

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 15 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22540356

研究課題名（和文） 新たな自己無撞着摂動展開法によるボーズ・アインシュタイン凝縮相の理論的研究

研究課題名（英文） Theoretical study of Bose-Einstein condensates using a new self-consistent perturbation expansion

研究代表者

北 孝文（KITA TAKAFUMI）

北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号：20186224

研究成果の概要（和文）：新たな自己無撞着摂動展開法を用いて、ボーズ-アインシュタイン凝縮相の励起モードの理論的研究を行った。従来の定説では、この系の唯一の素励起は「ボゴリェボフ・モード」であり、それは音波で、かつ自発的対称性の破れに伴う「南部-ゴールドストーン・ボゾン」であると考えられてきた。しかし、今回の研究により、この通説は覆され、一粒子励起と二粒子励起が別物であることが明らかになった。また、弱く相互作用するボーズ粒子系の基底状態エネルギーに関するリー-ファン-ヤンの良く知られた表式も、自己エネルギーに対するこれまで見落とされてきた新たなファインマン図形の寄与により、変更を受けることが明らかになった。

研究成果の概要（英文）：A new self-consistent perturbation expansion, which was developed recently by the principal investigator, has been used to clarify basic properties of a single-component Bose-Einstein condensate. A widely accepted viewpoint on the elementary excitations of the system is that the single- and two-particle excitations are identical and described by the gapless excitation of the Bogoliubov theory. We have found, however, that the two excitations are different from each other. It is also found that the well-known expression on the ground-state energy of a dilute Bose gas by Lee, Huang and Yang should be modified due to a new class of Feynman diagrams for the self-energy.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・物性 II

キーワード：ボーズ-アインシュタイン凝縮、自発的対称性の破れ、場の量子論

1. 研究開始当初の背景

ボーズ-アインシュタイン凝縮相は自発的対称性の破れた系の代表例の一つであり、1995年に原子気体で凝縮が実験的に実現されて以降、活発な研究が続けられてきた。こ

の系の大きな特徴は、一粒子励起であるギャップレスな「ボゴリェボフ・モード」が、自発的対称性の破れに伴う「南部-ゴールドストーン・ボゾン」であり、系の熱力学的性質を支配すると思われることにある。かつ、

このボゴリュボフ・モードは、集団励起である密度ゆらぎとも同じであると一般に考えられ、ランダウが現象論的に予言したフォノン-ロトン曲線と連続的につながると予想されてきた。

しかし、ボーズ-アインシュタイン凝縮相の微視的な記述は、場の演算子そのものの期待値が有限になることから、非常に難しくなる。特に、理論が「ギャップレス・モード」の存在を正しく記述することと「動的保存則」を満たすべきことの重要性は、既に1965年にホーヘンベルグとマーティンにより指摘されていた[P. C. Hohenberg and P. C. Martin: Ann. Phys. **34** (1965) 291]。実際、そのような理論でのみ、原子気体の動的実験に対応した非平衡状態と平衡状態の統一的記述ができるのである。しかし、両者を同時に満たす近似法はごく近年まで存在しなかった。例えば、ボゴリュボフ理論を標準的なウィック分解法によって有限温度に拡張すると、一粒子励起に非物理的なエネルギーギャップが生じてしまう。この事実は、ボーズ-アインシュタイン凝縮相の基礎理論として広く受け入れられてきたボゴリュボフ理論が、本当に正しい理論なのかどうか疑問を投げかけるものとなっている。

研究代表者は、2009年に、「ギャップレス・モード」を持ち同時に「動的保存則」を満足するボーズ-アインシュタイン凝縮相の系統的摂動展開理論を構成することに初めて成功した。この新たな理論を用いて、ボーズ-アインシュタイン凝縮相の基礎を再考・再構築することを目指した。

2. 研究の目的

まず、上記の摂動展開を二粒子グリーン関数を計算できるように拡張することを目指した。通常の摂動展開を用いたガボレ-ノジュール理論では、ボーズ-アインシュタイン凝縮相において、一粒子グリーン関数と二粒子グリーン関数が共通の極を持つとされている[J. Gavoret and P. Nozières: Ann. Phys. **28** (1964) 349]。これは、中性子散乱で観測される密度ゆらぎのフォノン-ロトン曲線が、本来一粒子励起であるボゴリュボフ・モードを直接反映するという内容である。この主張が本当であるかどうかを確認することは、非常に重要な意味を持つ。また、凝縮相の自己無撞着摂動展開を用いて二粒子相関をも計算できるようにしておくことも必要不可欠である。

つぎに、新たな摂動展開を用いて、これまで未解明であったボーズ-アインシュタイン凝縮相の物理的性質を解明することを目指した。より具体的には、準粒子間の散乱の効果が入る一番簡単な場合、すなわち2次摂動を集中的に取り扱うことを計画した。これに

より、ボーズ-アインシュタイン凝縮相における準粒子の寿命の大きさを評価し、ランダウの二流体力学を微視的に導出して粘性係数の温度変化を明らかにし、また数値計算によりボーズ-アインシュタイン凝縮相の熱平衡化過程を明らかにすることを目標とした。

3. 研究の方法

第一に、場の量子論を用いた解析的手法により、ボーズ-アインシュタイン凝縮相の自己無撞着摂動展開理論を、二粒子グリーン関数を計算できるように拡張する。ガボレとノジュールは、通常の摂動展開を用いて、ボーズ-アインシュタイン凝縮相では、一粒子グリーン関数と二粒子グリーン関数が同じ極を持つと主張した。これは、中性子散乱で観測される密度揺らぎが、ボーズ-アインシュタイン凝縮相の南部-ゴールドストーン・ボゾンを直接に反映するという内容であり、非常に重要な意味を持つ。この極の共有が本当かどうかを具体的に確認し、動的構造因子の表式やワードの恒等式も導く。これらは、場の量子論を用いたボーズ-アインシュタイン凝縮相の理論的研究において、基本的重要性をもつ内容である。

第二に、二次までの自己無撞着摂動展開をまず一様系に適用して具体的に評価し、ボゴリュボフ準粒子の寿命を計算する。ボーズ-アインシュタイン凝縮相の平均場理論では、(i)ボーズ分布関数がゼロ・エネルギーで発散すること、(ii)ボゴリュボフ励起のエネルギーが長波長の極限で音波の分散関係に従ってゼロになる、という二つの理由から、様々な二体相関関数の表式において赤外発散が現れる。この赤外発散の物理的意味を理解し、ボーズ-アインシュタイン凝縮相における相関関数の計算を実行するには、その基礎としてまずボゴリュボフ準粒子の寿命を評価することが必要不可欠であると考えている。

4. 研究成果

(1)一粒子グリーン関数を用いたボーズ-アインシュタイン凝縮相の自己無撞着摂動展開を二粒子グリーン関数を計算できるように拡張し、二粒子グリーン関数が従う厳密なベータ-サルピータ方程式を導出した。この定式化は、トラップ・ポテンシャル中のボーズ粒子系や量子渦のあるボーズ粒子系など、一般の非一様系に適用できる。この定式化を用いることにより、二粒子グリーン関数の極の一般的性質を、一粒子グリーン関数の極と比較しながら明らかにした。従来広く受け入れられてきたガボレとノジュールの理論では、ボーズ-アインシュタイン凝縮相において、一粒子グリーン関数と二粒子グリーン関数が同じ極を持つとされている。これは、一粒子グリー

ン関数の極 (=ボゴリュボフ励起) が、非弾性中性子散乱などで観測される密度揺らぎに等しいことを意味し、変分波動関数を用いた超流動⁴Heのファインマン理論を微視的に基礎付ける結果であると考えられてきた。しかし、新たな理論によると、一粒子グリーン関数と二粒子グリーン関数の極は一致せず、一般に異なる。これは、ボゴリュボフ励起が音波ではないことを意味し、従来の見解を覆す基本的かつ重要な成果である。

(2) ケルディシュ・グリーン関数を用いた場の量子論による非平衡統計力学についての解説を、学術誌 *Progress of Theoretical Physics* 誌に招待論文としてまとめ上げた。その内容は、前年度の日本語解説記事「北孝文：物性研究 **90** (2008) 1-95, ‘量子輸送方程式と非平衡エントロピー—場の量子論による非平衡統計力学—’」の英語版である。ボーズ-アインシュタイン凝縮相では、蒸発冷却の手法により、正常状態から凝縮状態へ系を転移させる非平衡過程の実験が多数行われている。この論文で展開した方法論は、ボーズ-アインシュタイン凝縮相における非平衡現象を解明するのに大いに役立つものと期待される。

(3) ボーズ-アインシュタイン凝縮 (BEC) 相において、個別励起 (一粒子グリーン関数の極) と集団励起 (二粒子グリーン関数の極) が全く別物であること、そして、それらが共に南部-ゴールドストーン (NG) ・ボゾンとみなせることを明らかにした。広く知られたガボレーノジュエル理論 (1965 年) によると、BEC 相における個別励起と集団励起は、同じ密度揺らぎであり、弱い相互作用の極限でボゴリュボフ・モードに一致し、また、強結合領域では超流動 ⁴He で観測されるフォノン-ロトン曲線に移行する。今回得られた結果は、この通説を覆すものであり、ボーズ-アインシュタイン凝縮の基礎理論に変革を迫る重要な結果である。さらに、別物とわかった BEC 相の個別励起と集団励起が、共に、自発的対称性の破れに伴う NG モードであることも指摘した。従来は、BEC に伴う「ゲージ対称性の破れ」により、ただ一種類の NG モードが出現すると考えられていた。しかし、ゴールドストーンの定理の証明には二種類あり、それらを詳細に再検討した結果、二つが異なる意味を持ち、BEC 相では個別励起と集団励起に対応することを明らかにした。この結果は、基礎物理学一般にとって、非常に重要な成果であると考えている。また、この論文により、自己エネルギーに寄与するファインマン図形に、凝縮相特有の「可約」な図形があることも明らかになった。この「可約」な図形の寄与は、従来の研究では、全く見落

とされてきた。そして、この新たなファインマン図形の寄与が、ボゴリュボフ・モードの性質を「泡モード」へと大きく変え、既成の理論における大きな問題点であった「赤外発散」を取り除くことを明らかにした。ボゴリュボフ理論が定性的に正しくないというこの結果は、ボーズ-アインシュタイン凝縮相に関する従来の定説を覆す可能性を秘めている。

(4) 超伝導相に対して、すべての対形成過程を簡潔に取り込む新たな自己無撞着摂動展開法を開発した。BEC 相は、バーディーン-クーパー-シュリーファー (BCS) 理論によって記述される弱結合フェルミ超流動状態から、引力を強めて行った極限状態であると見なせる。しかし、この BCS-BEC クロスオーバー問題は、従来、平均場理論や一部の対形成過程のみを取り込む理論で解析されてきた。この状況を大きく改善し、すべての対形成過程を取り込む系統的自己無撞着摂動展開法を開発した。これは、超伝導状態とボーズ-アインシュタイン凝縮相の統一的理解に向けての、重要な成果であると考えている。

(5) 弱く相互作用するボーズ粒子系におけるボーズ-アインシュタイン凝縮 (BEC) 転移を、正常相における保存近似を用いて理論的に考察した。自己無撞着二次摂動・梯子近似・FLEX 近似等の幾つかの近似を採用して、転移温度と転移点近傍の化学ポテンシャルの温度依存性を、弱結合極限で計算した。これまでは、連続転移を仮定して転移温度のみを求める研究がほとんどで、上記のような研究は初めてである。その結果、過半数の近似において、相転移が一次転移となるという結論が得られた。一般に、BEC 転移は連続転移であると考えられているが、本結果は、その通説に疑問を投げかけ、BEC 転移の解明に向けた更なる努力が必要であることを示している。

(6) ボーズ-アインシュタイン凝縮相における新たな自己無撞着摂動展開理論を用いて、弱く相互作用するボーズ粒子系における基底状態エネルギーの計算を行った。これに関しては、リー-ファン-ヤンが 1959 年に発表した表式が広く受け入れられ、標準的な教科書にも載っている [T. D. Lee, K. Huang, and C. N. Yang: *Phys. Rev.* **106** (1957) 1135]。しかし、彼らの導出はボゴリュボフ理論に基づいている。一方、我々の摂動展開では、自己エネルギーについて、従来見落とされてきた「可約」なファインマン図形が存在することが予言される。この可約な図形も考慮して、基底状態エネルギーの再計算を行った。その結果、リー-ファン-ヤンの表式に、新たな項がつけ加わるべきことを明らかにした。この

付加項が存在するかどうかは、ボゴリュボフ理論が正しいのか否かを示す重要な指標になりうる。1999年に行われた拡散モンテカルロ法による基底状態エネルギーの計算からも、そのような付加項の存在が強く示唆される。この結果は、また、ボーズ-アインシュタイン凝縮相の基礎を再構築する必要性を明瞭に示している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

① T. Kita, Ground-State Energy and Condensate Density of a Dilute Bose Gas Revisited, J. Phys. Soc. Jpn. **82** (2013) 1163001(1-4), 査読あり.

② T. Kita, Studying Superfluid Transition of a Dilute Bose Gas by Conserving Approximations, J. Phys. Soc. Jpn. **81** (2012) 114002(1-5), 査読あり.

③ T. Kita, Self-Consistent Approximations for Superconductivity beyond the Bardeen-Cooper-Schrieffer Theory, J. Phys. Soc. Jpn. **80** (2011) 124704(1-13), 査読あり.

④ T. Kita, Properties of Nambu-Goldstone Bosons in a Single-Component Bose-Einstein Condensate, J. Phys. Soc. Jpn. **80** (2011) 084606(1-8), 査読あり.

⑤ T. Kita, Exact Results on the Two-Particle Green's Function of a Bose-Einstein Condensate, Phys. Rev. B **81** (2010) 214513(1-5), 査読あり.

⑥ T. Kita, Introduction to Nonequilibrium Statistical Mechanics with Quantum Field Theory, Prog. Theor. Phys. **123** (2010) 581-658, 査読あり.

[学会発表] (計9件)

① 筒井和政、北孝文, BEC相の数値的研究、日本物理学会、2013年3月28日、広島大学

② T. Kita, Excitations in Bose-Einstein condensates revisited, Ninth International Conference on New Theories, Discoveries and Applications of Superconductors and Related Materials, 2012年9月19日、イタリア共和国フラスカ

ティ、グランドホテル・ヴィラ・トスカーナ

③ 筒井和政、北孝文, 自己無撞着摂動展開によるBEC転移の研究、日本物理学会、2012年9月18日、横浜国立大学

④ 北孝文, ボゴリュボフ・モードと ^4He のフォノン-ロトン曲線、日本物理学会、2012年3月27日、関西学院大学

⑤ 北孝文, 場の量子論によるボーズ-アインシュタイン凝縮相の非平衡統計力学、基研研究会2011、2011年8月19日、京都大学

⑥ 北孝文, FLEX近似の超伝導状態への拡張、日本物理学会、2011年9月23日、富山大学

⑦ 北孝文, ボーズ-アインシュタイン凝縮理論の基礎を再考する、日本物理学会、2011年9月22日、富山大学

⑧ T. Kita, A new self-consistent perturbation expansion for Bose-Einstein condensates satisfying conservation laws and Goldstone's theorem, APS March Meeting 2011, 2011年3月25日、アメリカ合衆国テキサス州ダラス、ダラスコンベンションセンター

⑨ 北孝文, BECにおけるGoldstoneの定理と南部-Goldstoneボゾンの性質、日本物理学会、2010年9月25日、大阪府立大学

[その他]

ホームページ等

<http://phys.sci.hokudai.ac.jp/~kita/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

北 孝文 (KITA TAKAFUMI)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号：20186224

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし