

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月31日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22560363

研究課題名（和文） 高性能 Multi-Edge 型 LDPC 符号の解析と構成に関する研究

研究課題名（英文） Analysis and Construction of High Performance Multi-Edge type LDPC Codes

研究代表者

坂庭 好一（SAKANIWA KOHICHI）

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：30114870

研究成果の概要（和文）：

非常に一般的な LDPC (Low-Density Parity-Check) 符号のクラスである Multi-Edge 型非正則 LDPC 符号について以下の結果を得ている。符号の性能評価において重要な符号語重み分布に関して、『対称性』と呼ばれる基本構造がタナーグラフの接続に対して保存されることを明らかにし、その結果広範な Multi-Edge 型 LDPC 符号アンサンブルの符号語重み分布の導出を可能として、高性能な符号アンサンブルを構成することに成功している。

研究成果の概要（英文）：

We considered in this research the multi-edge type irregular LDPC (Low-Density Parity-Check) codes, a very general class of LDPC codes, and obtained the following results. We first clarified a fundamental property that codeword weight distribution has so-called symmetry property which is preserved for the concatenation of base Tanner graphs. Using this fundamental property, we could systematically derive codeword weight distributions for multi-edge type LDPC code ensembles. We could then find several useful and high performance multi-edge type LDPC code ensembles.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2011年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2012年度	600,000	180,000	780,000
年度			0
年度			0
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・通信・ネットワーク工学

キーワード：符号化、LDPC 符号、マルチエッジ型、重み分布の対称性

1. 研究開始当初の背景

疎なパリティ検査行列で定義される LDPC

(Low-Density Parity-Check)符号は、低計算量で実現される BP (Belief Propagation)復

号法を用いることにより優れた復号特性を与えることが知られ、Shannon 限界に迫る性能を実現可能な誤り訂正符号として注目されている。特に、Multi-Edg 型と呼ばれる非正則 LDPC 符号は、広いクラスの LDPC 符号アンサンブルを一定の規則性を保ちながら記述することが可能であり、高性能な LDPC 符号を探求する際、最も有効な LDPC 符号のクラスとして注目されていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、高性能な LDPC 符号を求めることにある。そのために Multi-Edge 型 LDPC 符号アンサンブルの性能評価を組織的に行なう方法を導き、高性能な符号アンサンブルの構成法を得ることが本研究の目的である。

3. 研究の方法

本研究では、まず、符号アンサンブルの性能評価に必要な「平均符号語重み分布」の導出を行なう。その方法は、以下のように纏められる：

- (1) Multi-Edge 型非正則 LDPC 符号は、基本のタナーグラフを多重に接続することによって得られる。そのとき、符号アンサンブルの「平均符号語重み分布」に対して、『対称性』と呼ぶ性質が成り立ち、その性質はグラフの接続に対して保存することが導かれる。
- (2) この平均重み分布に関する「対称性」がタナーグラフの接続に関して保存されることを用いると、Multi-Edge 型非正則 LDPC 符号の符号アンサンブルの平均符号語重み分布を組織的に求めることが可能となる。

この結果、Multi-Edge 型非正則 LDPC 符号のアンサンブルを、平均重み分布によって比較することが可能となり、高性能アンサンブルを得ることが可能となる。本研究の端緒は、重み分布に関する「対称性」とそれが保存されることの発見にあると言える。

4. 研究成果

研究の方法に述べた符号語重み分布に関する『対称性』は、最初下記の参考文献[*]の定義 1 において、符号アンサンブルのコセット重み分布の対称性として定義された。これにより、Multi-Edge 型非正則 LDPC 符号アンサンブルの符号語重み分布に関する対称性の保存定理が

「対称条件を満たす 2 つのアンサンブルがあったとすると、それらを接続して得られるアンサンブルもやはり対称条件を満たす」

の形で成立し、これを基に以下の一連の結果が得られる。

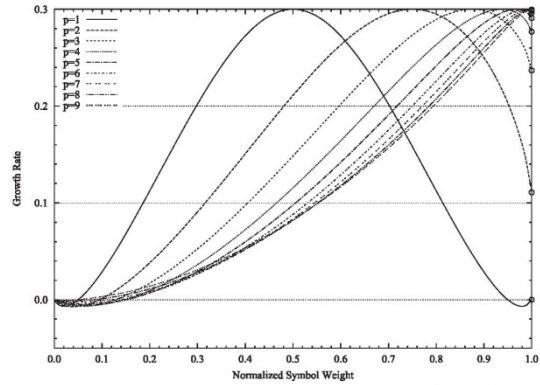


Fig. 1 The growth rate of the average symbol-weight distributions of a $(A(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2, P(x) = x^2)$ -irregular LDPC code ensemble defined over $GF(q)$. The rate is $r = 0.3$. The endpoints at $\omega = 1$ are plotted with circles.

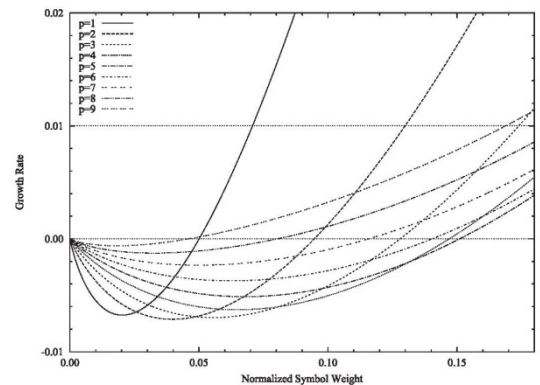


Fig. 2 The growth rate of the average symbol-weight distributions of a $(A(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2, P(x) = x^2)$ -irregular LDPC code ensemble defined over $GF(q)$. The rate is $r = 0.3$.

- (1) Multi-Edge 型非正則 LDPC 符号アンサンブルの平均符号語重み分布を陽に与える公式を導いた。ただし、結果については、記述がやや複雑になるので、発表雑誌論文[9]の「定理 1」を参照頂きたい。
- (2) 符号長 n に対して重みが ωn である符号語の数を $A(\omega n)$ で表し、

$$\gamma(\omega) = \lim (1/n) \log A(\omega n)$$

を「グロースレイト」と呼ぶ。発表雑誌論文[8], [9]には、「グロースレイト」が負になる符号アンサンブルが示されている。これは重みの小さな符号語の数が、符号長 n に対して指数関数的に小さくなることを表しており、誤り訂正符号として好ましい性質を具備した符号ということができる。上の図に「グロースレイト」が負になる例を示している (Fig. 2 は Fig. 1 の拡大図である)。

- (3) 以上をさらに発展させ、非 2 元 LDPC 符号ならびに各種の通信路モデルに関して検討を行ない、発表雑誌論文[1]~[7]に示すような結果を得ている。特に[1]では、最終的な総合特性として、ウォーターフォール領域ならびにエラーフロア領域両

方の誤り率特性を考慮した性能評価を行ない、従来に比べて優れた符号アンサンブルを得ている。詳細についてはこれらの論文を参照頂きたい。

参考文献：

[*] K. Kasai, Y. Shimoyama, T. Shibuya and K. Sakaniwa, "Average Coset Weight Distributions of Multi-Edge Type LDPC Code Ensembles," IEICE Trans. on Fundamentals, vol. E89-A, no. 10, pp. 2519-2525, Oct. 2006

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

[1] T. Nozaki, K. Kasai and K. Sakaniwa, "Analysis of Error Floors for Non-binary LDPC Codes over General Linear Group through q-ary Memoryless Symmetric Channels," IEICE Trans. on Fundamentals, vol. E95-A, no. 12, pp. 2113-2121, Dec. 2012, 査読有

[2] K. Kasai, D. Declercq and K. Sakaniwa, "Fountain Coding via Multiplicatively Repeated Non-Binary LDPC Codes," IEEE Trans. on Communications, vol. 60, no. 8, pp. 2077-2083, Aug. 2012, 査読有

[3] T. Nozaki, K. Kasai and K. Sakaniwa, "Analytical Solution of Covariance Evolution for Irregular LDPC Codes," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 58, no. 7, pp. 4770-4780, Jul. 2012, 査読有

[4] T. Nozaki, K. Kasai and K. Sakaniwa, "Analysis of Error Floors of Non-Binary LDPC Codes over BEC," IEICE Trans. on Fundamentals, vol. E95-A, no. 1, pp. 381-390, Jan. 2012, 査読有

[5] T. Nozaki, K. Kasai and K. Sakaniwa, "Analysis of Stopping Constellation Distribution for Irregular Non-binary LDPC Code Ensemble," IEICE Trans. on Fundamentals, vol. E94-A no. 11, pp. 2153-2160, Nov. 2011, 査読有

[6] T. Nozaki, K. Kasai and K. Sakaniwa, "Analysis of Error Floors of Non-Binary LDPC Codes over MBIOS Channel," IEICE Trans. on Fundamentals, vol. E94-A no. 11, pp. 2144-2152, Nov. 2011, 査読有

[7] K. Kasai, D. Declercq, C. Poulliat and K. Sakaniwa, "Multiplicatively Repeated Non-Binary LDPC Codes," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 57, no. 10, pp. 6788-6795, Oct. 2011, 査読有

[8] K. Kasai, C. Poulliat, D. Declercq, and K. Sakaniwa, "Weight Distribution of

Non-binary LDPC Codes," IEICE Trans. on Fundamentals, vol. E94-A, no. 4, pp. 1106-1115, Apr. 2011, 査読有

[9] K. Kasai, T. Awano, D. Declercq, C. Poulliat and K. Sakaniwa, "Weight Distributions of Multi-Edge type LDPC Codes," IEICE Trans. on Fundamentals, vol. E93-A, no. 11, pp. 1942-1948, Nov. 2010, 査読有

[学会発表] (計 11 件)

[1] T. Nozaki, K. Kasai, and K. Sakaniwa, "Analysis of error floors of generalized non-binary LDPC codes over q-ary memoryless symmetric channels," Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT 2012), pp. 2341-2345, MIT, Boston(USA), Jul. 1-6 2012

[2] H. Uchikawa, B.M. Kurkoski, K. Kasai, and K. Sakaniwa, "Iterative encoding with Gauss-Seidel method for spatially-coupled low-density lattice codes," Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT 2012), pp. 1737-1741, MIT, Boston(USA), Jul. 1-6 2012

[3] K. Kasai, T. Nozaki, and K. Sakaniwa, "Spatially-coupled binary MacKay-Neal codes for channels with non-binary inputs and affine subspace outputs," Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT 2012), pp. 463-467, MIT, Boston(USA), Jul. 1-6 2012.

[4] 小幡成臣, 笠井 健太, 坂庭 好一, "空間結合MacKay-Neal符号の閾値飽和現象の解析," 信学技報, vol. 112, no. 215, IT2012-24, pp. 19-24, 2012年9月28日, 草津(群馬県)

[5] 田添宏治, 笠井 健太, 坂庭 好一, "空間結合符号に対する効率の良い終端法," 信学技報, vol. 112, no. 215, IT2012-24, pp. 7-12, 2012年9月28日, 草津(群馬県)

[6] 坂田幸佑, 笠井 健太, 坂庭 好一, "空間結合Hsu-Anastasopoulos符号による噴水符号," 信学技報, vol. 112, no. 215, IT2012-24, pp. 13-18, 2012年9月28日, 草津(群馬県)

[7] T. Nozaki, K. Kasai, and K. Sakaniwa, "Analysis of Stopping Constellation Distribution for Irregular Non-binary LDPC Code Ensemble," Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT 2011), pp. 1106-1110, Saint-Petersburg, Russia, Jul. 31-Aug. 5, 2011

[8] T. Nozaki, K. Kasai, and K. Sakaniwa, "Analysis of Error Floors of Non-Binary LDPC Codes over MBIOS Channel," Proc. of Int. Conf. on Comm. (ICCC 2011), Kyoto,

Japan, Jun. 5-9, 2011

[9] K. Kasai and K. Sakaniwa, ``Fourier Domain Decoding Algorithm of Non-Binary LDPC codes for Parallel Implementation,’’ Proc. of Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2011), pp.3128-3131, Prague, Czech Republic, May 22-27, 2011

[10] 野崎 隆之, 笠井 健太, 坂庭 好一, ``多元入力無記憶対称通信路における一般化された多元LDPC 符号のエラーフロアの改善法,’’ 電子情報通信学会 2011 年総合大会予稿集, p.156, 岡山大学, 2011 年 3 月 20-23 日.

[11] T. Nozaki, K. Kasai and K. Sakaniwa, ``Error Floors of Non-Binary LDPC Codes,’’ Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT 2010), pp.729-733, Austin, Texas USA, Jun. 13-18, 2010.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

坂庭 好一 (SAKANIWA KOHICHI)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：30114870

(2) 研究分担者

笠井 健太 (KASAI KENTA)

東京工業大学・理工学研究科・准教授
研究者番号：70431997