

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 3 日現在

機関番号：12608

研究種目：若手研究(A)

研究期間：2010～2013

課題番号：22684020

研究課題名(和文) 共通揺らぎによる非線形系のコヒーレンス生成機構の解明

研究課題名(英文) Coherence in nonlinear dynamical systems subjected to common fluctuating forcing

研究代表者

中尾 裕也 (NAKAO, HIROYA)

東京工業大学・情報理工学(系)研究科・准教授

研究者番号：40344048

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 10,600,000円、(間接経費) 3,180,000円

研究成果の概要(和文)：実世界には自律的なダイナミクスを示す様々な要素が存在する。特に、自律的なリズムを生成する非線形振動子は、物理、化学、生物、および各種の工学系に多くの例がある。周期外力を受けた振動子が外力に同期することや、相互作用する振動子間に相互同期が生じることはよく知られているが、近年、振動子に共通の確率的に揺らぐ外力を与えた場合にも、振動子間に同期やコヒーレンスが生じることが分かりつつある。本研究ではその生成メカニズムを数理的に解析した。特に、非線形振動子に対する位相縮約理論と呼ばれる手法を用いて、この現象が弱いノイズを受ける振動子において一般的に生じることや、そのための条件等について明らかにした。

研究成果の概要(英文)：There are various examples of elements that exhibit self-sustained dynamics in the real world. In particular, nonlinear oscillators that generate self-sustained rhythms are ubiquitous in various fields including physics, chemistry, biology, and engineering. It is well known that periodic external forcing can entrain the driven oscillators and interacting coupled oscillators can exhibit mutual synchronization. Recent studies have also revealed that the oscillators exhibit synchronization, or more generally coherence, when driven by common or correlated stochastic forcing. In this research project, we theoretically analyzed the mechanism leading to such nontrivial phenomena. Specifically, on the basis of the phase-reduction theory for nonlinear oscillators, we showed that such noise-induced synchronization phenomenon generally occurs in weakly driven oscillators and clarified its conditions.

研究分野：物理学

科研費の分科・細目：数理物理・物性基礎

キーワード：非線形ダイナミクス 確率過程 リズム現象 同期現象 揺らぎ 縮約理論

1. 研究開始当初の背景

自律ダイナミクスを持つ非線形要素に同一のランダム信号の時系列を繰り返し入力すると、初期条件の違いや各種の実験ノイズに関わらず、出力の再現性が向上することが知られていた。また、等価な状況として、複数の同等な非線形要素群に共通のランダム外力を与えると、要素間に相互作用がなくても、それらが同期することも知られていた。例えばラットの神経細胞を用いた通電実験やレーザー発振実験において、一定の入力ではなくランダムに変動する入力を繰り返し与えると、異なる実験の試行間の出力がよく一致することや、電気回路の自励振動に対しても、同一のランダムインパルス列を繰り返し与えると出力が同期すること、さらに生態学においては、共通の気象変動により地理的に隔てられた生物群の個体数変動に強い相関が生じるなど、類似した現象が古くから知られていた。この種の共通ノイズによる再現性の向上・同期現象は広範な対象で共通に観察され、背後の普遍的なメカニズムの存在が予想されていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、上記の諸現象を、非線形系における共通ノイズ(より一般に相関のある揺らぎ)によるコヒーレンス生成という枠組みで一般的に捉え、広範な系に適用可能な基礎理論を構築することにより、これを非線形系における秩序生成のひとつの普遍メカニズムとして確立すること、また、そのような観点から、多様な系における同種の現象を解析することにより、その機能的意義や制御手法等を考察することであった。

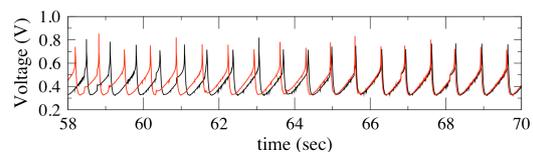
3. 研究の方法

この種の現象を示す代表的な系として、主として自律要素の典型であるリミットサイクル振動子が相関のあるノイズを受けた状況を詳しく解析した。ノイズを受けた力学系を記述する確率微分方程式の手法と、非線形振動子のダイナミクスを位相のみを用いて定量的に記述する位相縮約理

論を併用して、数理的な解析を行った。同時に、非従来のな非線形振動系に対する位相縮約理論そのものの拡張を行った。さらに、深く関連するテーマとして、非線形要素集団からなるネットワーク結合力学系の示すダイナミクスに関する様々な数理解析を行った。

4. 研究成果

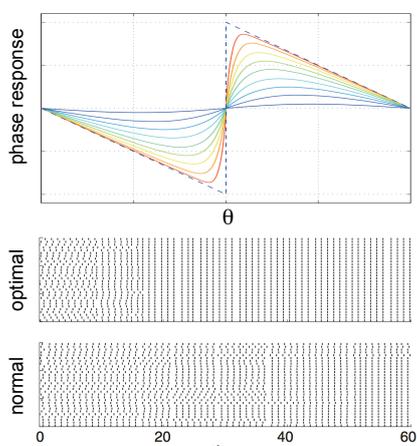
平成 22 年度: 一般の非ガウス有色ノイズを実効的な白色ガウスノイズに繰り込む確率過程論の手法を拡張してリミットサイクル振動子に適用した。これを用いて、リミットサイクル振動子間に生じる共通ノイズ同期現象における非ガウスノイズの効果を調べた。また、従来のリミットサイクルに対する位相縮約法を、カオス性による系の内在的な揺らぎの効果を取り入れられるように拡張を試みた。また、集団リズム間の同期現象を記述するために、集団レベルのマクロな位相応答特性を記述する関数を、系のミクロな性質に関連づけるための理論を構築した。これを用いて、相互作用する複数の振動子ネットワーク間に生じるマクロな位相同期現象を解析した。さらに、複雑ネットワーク上の活性-抑制因子系において拡散誘起不安定性によって生じる非自明な Turing パターンを解析した。



共通ランダムインパルスによる電気回路の同期

平成 23 年度: 共通のポアソンランダムインパルスによるリミットサイクル振動子の同期現象について、同期を最適化するような振動子の位相応答を考察した。同期状態の安定性を定量化するリアプノフ指数を最小化する位相応答関数の形状を、適当な拘束条件の元で Euler-Lagrange 方程式を数値的に解いて求め、その形状の意義について議論し、直接数値計算により実際に同期が促進されることを確認した。また、多数の動的素子が集団的に生じるリズム

現象に対する位相記述法を発展させた。前年度の研究で行っていた多数の位相振動子の大域結合系についての解析を興奮性素子の大域結合系に拡張した。これにより、構成要素が振動的ではない場合における集団リズムを位相記述できることを示し、その位相応答特性を議論した。さらに、時間遅れを含む力学系の自励振動の縮約記述法についても解析した。その例として、マクロな脳波の波形を定性的に再現する数理モデルを複素 Ginzburg-Landau 方程式に中心多様体縮約することにより、そのような振動子間に生じる同期特性について議論した。



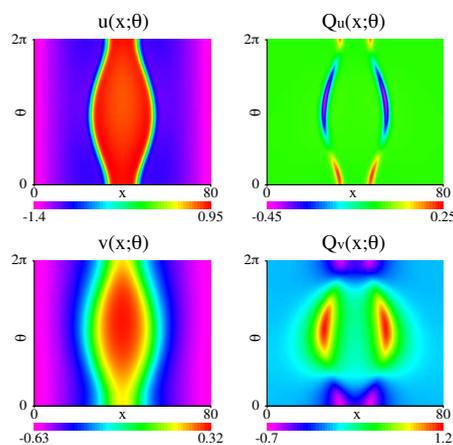
共通ノイズ同期を最適化する位相応答

平成 24 年度: 周期外力を受ける多数の非線形振動子結合系における同期率の揺らぎに関する理論解析を行った。考察した系に対して Watanabe-Strogatz 仮説を適用することにより、同期率の揺らぎは低次元の決定論的カオスに帰着できることを明らかにした。また、ネットワーク結合活性・抑制系における Turing パターン形成ダイナミクスに関する解析を行い、系にフィードバックを与えることによって不安定化が生じる際の分岐のタイプを亜臨界から超臨界に変えることができ、臨界固有モードを実現できることを示した。さらに、時間遅れ系の示す非線形リズム現象を理論的に取り扱うための位相縮約理論の拡張を行った。無限次元の相空間を持つ時間遅れ力学系に対する適切な内積を導入することにより、振動子の応答を特徴付ける位相感受関数を導出した。光強度や加速度等のランダムな

環境データを用いた非線形振動子の同期に関する実験的な研究も実施した。

平成 25 年度: 強く摂動を受ける非線形振動子に対する新しい位相縮約法を提案した。その応用として、強い周期外力に駆動される非線形振動子の同期現象を解析した。また、複雑ネットワーク上のノイズを受けた双安定素子系におけるマクロな転移現象に関して平均場近似と非線形 Fokker-Planck 方程式を用いた解析を行った。さらに、熱対流系の示す非線形振動に対する位相縮約法を提案した。その結果を利用して、振動的熱対流の共通ノイズによる同期現象と、そのために最適な刺激パターンに関する解析を行った。その他にも、環境信号のフィルタリングによる共通ノイズ同期現象の改善や、望ましい状況を実現するようなフィルタの最適化に関する研究を行った。さらに、無限次元の相空間を持つ反応拡散系におけるリズム的な時空間パターンの共通ノイズ同期現象を解析するための位相縮約理論を構築し、その同期現象を解析した。

以上 4 年間の研究により、相関のある揺らぎに駆動される非線形力学系に生じるコヒーレンス現象に関する理解を深め、関連する基礎理論を発展させ、また最適化や制御等の応用に向けた解析を行った。研究期間に研究代表者および共同研究者の発表した学術論文は 25 件(うち投稿中 2 件)、国際会議抄録は 4 件、関連学会・研究会における発表は国際 37 件、国内 47 件であった。その一部を以下に記す。



反応拡散系の局在振動解と位相応答

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 21 件, 全て査読あり)

- ① Hiroya Nakao, Tatsuo Yanagita, and Yoji Kawamura, "Phase reduction approach to synchronization of spatiotemporal rhythms in reaction-diffusion systems", *Physical Review X* (2014) **4**, 021032 (2014) [23 pages].
doi:10.1103/PhysRevX.4.021032
- ② Masahiro Kazama, Wataru Kurebayashi, Takahiro Tsuchida, Yuta Minoshima, Mikio Hasegawa, Koji Kimura, and Hiroya Nakao, "Enhancement of noise correlation for noise-induced synchronization of limit-cycle oscillators by threshold filtering", *Nonlinear Theory and Its Applications* **5**, 157-171 (2014).
doi:10.1587/nolta.5.157
- ③ Shigefumi Hata, Hiroya Nakao, and Alexander S. Mikhailov, "Advection of passive particles over flow networks", *Physical Review E* **89**, 020801(R) (2014) [4 pages].
doi:10.1103/PhysRevE.89.020801
- ④ Yoji Kawamura and Hiroya Nakao, "Noise-induced synchronization of oscillatory convection and its optimization", *Physical Review E* **89**, 012912 (2014) [13 pages].
doi:10.1103/PhysRevE.89.012912
- ⑤ Shigefumi Hata, Hiroya Nakao, and Alexander S. Mikhailov, "Dispersal-induced destabilization of metapopulations and oscillatory Turing patterns in ecological networks", *Scientific Reports* **4**, 3585 [9 pages], (2014). doi:10.1038/srep03585
- ⑥ Shigefumi Hata, Hiroya Nakao, and Alexander S. Mikhailov, "Sufficient conditions for wave instability in three-component reaction-diffusion systems", *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 013A01 (2014) [17 pages].
doi:10.1093/ptep/ptt102
- ⑦ Yoji Kawamura and Hiroya Nakao, "Collective phase description of oscillatory convection", *Chaos* **23**, 043129 [11 pages] (2013).
doi:10.1063/1.4837775
- ⑧ Wataru Kurebayashi, Sho Shirasaka, and Hiroya Nakao, "Phase reduction method for strongly perturbed limit cycle oscillators", *Physical Review Letters* **111**, 214101 [5 pages] (2013).
doi:10.1103/PhysRevLett.111.214101
- ⑨ Yu Atsumi, Shigefumi Hata, and Hiroya Nakao, "Phase ordering in coupled noisy bistable systems on scale-free networks", *Physical Review E* **88**, 052806 [15 pages] (2013).
doi:10.1103/PhysRevE.88.052806
- ⑩ Kiyoshi Kotani, Ikuhiro Yamaguchi, Yutaro Ogawa, Yasuhiko Jimbo, Hiroya Nakao, and G. Bard Ermentrout, "Adjoint method provides phase response functions for delay-induced oscillations", *Physical Review Letters* **109**, 044101 [5 pages] (2012). doi:10.1103/PhysRevLett.109.044101
- ⑪ Shigefumi Hata, Hiroya Nakao, and Alexander S. Mikhailov, "Global feedback control of Turing patterns in network-organized activator-inhibitor systems", *Europhysics Letters* **98**, 64004 [6 pages] (2012). doi:10.1209/0295-5075/98/64004
- ⑫ Yu Atsumi and Hiroya Nakao, "Persistent fluctuations in the synchronization rate in globally coupled oscillators with periodic external forcing", *Physical Review E* **85**, 056207 [12 pages] (2012).
doi:10.1103/PhysRevE.85.056207
- ⑬ Ikuhiro Yamaguchi, Yutaro Ogawa, Yasuhiko Jimbo, Hiroya Nakao, and Kiyoshi Kotani, "Reduction Theories Elucidate the Origins of Complex Biological Rhythms Generated by Interacting Delay-Induced Oscillations", *PLoS ONE* **6**, e26497 [10 pages] (2011).
doi:10.1371/journal.pone.0026497
- ⑭ Yoji Kawamura, Hiroya Nakao, and Yoshiki Kuramoto, "Collective phase description of globally coupled excitable elements", *Physical Review E* **84**, 046211 [12 pages] (2011).

doi:10.1103/PhysRevE.84.046211

- ⑮ Shigefumi Hata, Kensuke Arai, Roberto F. Galán, and Hiroya Nakao, "Optimal phase response curves for stochastic synchronization of limit-cycle oscillators by common Poisson noise", *Physical Review E* **84**, 016229 [10 pages] (2011).
doi:10.1103/PhysRevE.84.016229
- ⑯ Yoji Kawamura, Hiroya Nakao, Kensuke Arai, Hiroshi Kori, and Yoshiki Kuramoto, "Phase synchronization between collective rhythms of globally coupled oscillator groups: Noiseless nonidentical case", *Chaos* **20**, 043109 [10 pages] (2010). doi:10.1063/1.3491344
- ⑰ Yoji Kawamura, Hiroya Nakao, Kensuke Arai, Hiroshi Kori, and Yoshiki Kuramoto, "Phase synchronization between collective rhythms of globally coupled oscillator groups: Noisy identical case", *Chaos* **20**, 043110 [8 pages] (2010).
doi:10.1063/1.3491346
- ⑱ Denis S. Goldobin, Jun-nosuke Teramae, Hiroya Nakao, and G. Bard Ermentrout, "Dynamics of limit cycle oscillators subject to general noise", *Physical Review Letters* **105**, 154101 [4 pages] (2010). doi:10.1103/PhysRevLett.105.154101
- ⑲ Hiroya Nakao, Jun-nosuke Teramae, Denis S. Goldobin, and Yoshiki Kuramoto, "Effective long-time phase dynamics of limit-cycle oscillators driven by weak colored noise", *Chaos* **20**, 033126 [10 pages] (2010). doi:10.1063/1.3488977
- ⑳ Shigefumi Hata, Takeaki Shimokawa, Kensuke Arai, and Hiroya Nakao, "Synchronization of uncoupled oscillators by common gamma impulses: from phase locking to noise-induced synchronization", *Physical Review E* **82**, 036206 [12 pages] (2010).
doi:10.1103/PhysRevE.82.036206
- ㉑ Hiroya Nakao and Alexander S. Mikhailov, "Turing patterns in network-organized activator-inhibitor systems", *Nature Physics* **6**, 544-550 (2010).
doi:10.1038/nphys1651

[学会発表] (計 18 件)

- ① Hiroya Nakao, "Synchronization and instability in coupled oscillator networks", REPOWGEE (Workshop on Resilient Power Grids and Extreme Events), Potsdam Institute for Climate Impact Research, Potsdam, Germany, 7-9 October 2013.
- ② Hiroya Nakao, "Pattern formation in network-organized reaction-diffusion systems", Workshop on nonlinear PDEs - PDE approach to network and related topics -, Kawai Hall, Tohoku University, June 27th - 29th, 2013.
- ③ Wataru Kurebayashi, Sho Shirasaka, and Hiroya Nakao, "Phase dynamics of limit-cycle oscillators subjected to strong perturbations", XXXIII International Conference Dynamics Days Europe 2013, 3-7 June 2013, Madrid, Spain.
- ④ Wataru Kurebayashi, Sho Shirasaka, and Hiroya Nakao, "Phase description of limit-cycle oscillators subjected to strong perturbations", 7th International Conference Engineering of Chemical Complexity, Warnemunde, Germany, June 10-13, 2013.
- ⑤ Wataru Kurebayashi, Kantaro Fujiwara, Hiroya Nakao, and Tohru Ikeguchi, "Analytical Approach to Noise-Induced Phase Synchronization of Chaotic Oscillators", SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Snowbird, Utah, USA, May 19-23, 2013.
- ⑥ Hiroya Nakao, Tatsuo Yanagita, Yoji Kawamura, "Phase Reduction Analysis of Oscillatory Patterns in Reaction- Diffusion Systems", SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Snowbird, Utah, USA, May 19-23, 2013.
- ⑦ Wataru Kurebayashi, Kantaro Fujiwara, Hiroya Nakao, and Tohru Ikeguchi, "A Theory on Noise-Induced Synchronization of Chaotic Oscillators", 2012 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2012), Gran Melia Victoria, Palma, Majorca, Spain, 22-26 October, 2012.

- ⑧ Ikuhiro Yamaguchi, Yutaro Ogawa, Hiroya Nakao, Yasuhiko Jimbo, and Kiyoshi Kotani, "Ginzburg-Landau Equations Reduced from Coupled Delay Differential Equations", 2012 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2012), Gran Melia Victoria, Palma, Majorca, Spain, 22-26 October, 2012.
- ⑨ Hiroya Nakao, "Diffusion-induced instability in activator-inhibitor systems on complex networks", Towards Mathematical Foundations of Complex Network Theory, 14-16 September 2012, Kyoto University.
- ⑩ Hiroya Nakao, Tatsuo Yanagita, and Yoji Kawamura, "Phase-reduction analysis of coupled spirals in reaction-diffusion systems", XXXII Dynamics Days Europe, 2-7 September 2012, Gothenburg, Sweden.
- ⑪ Hiroya Nakao, "Pattern formation and chaos on complex networks", ISIMM2012 Satellite Meeting, University of Tokyo, Japan, May 2012.
- ⑫ Hiroya Nakao, "Spatiotemporal pattern formation in reaction-diffusion systems on complex networks", SMART Workshop: Exploring Collaborative Mathematics, Tohoku University, Japan, March 2012.
- ⑬ Hiroya Nakao, "Phase Description of Periodic Solutions in Reaction-diffusion Systems", IUTAM Symposium on 50 Years of Chaos : Applied and Theoretical, Kyoto University, Japan, Dec. 2011.
- ⑭ Shigefumi Hata and Hiroya Nakao, "Optimal phase response curves for stochastic synchronization of limit-cycle oscillators by common Poisson noise", NOLTA2011, Kobe Industrial Promotion Center, Japan, Sep. 5, 2011.
- ⑮ Shigefumi Hata and Hiroya Nakao, "Optimal phase response curve for synchronization of limit-cycle oscillators", SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Snowbird Ski and Summer Resort, May 22-26, 2011, USA.

- ⑯ Hiroya Nakao and Yoji Kawamura, "Collective phase response of macroscopic rhythms in coupled oscillator ensembles", SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Snowbird Ski and Summer Resort, May 22-26, 2011, USA.
- ⑰ Hiroya Nakao, "Phase reduction approach to traveling pulses in reaction-diffusion systems", Japan-Slovenia Seminar on Nonlinear Science (Kansai 2010), Osaka Prefecture University, Japan, Nov. 2010.
- ⑱ Hiroya Nakao, "Localization of Laplacian eigenvectors on complex networks", Dynamics Days Europe 2010, University of Bristol, UK, 6-10 September 2010.

[図書] (計 1 件)

- ① 応用数理ハンドブック(日本応用数学会監修, 薩摩・大石・杉原監修, 朝倉書店, 2013) 中「リアプノフ指数」(pp. 48-49)および「大自由度カオス」の項目(pp. 52-53).

[産業財産権]

○出願状況(計 0 件)

○取得状況(計 0 件)

[その他]

ホームページ等

<http://www.k.mei.titech.ac.jp/members/nakao/papers.html>

6. 研究組織

- (1) 研究代表者
中尾 裕也(NAKAO, Hiroya)
東京工業大学・大学院情報理工学研究所・准教授
研究者番号:40344048
- (2) 研究分担者
なし
- (3) 連携研究者
なし