aoki, and Y. Hatsugai: Chiral Symmetry and Spin-Unpolarized $\nu=0$ State in Graphene in a Magnetic Field, Oral presentation (July 18) in the 12th Asia Pacific Physics Conference (APPC-12), July 15 - July 19, 2013, Makuhari, Japan.
- 6) H. Sakamoto, Y. Hatsugai, H. Aoki, and T. Kawarabayashi: Sharp zero-energy Landau levels in multilayer graphene, poster presentation (July 17) in the 12th Asia Pacific Physics Conference (APPC-12), July 15 - July 19, 2013, Makuhari, Japan.
- 7) T. Honda, Y. Hatsugai, H. Aoki, and T. Kawarabayashi: Landau levels of disordered massless Dirac fermions when the Dirac cones are both shifted and tilted, poster presentation (July 2) in the 20th international conference on Electric Properties of Two-Dimensional Systems (Ep2DS-20), July 1 - July 5, 2013, Wroclaw, Poland.
- 8) T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai and H. Aoki: Robust zero-mode Landau levels in graphene with Kekulé bond ordering. Poster presentation (June 3) in the international conference “Graphene Week 2013” June 2 - June 7, 2013, Chemnitz, Germany.
- 9) 広瀬大記、河原林透、小野嘉之：二次元電子格子系のマルチモード・パイエルス転移に伴う比熱の温度変化II，日本物理学会第68回年次大会、2013年3月27日（広島大学）
- 10) 濱本雄治、河原林透、青木秀夫、初貝安弘：磁場中グラフェンにおけるスピンの非偏極のカイラル凝縮相，日本物理学会第68回年次大会、2013年3月26日（広島大学）
- 11) 河原林透、初貝安弘、青木秀夫：ケクレ型ボンド秩序があるグラフェンの $n=0$ ランダウ準位の乱れに対する安定性，日本物理学会第68回年次大会、2013年3月26日（広島大学）
- 12) T. Kawarabayashi: Chiral Symmetry and robust zero-mode Landau levels of disordered graphene and related materials, Oral presentation (Invited) (March 13) in the 3rd Japan-Israel binational workshop on quantum phenomena, March 10 - March 13, 2013, OIST, Japan.
- 13) 濱本雄治、河原林透、青木秀夫、初貝安弘：磁場中二層グラフェンの多体効果とエッジ状態，日本物理学会2012年秋季大会、2012年9月18日（横浜国立大学）
- 14) 河原林透、初貝安弘、青木秀夫：磁場中の二層グラフェンにおけるゼロモードのトポロジカルな安定性 --- trigonal warping の効果 ---，日本物理学会2012年秋季大会、2012年9月18日（横浜国立大学）
- 15) T. Kawarabayashi, T. Honda, H. Aoki, and Y. Hatsugai: Chiral Symmetry and Fermion Doubling in the Zero-mode Landau Levels of Massless Dirac Fermions with Disorder. Poster presentation (August 2) in the 31st International conference on the Physics of Semiconductors (ICPS 2012), July 29 - August 3, 2012, ETH Zurich, Switzerland.
- 16) T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai, and H. Aoki: Stability of zero-mode Landau levels in bilayer graphene against disorder --- role of the chiral symmetry, poster presentation (July 24) in the 20th International conference High Magnetic Field in Semiconductor Physics (HMF-20), July 22 - 27, 2012, Chamonix Mont-Blanc, France.

- 17) T. Kawarabayashi : Chiral Symmetry and Robustness of Zero-mode Landau levels in Bilayer Graphene, Poster presentation (June 4) in the International conference “Graphene Week 2012”, June 4 – 8, 2012, Delft, Netherlands.
- 18) 本田貴大、初貝安弘、青木秀夫、河原林透 : フェルミオン・ダブリングのないディラック電子のランダウ準位に対するランダムネスの効果, 日本物理学会第67回年次大会, 2012年3月27日 (関西学院大学)
- 19) 小林浩二、大槻東巳、K. Slevin、河原林透 : Critical conductance distribution at the integer quantum Hall transitions in tight-binding model and Chalker-Coddington model, 日本物理学会第67回年次大会, 2012年3月25日 (関西学院大学)
- 20) 河原林透、初貝安弘、青木秀夫 : 電場中の2層グラフェンにおけるゼロエネルギーランダウ準位のトポロジカルな安定性, 日本物理学会第67回年次大会, 2012年3月25日 (関西学院大学)
- 21) 広瀬大記、河原林透、小野嘉之 : 二次元電子格子系のマルチモード・パリエルス転移に伴う比熱の温度変化, 日本物理学会2011年秋季大会, 2011年9月23日 (富山大学)
- 22) 河原林透、初貝安弘、森本高裕、青木秀夫 : 傾いたディラック・コーンにおけるゼロモードのトポロジカルな安定性—カイラル対称性の非エルミートな一般化—, 日本物理学会2011年秋季大会, 2011年9月23日 (富山大学)
- 23) T. Kawarabayashi : Generalization of chiral symmetry for two-dimensional massless fermions with tilted Dirac cones, oral presentation (August 7) in the International conference “Localisation 2011”, August 4 – 7, 2011, Pohang, Korea.
- 24) T. Kawarabayashi : Anomalous density of states in Landau levels of bilayer graphene with disorder, oral presentation (July 28) in the 19th International conference on Electronic Properties of Two-Dimensional System (EP2DS-19), July 25 – 29, 2011, Tallahassee, Florida, USA.
- 25) T. Kawarabayashi : Robustness of zero modes and generalised chiral symmetry for tilted Dirac cones with disorder, oral presentation (April 25) in “Graphene week 2011”, April 24 – 29, 2011, Obergurgl, Austria.
- 26) 小林浩二、大槻東巳、K. Slevin、河原林透 : Conductance distribution at the quantum Hall transitions for higher Landau levels, 日本物理学会2010秋季大会, 2010年9月25日 (大阪府立大学)
- 27) 河原林透、初貝安弘、青木秀夫 : 不規則2層グラフェンのランダウ準位におけるカイラル対称性の効果, 日本物理学会2010秋季大会, 2010年9月24日 (大阪府立大学)
- 28) T. Kawarabayashi : Criticality of the quantum Hall transition at the $n=0$ Landau Level of disordered Graphene, oral presentation (Invited) (Sept. 2) in APCTP-POSTECH AMS Workshop “Metal-Insulator Transitions in Disordered and Magnetic Systems”, Aug. 30 – Sept. 12, 2010, Pohang, Korea.
- 29) T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai and H. Aoki : Anomalous Criticality at the $n=0$ Landau Level of Graphene: a Manifestation of the Chiral Symmetry, oral presentation (July 7) in International Conference of the Science and Technology of Synthetic Metals (ICSM) 2010, July 4 – 9, 2010, Kyoto, Japan.
- 30) Y. Hatsugai, [○]T. Kawarabayashi, T. Morimoto and H. Aoki : Chiral symmetry in Graphene, poster presentation in “Graphene week 2010”, April 19 – 23, 2010, College Park, Maryland, USA.
- 31) 米井浩之、河原林透、小野嘉之 : 二次元強磁場下の臨界準位統計におけるランダムネスの相関の効果, 日本物理学会第65回年次大会, 2010年3月21日 (岡山大学)
- 32) 河原林透、初貝安弘、青木秀夫 : グラフェン $n=0$ ランダウ準位における異常性とカイラル対称性, 日本物理学会第65回年次大会, 2010年3月21日 (岡山大学)
- (筆頭著者以外が登壇者の場合は登壇者の名前の前に[○]印)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河原林透 (KAWARABAYASHI, Tohru)
東邦大学・理学部・教授
研究者番号 : 90251488

(2) 連携研究者

大槻東巳 (OHTSUKI, Tomi)
上智大学・理工学部・教授
研究者番号 : 50201976