

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 6月 5日現在

機関番号：13901
 研究種目：基盤研究(C)
 研究期間：2010 ～ 2012年度
 課題番号：22540410
 研究課題名（和文）
 新しいベル型不等式と量子相関
 研究課題名（英文）
 New Type Bell Inequalities and Quantum Correlations
 研究代表者
 谷村 省吾（TANIMURA SHOGO）
 名古屋大学・情報科学研究科・教授
 研究者番号：90273482

研究成果の概要（和文）：

ベル不等式は、隠れた変数理論の枠組み内で成立し、量子論では成立しない不等式である。ベル不等式が量子論では成立しないという事実は以前から知られていたが、その物理的原因や根拠は不明であった。本研究では、ベル不等式が量子論で破れるしくみを解明した。とくに局所的な物理量が非可換であることがベル不等式の破れにつながっていることを明らかにした。この知見をもとに、ベル不等式の拡張版を系統的に作り出す方法を考案し、量子論と隠れた変数理論とを公平に比較し検証する、新しい型のベル不等式の定式化に成功した。また、従来、根拠不明で天下りの原理とされてきた超選択則を、測定理論のアプローチによって導出することに成功した。これによって測定可能な物理量の判定条件を得た。また、実験グループと協力して、らせん電子波を用いたダブルスリット実験に実施し、軌道角運動量の不確定性関係および量子消去効果の検証に成功した。

研究成果の概要（英文）：

The Bell inequality holds in the framework of the hidden variable theory and does not hold in quantum mechanics. Although failure of the Bell inequality has been known as a fact, a physical cause or a reason of the failure have not been understood clearly. In this study, I found that non-commutativity of local observables causes the violation of the Bell inequality. Taking this mechanism into account, I provided a method for systematic construction of generalized Bell-like inequalities and I formulated a new inequality that enables a fair test of the hidden variable theory and quantum theory. Moreover, via measurement theory I successfully derived superselection rules, which have not been justified nor derived from physical reasons for a long time. I found a necessary condition for a physical quantity to be measurable. Moreover, I cooperated on an experiment using spiral electron beam and successfully proved the uncertainty relation of angular momentum and the quantum eraser effect.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：数理系科学

科研費の分科・細目：物理学、原子・分子・量子エレクトロニクス

キーワード：量子情報、量子測定理論、ベルの不等式、超選択則、電子線、軌道角運動量、らせん波、量子消去

1. 研究開始当初の背景

原子や電子などのミクロの世界の物理法則である量子力学は、波動関数の確率解釈や、波動関数の重ね合わせの原理など、人間サイズのマクロな世界の常識とは相容れない性質を持っている。一方で、量子力学を常識的な古典力学の枠組みに還元させようとする試みは数多く行われている。とくに「波動関数以外の、未知の要素があるためにミクロの系の振る舞いはランダムに見えるのであり、その未知の要素さえわかれば確率解釈を排して、決定論的な予測ができるはずだ」と考える一派がある。そのような「未知の変数が隠れている」という考えに基づく、量子力学に対する代替理論は「隠れた変数の理論(hidden-variable theory)」と総称される。

隠れた変数理論と量子論のどちらが正しいかということを実験で試す方法として、ベル（後にクラウザー・ホーン・シモニー・ホルトたちが改良）は、ある不等式を証明した。その不等式は、もしも隠れた変数理論が正しいとすれば、ある物理量 S の平均値は $-2 \leq S \leq 2$ の間におさまるはずだというものであった。一方で、量子論は、 $-2\sqrt{2} \leq S \leq 2\sqrt{2}$ という範囲の値を予測する。つまり、隠れた変数理論の予測域よりも、量子論の予測域の方が広い。したがって、実験値が量子論の予測域に入ると、隠れた変数の予測域には入らない可能性があり、その場合は、隠れた変数理論は棄却される。

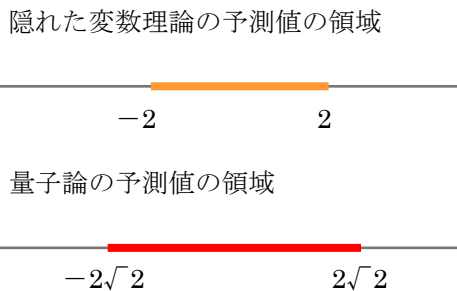


図1：ベル不等式は隠れた変数理論の予測値の上限下限を与える。量子論の予測値は、この範囲を超えることがある。

たしかにベルの不等式は量子論の正当性をチェックする方法を提供しているが、この不等式では、隠れた変数の予測域は量子論の予測域に完全に収まっており、いかなる実験

値を得ても、「隠れた変数理論の方が正しく、量子論の方が間違っている」と結論する可能性がない。その意味でベル不等式は量子論のフェアなテストとは言えなかった。

また、この種のテストをする上では、物理量の測定可能性を判別する条件が重要だが、そのような条件は何か、またその条件の根拠は何であるか、という点が不明瞭であった。つまり、相関や因果関係を試す上で、そもそも何が測定可能であるかという条件を明確にする必要があった。

また、これらの研究を行う上で、量子系に対する測定過程に関する理論（量子測定理論）が必要となるが、この理論の正当性を実験で試す機会はあまりなかった。とくに、量子測定理論は、量子系に対する測定行為が量子状態の情報の一部を消す「量子消去」と呼ばれる現象を予測する。光子に対しては量子消去の実験研究がなされているが、電子のような有質量の粒子に対しては量子消去の実験はなされていなかった。

2. 研究の目的

我々は、「隠れた変数理論の方が正しく、量子論の方が間違っている」と結論する可能性もあるような、フェアなテストを模索する。すなわち、ある物理量 T の値について、隠れた変数理論は $a \leq T \leq b$ という値域を予測し、量子論は $c \leq T \leq d$ という値域を予測し、それでいて $a < c < b < d$ という大小関係を満たすような物理量 T はあるか？という問題を立てる。そのような物理量 T を見つけて、量子論のフェアなテストを提案することが本研究の目的である。

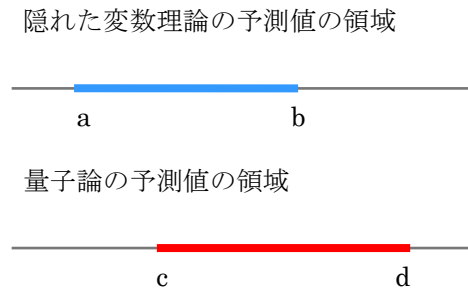


図2：新しい不等式における隠れた変数理論の予測値の範囲は、量子論の予測値範囲の部分集合ではない。

また、そのようなテストが数学的に存在するかどうか調べることによって、量子論の数学的構造を明らかにすることも本研究の主たる目的である。

また、物理量の測定可能性の条件とその根拠を量子測定理論の立場から明らかにすること、量子測定理論そのものの正当性のテストを行うことが本研究の目的である。

3. 研究の方法

ベル不等式は隠れた変数理論の下で成立し、量子論の下では成立しない不等式だが、なぜそのようなことが起こるのか明らかにすべく、ベルの不等式の数学的構造を調べる。

ベルの不等式の構造を理解した上で、ベル不等式の拡張版を系統的に構成する方法を考案し、フェアなテストを実現するベル不等式の拡張版を作り出す。

物理量の測定可能性の条件については、超選択則と呼ばれる天下りの経験則を、量子測定理論の立場から導出することを試みる。

また、量子消去については、実験物理学者と協力して、電子を用いた検証実験を試みることにした。

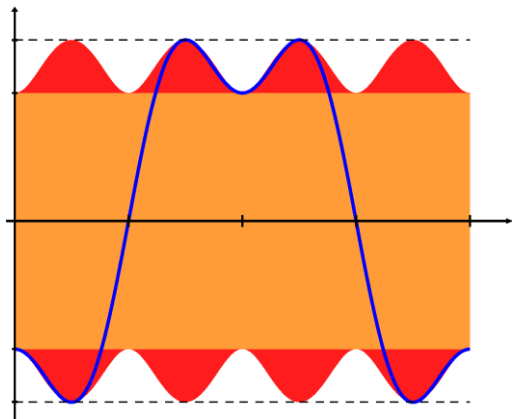


図 3：従来のベル不等式

(オレンジ色：隠れた変数理論と量子論の両方が到達可能な領域) (赤色：量子論のみが到達可能な領域) (青線：実験値)

4. 研究成果

平成 22 年度の主たる成果として、ベル不等式の破れは、物理量の非可換性の結果として、物理量の値の加法性が破れているために起こることをつきとめた。端的に言えば、物理量 X と Y があり、 X と Y が非可換であれば、「 $X+Y$ の値」は「 X の値」と「 Y の値」を足したものに等しくないことがある。このことがベル不等式の破れの原因であった。また、こ

の機構を利用して、ベルの不等式を系統的に作り出す方法を見つけた。さらに、量子論と隠れた変数理論のフェアな比較テストを可能にする、新種の物理量と不等式を発見した。この成果は論文発表し、学会でも講演発表した。

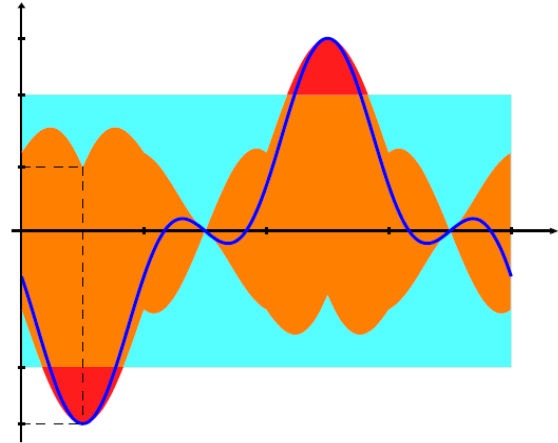


図 4：今回発見した新しい不等式

(オレンジ色：隠れた変数理論と量子論の両方が到達可能な領域) (赤色：量子論のみが到達可能な領域) (水色：隠れた変数理論のみが到達可能な領域) (青線：理論値)

平成 23 年度の主たる成果として、物理量が測定可能であるための必要条件として超選択則を定式化した。とくに、孤立保存則という物理的性質が、測定を不可能にしている原因であることを突き止めた。この成果については平成 24 年度中に論文を『素粒子論研究』に発表した。

平成 24 年度の主たる成果として、名古屋大学の実験グループと協力して、軌道角運動量を持った電子(らせん電子波)の干渉実験を行い、量子消去の実証に成功した。この実験では、まず、格子欠陥を持った回折格子を作成し、このマスクが電子に軌道角運動量を与えることを確認した。次いで、ダブルスリット状の回折格子マスクを作成し、2 通りの経路ごとに異なる軌道角運動量を与えて、電子ビームをスクリーン上で重ね合わせた。その結果、スクリーン上で干渉縞を観測することに成功した。この結果は、シミュレーションともよく合った。また、電子の位置測定が、電子の軌道角運動量の情報を消去するという、量子消去の理論の予測が正しいことが実証された。この成果は *Journal of the Physical Society of Japan* に論文発表し、新聞や日経サイエンス 2013 年 5 月号でも報道された。

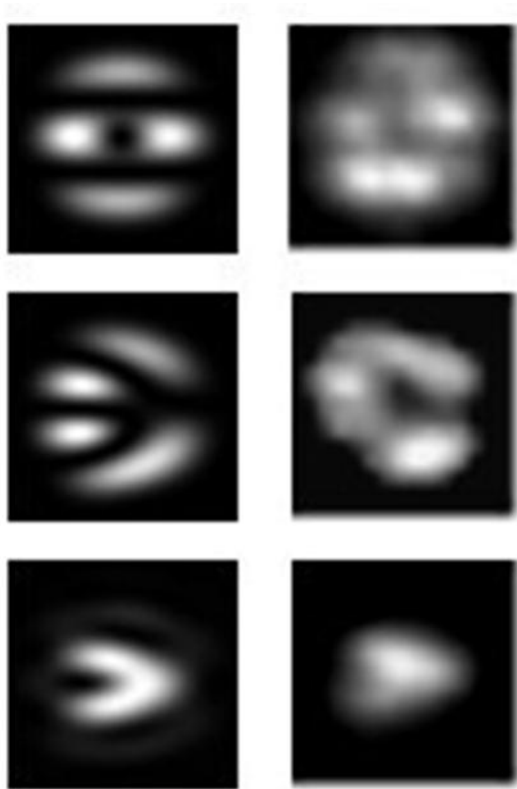


図5. らせん電子波の重ね合わせ干渉像。左はシミュレーション画像。右は実写。(上: 軌道角運動量+1同士の干渉)(中: 軌道角運動量+1と-1の干渉)(下: 軌道角運動量+1と0の干渉)

また、全期間を通して、量子論の新しい定式化を提示するために、雑誌『理系への数学』に「21世紀の量子論」と題して24回の連載記事を執筆した。これは、従来のヒルベルト空間に依存した定式化に代わって、物理量の非可換代数を根幹とする量子力学の新しい定式化を実現したものである。これにより量子力学にまるわる種々のパラドクスは解消され、量子論と古典論の相互関係も無理なく理解できるようになった。また、水素原子のスペクトル問題の新しい解法も、この記事の中で示した。

さらに、日経サイエンス2012年3月号に「光子の逆説」という記事を書き、現代の量子測定理論を一般向けに解説した。この記事の中で、現代の量子測定理論がどこまで進んでいるか紹介し、この理論によって量子力学の種々のパラドクスが解決することを解説した。この記事のイラストと表題は、その雑誌の表紙に掲げられた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計34件)

① T. Isobe and S. Tanimura: A method for systematic construction of Bell-like inequalities and a proposal of a new type of test, Progress of Theoretical Physics (査読有), 124巻, pp.191-205 (2010)

② 谷村省吾「光子の逆説」日経サイエンス2012年3月号(表紙掲載記事) pp. 32-43 (査読無)

③ Y. Hasegawa, K. Saitoh, N. Tanaka, S. Tanimura, M. Uchida: Young's interference experiment with electron beams carrying orbital angular momentum, Journal of the Physical Society of Japan (査読有) 82巻, 033002 (2013)

④ 谷村省吾「測定理論から見た超選択則」素粒子論研究 電子版 14巻, 5号, 1-16 (2013) (査読無)

⑤ 谷村省吾「21世紀の量子論入門」理系への数学2010年5月号から2012年4月号まで24回連載(査読無)

[学会発表] (計12件)

① S. Tanimura and T. Isobe: Systematic generalization of the Bell inequality and proposal of test of a new type, 10th Asian Conference on Quantum Information Science, 2010年8月27-31日, 東京大学

② S. Tanimura: Solution of the ladybug paradox proposed by Hosoya, Summer School on Precise Control of Quantum Systems: Toward Reliable Quantum Computing, 2011年9月8-10日, 近畿大学

③ 谷村省吾「測定理論から見た超選択則」、研究会「物理と情報の階層構造: 情報を接点とした諸階層の制御と創発」、2012年1月5-7日, 京都大学 基礎物理学研究所

[図書] (計1件)

① Frontiers in Quantum Information Research: Proceedings of the Summer School on Decoherence, Entanglement and Entropy, MPS and DMRG, edited by Mikio Nakahara, Shu Tanaka (World Scientific, 2012). Systematic construction of generalized Bell inequalities: contribution

by S. Tanimura, pp.192-210.

〔その他〕

ウェブ・新聞・雑誌等による報道：

(1)物理量の測定可能性の判別条件として超選択則を導出したことに関して、ウェブと雑誌記事で紹介された：

①日経サイエンス 2012 年 7 月号 pp.16-18
「測れるって何？—“存在する”と“見える”の間のギャップは意外に大きい」

②日経サイエンス web article 「測れるって何？」2012 年 5 月 25 日

<http://www.nikkei-science.com/?p=24822>

(2)らせん電子波の干渉実験について、名古屋大学からプレスリリースを発表し、新聞・科学雑誌で紹介・解説された：

①名古屋大学プレスリリース「電子の基本的な性質がまた明らかに—らせん状の波面をもつ電子の物理的性質の解明—」

2013 年 1 月 30 日

http://www.nagoya-u.ac.jp/about-nu/public-relations/researchinfo/upload_images/20130130_esi.pdf

②日刊工業新聞 web news 「公転運動量異なる 2 電子、重ね合わせで干渉—名大など発見」2013 年 2 月 1 日

<http://www.nikkan.co.jp/news/nkx0720130201eaab.html>

③日刊工業新聞 (2013 年 2 月 1 日, 朝刊 18 面) 「公転運動量異なる 2 電子、重ね合わせで干渉—名大など発見」

④中日新聞 (2013 年 2 月 8 日, 朝刊 31 面) 「電子の性質、新発見—「波」重なると影響し合う—名大グループ」

⑤日経サイエンス 2013 年 5 月号 pp.16-17
「不確定性原理で電子の記憶を消す」

⑥日経サイエンス web article 「不確定性原理で電子の記憶を消す」2013 年 3 月 25 日

<http://www.nikkei-science.com/?p=34728>

6. 研究組織

(1)研究代表者

谷村省吾 (TANIMURA SHOGO)

名古屋大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号：90273482

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

① 筒井 泉 (TSUTSUI IZUMI)

高エネルギー加速器研究機構・

素粒子原子核研究所・准教授

研究者番号：10262106

② 杉田 歩 (SUGITA AYUMU)

大阪市立大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号：90398412

以上