

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月31日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22560065

研究課題名（和文）

乱流に置ける「厳密」コヒーレント構造の研究

研究課題名（英文）

Study on 'exact' coherent structures in turbulent flows

研究代表者

永田 雅人（NAGATA MASATO）

京都大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：80303858

研究成果の概要（和文）：

平面クエット流における「厳密」コヒーレント解をホモトピー手法により2重円管引き抜き流、円管ポアズイユ流、平面ポアズイユ流に接続した。これらの系における「厳密」コヒーレント解には鏡面对称を有する空間構造が共通に存在し、層流から乱流への遷移過程に重要な役割を果たしていることが判明した。

研究成果の概要（英文）：

Exact coherent solutions in sliding Couette flow, pipe flow and plane Poiseuille flow are obtained by a method of homotopy continuation from the exact coherent solution in plane Couette flow. It is found that a mirror-symmetric spatial structure is commonly observed in these flows and plays an important role in transition from laminar flow to turbulence.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2012年度	900,000	270,000	1,170,000
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎 工学基礎

キーワード：ナビエ・ストークスの方程式、乱流遷移、流れの安定性、厳密秩序構造、平面クエット流、平面ポアズイユ流、分岐理論、対称性の破れ、流れの動力学、ホモトピー法

1. 研究開始当初の背景

本研究の課題名にある「厳密」コヒーレント構造は、英語で「exact」coherent structure と書かれる。「厳密(exact)」という単語に引用符か付けられている訳は、流れか解析的に解かれたナビエ・ストークス方程式の厳密解ではなく、ニュートン法を用いて収束か検証された数値解であることを示している。シミュレーションによる直接数値計算解ではないことに留意する。

臨界レイノルス・数か無限の場合は、臨界レイノルス・数か有限の場合と異なり、「厳密」解を求めることは非常に困難である。そもそも臨界レイノルス・数か無限の場合において最初に求められた「厳密」解は、約20年前の1990年に当報告者によって発表された平面クエット流（2枚の異なる方向に進行する平行平面内の流れ）の3次元定常解である(Nagata, J. Fluid Mech.,

vol. 217, p. 519, 1990)。その後、約 15 年間、この分野では、報告者による若干の貢献(Nagata, M., J. Fluid Mech., vol. 307, p. 231, 1996; Nagata, phys. Rev. E., vol. 55, No. 2, p. 2023, 1997)以外に目を見張る進展はなかったか、2003年と2004年に円管ポアズイユ流(軸方向の圧力勾配による流れ)における進行波解かトイツ・マーフ・ルク・大学の Eckhardt 教授や英国・フリストル大学の Kerswell 教授らのグループによって独立に見出された(Faisst & Eckhardt, Phys. Rev. Lett., vol. 91, p. 224502, 2003; Wedin & Kerswell, J. Fluid Mech. vol. 508, p. 333, 2004) ことかきっかけとなり、一気に平面クエット流と円管ポアズイユ流の「厳密」解の数か増し(Hof, et al., Science, vol. 305, p. 1594, 2004; Viswanath, J. Fluid Mech. vol. 580, p. 339, 2007; Gibson, J. Fluid Mech., vol. 611, p. 107, 2008)、乱流の捉え方に大きな影響を与えている。「厳密」解に関連する論文は必ずと言って良いほど、前述した報告者による1990年の論文を引用していることから、その論文の被引用数は流体力学関係の学術論文としては珍しく200頻度を超え、今なお増え続けている(ISI Web of Knowledge: <http://apps.isiknowledge.com>)。

2. 研究の目的

流体力学上、層流から乱流への遷移過程における流れの構造の解明は重要な課題であり、工学とくに航空宇宙産業、気象海洋学とも大きく関連している。流体力学上、最も基本的な剪断流である平面クエット流は線形安定性解析による臨界レイノルス数か無限大であるため、また、平面ポアズイユ流は臨界レイノルス数か実験観測値に比べ格段に高いため、両流れとも亜臨界領域において層流から乱流に突如変化する。そのため、解析は非常に難解である。しかしながら、当報告者が考案したホモトピー接続法により、複数の数値的「厳密」解か知られており、これらの「厳密」解は、流れを表す位相空間での軌跡かその周りを徘徊する乱流のスケルトン(骨格)としての役割を果たしていると考えられている。本研究の目的は乱流遷移の普遍的な構造を解明することであり、そのために、より多くの「厳密」解を基本的な流れ場で求積することにある。

3. 研究の方法

ある系で「厳密」コヒーレント解が既に求まっている場合、この解を別の系にホモトピー手法を用いて接続する。例えば、平面クエット流と平面ポアズイユ流との間でのホモトピー接続では基本流を、パラメータ ε を導入して、

$$U(z) = (1 - \varepsilon) R_1(-z) + \varepsilon R_2(1-z^2)$$

とおき、 ε を 0 から 1 に徐々に変化させる。ここで、 R_1 と R_2 はそれぞれ平面クエット流と平面ポアズイユ流のレイノルズ数である。

また、ある系で「厳密」コヒーレント解が知られていない場合は、まず線形安定性解析を行い、中立安定曲線を構成するレイノルズ数の臨界値で分岐する非線形解を、流れ方向とスパン方向にはフーリエ級数展開を、また壁面に垂直方向には直交関数展開を施すことで求積する。ただし、この方法が有効なのは流れが不安定になる場合であり(例えば、テラー・クエット流など)、流れが不安定にならない場合は前述のホモトピー手法を用いて他の系の「厳密」解から接続する以外方法はない。

4. 研究成果

(1) 1990年に当報告者か歴史的にはじめて求めた平面クエット流における「厳密」コヒーレント解(永田の解)を2重円筒の引き抜き流にホモトピー手法を用いて接続した。また、この「厳密」解を円管ポアズイユ流に接続した。その結果、これらの流れに空間的対称性(鏡面对称性)を有する構造が共通して存在することを突き止めた。

(2) 内部加熱を伴う正方形ダクト流の「厳密」解にホモトピー手法を用いて等温の正方形ダクト流に接続した。さらに、新たな種々の「厳密」解を SSP (Self-sustaining Process, 自己維持機構)法を応用して見つけ出した。とくに、片方の壁面に渦が偏在する解は、平面ポアズイユ流における上下非対称解に対応付けができることを示した。

(3) (2)の正方形ダクト流に用いた手法を円管ポアズイユ流に応用し、円管内に熱源を一樣に分布させることによって内部加熱された円管ポアズイユ流の線形・非線形安定性解析を行い、得られた非線形解にホモトピー手法を用いて等温の円管ポアズイユ流に接続した。

(4) 熱対流を伴うテラー・クエット流の内側円管のみが回転する場合の分岐解析により非線形解を求め、仏・ルーヴル大学での実験観測と一致することを確かめた。

(5) 平面クエット流における2種類の「厳密」解(Nagata, 1990 と Itano & Generalis, 2009)を平面ポアズイユ流にホモトピー接続した。接続できた平面ポアズイユ流の「厳密」解のうち、一つは鏡面对称性を有する流れで

あり、もう一方は鏡面对称解から対称性の破れによって分岐する非対称解であった。さらに、非対称解のサドル・ノード分岐は、今まで報告されているサドル・ノード分岐点よりもよりも低いレイノルズ数で起こることが示された。

(6) スハ・ン方向に回転軸を伴う平面クエット流の「厳密」コヒーレント解について、回転平面クエット流で α の存在か α 知られていたりホ・ン解か α 、第2の線形不安定モード α に起因する流れ方向に依存しない2次元流から分岐することをつきとめた。さらに回転を減少させることにより、永田の解と同様に、回転のない平面クエット流で α の鏡像対称解に繋がっていることか α 判明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- (1) S. Okino and M. Nagata, ‘Asymmetric travelling waves in a square duct’, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 693, 2012, pp.57-68. (査読有)
- (2) K. Deguchi, and M. Nagata, ‘Bifurcations and instabilities in sliding Couette flow’, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 678, 2011, pp.156-178. (査読有)
- (3) K. Deguchi and M. Nagata, ‘Traveling hairpin-shaped fluid vortices in plane Couette flow’, *Physical Review E*, vol. 82, 2010, pp.056325-1-5. (査読有)
- (4) S. Okino, M. Nagata, H. Wedin and A. Bottaro, ‘A new nonlinear vortex state in square-duct flow’, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 657, 2010, pp.413-429. (査読有)
- (5) M. Nagata, ‘Transition to turbulence for flows without linear criticality’, *Physica Scripta* vol. T142, 2010, pp.014002-1-8. (査読有)

[学会発表] (計19件)

- (1) M. Nagata and K. Deguchi, ‘New exact coherent states in plane Poiseuille flow’, *American Physical Society 65th Annual Division of Fluid Dynamics Meeting*, 18-20 November 2012, San Diego, California (USA).

- (2) T. Senoo, K. Deguchi and M. Nagata, ‘Bifurcation of flows of a fluid with internal heat sources in a vertical pipe’, *7th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 24-27 September 2012, Palermo (Italy)
- (3) M. Nagata, and K. Deguchi, ‘New exact coherent states in plane Poiseuille flow’, *Global Flow Instability and Control V*, 19-22 September 2012, Hersonissos, Crete (Greece).
- (4) D. Matsukawa and M. Nagata, ‘Ribbons in rotating plane Couette flow’, *9th European Fluid Mechanics Conference*, 9-13 September 2012, Rome (Italy).
- (5) M. Nagata and K. Deguchi, ‘New exact coherent states in plane Poiseuille flow’, *23rd International Congress on Theoretical and Applied Mechanics*, 19-24 August 2012, Beijing (China).
- (6) Senoo, T. and M. Nagata, ‘Bifurcation of flows of a fluid with internal heat sources in a vertical pipe’, *9th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, 16-18 July 2012, Paceville (Malta).
- (7) T. Senoo and M. Nagata, ‘Bifurcation of flows of a fluid with internal heat sources in a vertical pipe’, *57th British Applied Mathematics Colloquium*, 27-29 March 2012, London (U.K.).
- (8) M. Nagata and K. Deguchi, ‘Mirror symmetric travelling wave solution in plane Poiseuille flow’, *17th International Couette-Taylor Workshop*, 25-27 July 2011, Leeds (U.K.).
- (9) M. Nagata and K. Deguchi, ‘Travelling Wave solution with a Λ -vortex pattern in plane Poiseuille flow’, *4th International Symposium on Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics*, 18-21 July 2011, Barcelona (Spain).
- (10) K. Deguchi and M. Nagata, ‘Mirror symmetric travelling wave solutions in a sliding Couette flow and plane

Couette flow', 4th International Symposium on Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics, 18-21 July 2011, Barcelona (Spain).

- (11) M. Nagata and K. Deguchi, 'Exact coherent state with travelling hairpin vortex in plane Couette flow', Interdisciplinary Turbulence Initiative 2010 Conference on Turbulence, 19-22 September 2010, Bertinoro (Italy).
- (12) S. Okino and M. Nagata, 'Travelling wave solutions in square duct flow', Interdisciplinary Turbulence Initiative 2010 Conference on Turbulence, 19-22 September 2010, Bertinoro (Italy).
- (13) M. Nagata, 'Transition to turbulence for flows without linear criticality', Dynamics Days in Europe 2010 6-10 September 2010, Bristol (U.K.).
- (14) S. Okino, and M. Nagata, 'Travelling wave solutions in square duct flow', European Fluid Mechanics Conference 8, 13-16 September 2010, Bad Reichenhall (Germany).
- (15) M. Nagata and K. Deguchi, 'Travelling hairpin vortex in pane Couette flow', European Fluid Mechanics Conference 8, 13-16 September 2010, Bad Reichenhall (Germany).
- (16) K. Deguchi and M. Nagata, 'Travelling wave solutions in sliding Couette flow', European Fluid Mechanics Conference 8, 13-16 September 2010, Bad Reichenhall (Germany).
- (17) 沖野真也, 永田雅人, '正方形ダクト内流れにおける定常進行波解', 第 59 回理論応用力学講演会 NCTAM 2010 8-10 June 2010, 日本学術会議, 東京.
- (18) 出口健悟, 永田雅人, 'スライディング・クエット流における非線形解', 第 59 回理論応用力学講演会 NCTAM 2010 8-10 June 2010, 日本学術会議, 東京.
- (19) M. Nagata, 'Transition to turbulence for flows without linear criticality', International

Conference on Applied Mathematics, 7-10 June 2010, Hong Kong (China).

〔図書〕(計 1 件)

- (1) 永田雅人, '高速流体力学' 森北出版株式会社, 2010, 総ページ数: 215

6. 研究組織

(1) 研究代表者

永田 雅人 (NAGATA MASATO)
京都大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号: 80303858

(2) 研究分担者

野口 尚史 (NOGUCHI TAKASHI)
京都大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号: 10447906

(3) 連携研究者

なし