科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２６ 年　 ６ 月　 ６ 日現在

機関番号：１２６０８
研究種目：若手研究(B)
研究期間：2010～2013
課題番号：２２７１０１３６

研究課題名（和文）効率的に対称錐計画法を利用するためのモデリングツールの開発

研究課題名（英文）Development of the modeling tool to use the symmetric cone programming efficiently

研究代表者
中田　和秀（Nakata, Kazuhide）

東京工業大学・社会理工学研究科・准教授

研究者番号：００３１２９８４

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　 2,400,000円、（間接経費）　 720,000円

研究成果の概要（和文）：対称錐計画法を利用して現実問題を解くため、典型的な現実問題を効率良く解くためのモデル化とアルゴリズムの開発を行なった。また、金融数値計算と数式処理を統合したモデリングツールを開発した。開発したQuantOnlineは、インターネットを利用した簡単なモデリングによりオンラインで計算できる。さらに、条件数に関する制約を含んだ行列近似問題などを効率良く解くアルゴリズムの開発に成功した。

研究成果の概要（英文）：In order to solve real problems using the symmetric cone programming, we developed modeling and the algorithm to solve the typical real problems efficiently. In addition, we have developed a modeling tool that integrates computer algebra system and financial engineering. QuantOnline that we developed can be computed by easy modeling over the Internet. Furthermore, we have succeeded in the development of algorithms that efficiently solve matrix approximation problems including constraints on condition number.

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学・社会システム工学・安全システム

キーワード：最適化　オペレーションズ・リサーチ　数理計画法　モデリング

１．　研究開始当初の背景

10 年前や 20 年前と比較して，現在では相当大規模な最適化問題を解くことが可能となってきた．これには大きく分けて２つの理由がある．１つはムーアの法則で示されるような指数関数的な計算機性能の向上であり，もう１つは最適化アルゴリズムの発展である．現在，これらの研究成果は様々なソフトウェアで実装され，有料で販売あるいは無料で公開されている．このような最適化ソフトウェアを利用することにより，他分野の研究者や社会で経済活動を行う実務家達は，アルゴリズムの詳細を知らなくても，最適化を行うことが可能となる．
特に最近の研究によって，効率よく最適解を得ることが可能となった最適化問題として対称錐計画問題がある．対称錐計画問題は線形計画問題・凸２次計画問題・２次錐計画問題・半正定値計画問題などを含んでおり，非常に適用範囲の広い最適化問題である．歴史的な経緯をみると，元々線形計画問題の解法であった主双対内点法に対し，そのアルゴリズムが適用できる問題を拡張することによって，対称錐計画問題が導出された．そのため，対称錐計画問題（の標準形）は，主双対内点法を適用するには都合が良い表現であるものの，実問題を記述するには直感的ではなく分かり辛い．このため，対称錐計画問題として解けば効率よく最適解が得られるにもかかわらず，その機会が失われていることも多いというのが現状である．

２．研究の目的

対称錐計画問題は非常に強力な問題記述能力を持ち，主双対内点法により実用的に解くことができるという特徴を持った最適化問題である．また，この問題を解くためのソフトウェアも数多く開発されている．しかし，最適化を専門家としない研究者や実務家がこれらのソフトウェアを利用するには大きな障害が存在する．それは，応用上現れる最適化問題を，短時間で解が求まるような形式に変換し，それを最適化ソフトウェアのフォーマットで記述することは，様々なノウハウや予想以上の労力を必要とするということである．
このため本研究では，幾つかの典型的な現実問題に対し、様々な形式で表現された問題を最適化ソフトウェアが理解できるよう自動的に変換するモデリングツールを開発し，専門外の人が効率的・効果的にソフトウェアを利用できるように支援することを目的とする．

３．研究の方法

(1) これまでに幾つかのタイプの最適化問題が対称錐計画問題に帰着できることが発表されている．これらの既存の手法について調査を行ないデータベース化をする．また，新しい帰着手法について研究を行なう．
(2) 実務で現れる最適化問題は多くの場合で大規模になる．このような問題を現実的な時間で解くため，疎性や構造を利用し効率的に最適解を計算するアルゴリズムが多数提案・実装されている．これらのアルゴリズムの理論的な計算量だけでなく，実際の計算時間を出来る限り正確に推定する。また、新規性がある実用的な最適化手法を開発する．
(3) 実務問題が与えられたとき，最適化問題への帰着のさせ方は無限に存在する．上記の(1)と(2)から得られた知見を基にして,それらの中から出来るだけ効率的に解けるような最適化問題へ帰着させる枠組みを提案する．また、得られた知見を実装したモデリングツールをインターネット上で配布する．

４．研究成果

(1) 大規模な対称錐計画問題を解くため、疎性や構造を利用することにより効率的に計算する様々なアルゴリズムが提案・実装されてきた。これらのアルゴリズムを実行するときの実際の計算時間は、使用ライブラリや計算機のアーキテクチャにも大きく依存する。そのため、自動チューニング技法を応用した計算時間の推定法を開発した。その結果、様々な環境下での正確な計算時間の見積もりができるようになった。これにより、モデリングの「効率性」の測定が可能となった。

(2) 条件数に関する制約を含んだ行列近似問題は通常の対称錐計画問題へのモデル化では効率よく解けない。この問題を自動で変換し、効率よく解くアルゴリズムの開発に成功した。条件数を考慮した最適化を行なっているため、安定性のあるロバストな制御が可能となる。また、従来の手法に対し数千倍から数十万倍高速に解くことができるため、リアルタイム処理にも適している。この問題は非常に基本的かつ実務的であり、欠損値を内包した気象データに対する統計分析など、多くの工学分野に応用することができる。

(3)多様化・高度化する金融数値計算・数式処理の分野におけるニーズに答えるため、今まで別々のシステムとしてしか存在していなかった金融数値計算と数式処理を統合したモデリングツールを開発した。開発した QuantOnline は、インターネットを利用した簡単なモデリングによりオンラインで計算が可能となっていることが最大の特徴である。その内部では、金融数値計算のベースに実務でも数多くの企業で採用されている非常に多くのライブラリを収録した“QuantLib”を使用し、数式処理のベースに汎用数式処理システム“Maxima”を使用している。開発 QuantOnline を一般公開し実際に

システムを使用したユーザよりフィードバックをもらうことで、「研究の目指した成果を得ることができた部分」「実用的な機能としては不足している部分」を認識することができた。システムの統合は大変なプロセスであったが、数多くのシステムを統合することで新たな価値の創造を行うことができたのではないかと考える。

(4) 幾つかの実務問題に対し、それを効率良く解くためのモデル化とアルゴリズムの開発を行なった。具体的には、汎用的な労働条件を考慮したスタッフスケジューリング問題（勤務シフトや作業分担を決定する問題）のモデル化と、問題の適切な分割法や発見的解法の提案を行なった。また、大規模な商品推薦問題のモデル化を行い、確率的劣勾配を適用とデータ構造までを考慮した実装を行なった。さらに、年金に対する超長期の資産配分問題を現実的な計算時間で解くためのモデル化と擬似焼きなまし法の実装を行ない、日本の国民年金を例にシミュレーションを行なった。

(5) 汎用的な最適化問題に対するアルゴリズムの開発と数値実験による評価を行なった。具体的には、まず正定値補完を利用した対称錐計画問題に対する内点法を近年主流となっているマルチコア CPU 上で効率よく計算するアルゴリズムを開発実装し、マニュアルを整備した上でインターネット上で公開した。次に、粒子群最適化(Particle Swarm Optimization)に Nelder-Mead algorithm を導入することにより、幾つかのタイプの非線形最適化問題や組合せ最適化を効率良く解くことに成功した。

(6)実行可能内点解が存在しない対称錐計画問題を内点法で解くと、数値的に不安定になる現象が多くみられる。この原因を解決するために、拡張自己双対形に対する内点法で得られた近似最適解に対して、主問題変数の側のみを対象として拡張主双対法を施す手法を開発した。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　24 件）

①. “Successive projection method for well-conditioned matrix approximation problems”, M. Tanaka, K. Nakata, IEEE Signal Processing Letters, (2014), DOI:10.1009/LSP.2014.230315.（査読あり）
②. “Numerical reduction method for doubly nonnegative optimization problems”,M. Tanaka, K. Nakata and H. Waki, Journal of Math-for-Industry, 5A(2013), 41-50.（査読あり）
③. “Positive definite matrix approximation with condition number constraint”,M. Tanaka, K. Nakata, Optimization Letters, (2013),DOI:10.1007/s11590-013-0632-7.（査読あり）
④. On the positive definite matrix approximation problem with conditionnumber constraint, M. Tanaka and K. Nakata, The Fourth International Conference on Continuous Optimization, 78-78, (2013).（査読なし）
⑤. Successive projection method for well-conditioned matrix approximation problems, M. Tanaka and K. Nakata, Technical Report 2013-12, Department of Industrial Engineering and Management, Tokyo Institute of Technology(2013).（査読なし）
⑥. 特殊な積載制約のある運搬車を用いた配送計画問題に対するタブーサーチを用いた効率的解法，濱，中田，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2013 年春季研究発表会，260-261（査読なし）
⑦. “条件数制約つき正定値行列近似問題について”，田中，中田，京都大学数理解析研究所講究録 1829 最適化手法の理論と応用の繋がり，149-155, (2013).（査読なし）
⑧. “高度な意思決定問題に対するソリューション技術確立のための錐最適化手法の研究”，田中，中田，脇，高度科学技術社会リスク・ソリューション 2012 論文集，246-261, (2013).（査読なし）
⑨. クラスタワイズサポートベクターマシン，和田，鮏川，高野，中田，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2013 年秋季研究発表会，2-F-7,(査読なし)
⑩. “Parallel solver for semidefinite programming having sparse Schur complement matrix”, K. Fujisawa, M. Fukuda, K. Kobayashi, K. Nakata, M. Nakata, and M. Yamashita, ACM Transactions on Mathematical Software, 39 (2012), Article No.6（査読あり）
⑪. “Application of a facial reduction algorithm and an inexact primal-dual path-following method for doubly nonnegative relaxation for mixed binary nonconvex quadratic optimization problems”, M. Tanaka, K. Nakata, and H. Waki, Pacific Journal of Optimization, 8(2012) 699-724.（査読あり）

⑫. “Latest developments in the SDPA Family for solving large-scale SDPs”, M. Yamashita, K. Fujisawa, M. Fukuda, K. Kobayashi, K. Nakata, and M. Nakata, Handbook of Semidefinite, Conic and Polynomial Optimization, Springer, 715-754, (2012). (査読あり)
⑬. Numerical computation of a facial reduction algorithm for doubly nonnegative optimization problems, M. Tanaka, K. Nakata, and H.Waki, INFORMS Annual Meeting 2012, 289-289, (2012) (査読なし)
⑭. Numerical computation of a facial reduction algorithm and an inexact primal-dual path-following method for doubly nonnegative optimization problems, M. Tanaka, K. Nakata, and H. Waki, 21st International Symposium on Mathematical Programming, 240-240, (2012), (査読なし)
⑮. An effective approach for DNN relaxation problems for mixed binary nonconvex quadratic optimization, M. Tanaka, K. Nakata, and H. Waki, INFORMS Optimization Society Conference 2012, 21-21, (2012). (査読なし)
⑯. 数理ファイナンスにおけるオンライン数式処理システムの開発，藤森，中田，科研費シンポジウム情報化ネットワーク社会に向けた高度な専門的数理技術ライブラリの研究と開発，東京工業大学，2012 年11 月．(査読なし)
⑰. 半正定値計画問題に対する高精度なソルバの開発，浅原，中田，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2012 年春季研究発表会，232-233 (査読なし)
⑱. “0-1 整数変数を含む非凸 2 次最適化問題の非負半正定値緩和に対する面的縮小と効率的解法”，田中，中田，脇，京都大学数理解析研究所講究録 1773 最適化手法の深化と広がり，186-197，(2012)．(査読なし)
⑲. A high-performance software package for semidefinite programs: SDPA 7,M. Yamashita, K. Fujisawa, K. Nakata, M. Nakata, M. Fukuda, K. Kobayashi,and K. Goto Tokyo Institute of Technology, Dept. of Mathematical andComputing Sciences Research Reports Series B, B-460, 2010. (査読なし)
⑳. 日本の公的年金の基本ポートフォリオ策定支援のための最適化モデル、北原、水野、中田、土谷，日本ＯＲ学会 2010 年秋季研究発表会予稿集(2010)．(査読なし)

〔学会発表〕(計　36　件)

①. 佐藤悠介，鈴木翔太，中田和秀：汎用的な労働条件を考慮したスタッフスケジューリングに対する発見的解法，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2014 年春季研究発表会，2-G-5，大阪大学，2014 年 3 月７日．
②. 土谷拓人，西村直樹，鮏川矩義，高野祐一，中田和秀，松本健：大規模な商品推薦問題に対する確率的劣勾配法，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2014 年春季研究発表会，2-C-2，大阪大学，2014 年 3 月７日．
③. 張志鋒，千代竜佑，中田和秀，山下隆：Long-term asset allocation of pension funds using multi-period portfolio optimization，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2014 年春季研究発表会，1-B-9，大阪大学，2014 年 3 月６日．
④. 和田篤，鮏川矩義，高野祐一，中田和秀：クラスタワイズサポートベクターマシン，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2013 年秋季研究発表会，2-F-7，徳島大学，2013 年 9 月12 日．
⑤. 田中未来，中田和秀：条件数制約つき正定値行列近似問題の拡張，京都大学数理解析研究所研究集会最適化の基礎理論と応用，京都大学，2013 年 8 月29 日．
⑥. M. Tanaka and K. Nakata: On the positive definite matrix approximation problem with condition number constraint, The Fourth International Conference on Continuous Optimization, Wed.B.11, Universidade Nova de Lisboa, 31, July 2013.
⑦. A.Abdelhalim, A,B,Eltawil, K.Nakata, M.Elalem: A Guided Particle Swarm Optimization Technique to Solve Optimization Problems, International Conferene on Industrial nad Management Engineering, Narita, 30, May 2013.
⑧. 濱佑太，中田和秀：特殊な積載制約のある運搬車を用いた配送計画問題に対するタブーサーチを用いた効率的解法，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2013 年春季研究発表会，1-F-12，東京大学，2013 年 3 月５日．
⑨. 田中未来，中田和秀：条件数制約つき正定値行列近似問題に対する高速解法，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2013 年春季研究発表会，1-A-6，東京大学，2013 年

3 月 5 日.

⑩. 小林健，中田和秀，田中研太郎，高野祐一，田中未来，鮏川矩義，神里栄，竹山光将，千代竜佑: ファジィクラスタワイズ回帰を用いた共同購入型クーポンサイトの閲覧傾向分析, 2012 年度 日本オペレーションズ・リサーチ学会 先端マーケティング分析研究部会，日本データベース学会 ビジネスインテリジェンス研究グループ 第 6 回研究部会，慶應義塾大学，2013 年 2 月 9 日.

⑪. 藤森和哉，中田和秀: 数理ファイナンスにおけるオンライン数式処理システムの開発，科研費シンポジウム 情報化ネットワーク社会に向けた高度な専門的数理技術ライブラリの研究と開発，東京工業大学，2012 年 11 月 29 日.

⑫. M. Tanaka, K. Nakata, and H. Waki: Numerical computation of a facial reduction algorithm for doubly nonnegative optimization problems, INFORMS Annual Meeting 2012, TB13, Phoenix Convention Center, 16, October 2012.

⑬. 竹山光将，田中未来，中田和秀，高野祐一，浅原惇希，羽鳥映子，神里栄，田中研太郎: パレート効率的顕在パターンを用いたアクセスログ解析，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2012 年秋季研究発表会，2-F-5，ウインクあいち，2012 年 9 月 13 日.

⑭. 田中未来，中田和秀，脇隼人: 非負半正定値最適化問題に対する主双対パス追跡法における探索方向の計算, 2012 年度 数値解析研究集会，少年自然の家 八ヶ岳荘，2012 年 9 月 3 日.

⑮. M. Tanaka, K. Nakata, and H. Waki: Numerical computation of a facial reduction algorithm and an inexact primal-dual path-following method for doubly nonnegative optimization problems, 21st International Symposium on Mathematical Programming, Fri.1, Technische Universität Berlin, 24, August 2012.

⑯. 田中未来，中田和秀: 条件数制約つき正定値行列近似問題について，京都大学数理解析研究所研究集会 最適化手法の理論と応用の繋がり，京都大学，2012 年 7 月 24 日.

⑰. 浅原惇希，中田和秀: 半正定値計画問題に対する高精度なソルバの開発，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2012 年春季研究発表会，2-E-12，防衛大学校, 2012 年 3 月 28 日.

⑱. M. Tanaka, K. Nakata, and H. Waki: An effective approach for DNN relaxation problems for mixed binary nonconvex quadratic optimization, INFORMS Optimization Society Conference 2012, FD02, University of Miami, 24, February 2012.

⑲. 田中未来，中田和秀，脇隼人: 面的縮小を施した非負半正定値最適化問題に対する主双対パス追跡法の探索方向，日本オペレーションズ・リサーチ学会 2011 年秋季研究発表会，2-D-1，甲南大学，2011 年 9 月 16 日.

⑳. 田中未来，中田和秀，脇隼人: 0--1 整数変数を含む非凸 2 次最適化問題の非負半正定値緩和に対する面的縮小と効率的解法，京都大学数理解析研究所研究集会 最適化手法の深化と広がり，京都大学，2011 年 7 月 22 日.

〔図書〕（計　0 件）

〔産業財産権〕
○出願状況（計　0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計　0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等
http://quants.me.titech.ac.jp/quantonline.html

６．研究組織
(1)研究代表者
中田 和秀 （NAKATA, Kazuhide）
東京工業大学・大学院社会理工学研究科・准教授
研究者番号：00312984

(2)研究分担者

( )

研究者番号：

(3)連携研究者

( )

研究者番号：