

平成 2 6 年 6 月 6 日現在

機関番号 : 1 7 1 0 2

研究種目 : 若手研究(B)

研究期間 : 2010 ~ 2013

課題番号 : 2 2 7 4 0 0 1 5

研究課題名 ( 和文 ) ホップ・モノダの理論と応用

研究課題名 ( 英文 ) Theory and applications of Hopf monads

研究代表者

P a s t r o C r a i g (Pastro, Craig)

九州大学・基幹教育院・准教授

研究者番号 : 5 0 5 3 2 5 6 1

交付決定額 ( 研究期間全体 ) : ( 直接経費 ) 2,900,000 円、( 間接経費 ) 870,000 円

研究成果の概要 ( 和文 ) : ホップコモナドと \*-自立コモナド、及びその応用について研究を行った。まずこの2つの対象の関係性について決定した。続いて R. Cockett 氏と共同で、\*-自立コモナドの一般化である補コモナド (complementing comonad) を導入し、その理論を構築した。また、この理論を並列計算のための「並列プロセス意味論」 (concurrent process semantics) モデルの構築に応用した。最終年度は (まだ研究は進行中であるが) ホップ代数とホップモノダの不変量の拡張に取り組んだ。これによって、絡み目や結び目の量子不変量を与える事が出来る。

研究成果の概要 ( 英文 ) : I worked on Hopf comonads and star-autonomous comonads and their applications. First I settled the relationship between these two objects. Second, with R. Cockett, we generalized star-autonomous comonads to what we have called complementing comonads and developed the theory of these. Also, we applied this theory to develop a model of concurrent process semantics using for parallel computing. In the final year, but not yet finished, I have been working on extending invariants of Hopf algebras to Hopf monads. These can be used to obtain quantum invariants of links and knots.

研究分野 : 数物系科学

科研費の分科・細目 : 数学・代数学

キーワード : Hopf algebra Star autonomous comonad Concurrent semantics Hopf invariants

## 1. 研究開始当初の背景

ホップ代数は、1960年代から研究されてきた数学的对象である。ホップ代数の研究は、1986年に Berkeley で開催された ICM (国際数学会議) における Drinfeld の講演をきっかけに劇的な変化が起きた。この講演の中で、彼は「量子群」と呼ばれる非可換かつ cocommutative でないホップ代数の全く新しいクラスを導入した。彼はまた「準ホップ代数」と呼ばれる coassociative でない新しいホップ代数を提案し、これは従来までのホップ代数とは全く異なるものであった。Drinfeld の講演内容は、まずホップ代数に関する興味・研究の意義の復習から始まり、今回提案された新しい構造を調べるための幾つかの新しい研究の方向性を示すものであった。特に準ホップ代数の表現論や、ホップ代数の理論がもたらす準ホップ代数の理論における結果を得ることが目的となっている。実際、この講演以後数多くの方向で研究が進み、上のような目的が達成されるようになった。準ホップ代数を研究する動機としては、この代数の表現論が R-行列と呼ばれる対象から従う braided モノイダル圏を導く事にある。この R-行列は、量子 Yang-Baxter 方程式の解を与える。従って全てのホップ代数から、Drinfeld の準ホップ代数の構成法を用いる事で、量子 Yang-Baxter 方程式の解を求める事が出来る。加えて、これらを用いてより一般的なホップ代数 (リボンホップ代数と呼ばれる) を定義出来る。この代数の表現論は、リボン圏と呼ばれる構造を導くが、これは結び目の新しい量子不変量を定義する際に用いる事が出来る。

## 2. 研究の目的

ホップ代数に関する幾つかの一般化を研究している。具体的にはホップモナドや\*-自立コモナドとそれを取り巻く幾つかの話題を調べている。この研究の目的は、当初は\*-

自立コモナドを定義・定式化する事であった。

\*-自立コモナドは、ホップモナド間の関係を決定出来るため、重要である。R.Cockett 氏と共同で、我々は\*-自立コモナドとホップモナドをどちらも一般化することに成功し、その構造は補コモナドと呼ばれている。また、補コモナドの並列計算への応用も発見した。この研究の動機としては、ホップ代数の理論をホップモナドに拡張するためである。

## 3. 研究の方法

モノイダル圏においてホップ代数を定義するためには、モノイダル構造における組み紐構造 (braiding) が必要となる。ホップモナドの定義には組み紐構造を必要としないので、あらゆるモノイダル圏においてホップモナドは定義出来る。組み紐構造は一種の (非常に弱い) 可換性と思なせる事から、何故ホップモナドに移った時には組み紐構造が必要でなくなるのか、という点は非常に興味深い。このような状況における研究は、モノイダル圏の双対性および我々 (R. Cockett 氏と申請者) による補コモナドの導入に対する深い理解を与える。そこで我々は、ホップ代数やホップモナドにおける数多くの結果を、補コモナドに対して拡張する事を試みる。

## 4. 研究成果

ホップコモナドと \*-自立コモナド (star-autonomous comonad) 及びその応用について研究を行った。まずこの2つの対象の関係性について決定した。続いて R. Cockett 氏と共同で、\*-自立コモナドの一般化である補コモナド (complementing comonad) を導入し、その理論を構築した。また、この理論を並列計算のための「並列プロセス意味論」 (concurrent process semantics) モデルの構築に応用した。最終年度は (まだ研究は進行中であるが) ホップ代数とホップモナドの不変量の拡張に取り

組んだ。これによって、絡み目や結び目の量子不変量を与える事が出来る。

## 5 . 主な発表論文等

( 研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線 )

[ 雑誌論文 ] ( 計 1 件 )

Craig Pastro: Note on star-autonomous comonads, Theory and Applications of Categories Vol. 26, (Peer-reviewed), 2012, 194-203.

[ 学会発表 ] ( 計 7 件 )

Craig Pastro, A complementing comonad approach to process semantics, 2012/09/20, Peripatetic Seminar, University of Calgary, Calgary, Canada

Craig Pastro,

Star-autonomous comonads and Hopf comonads, 2012/09/19, Peripatetic Seminar, University of Calgary, Calgary, Canada

Craig Pastro, Complementing comonads II, Algebra, Logic and Topology (Seminar), 2012/03/20, University of Coimbra, Portugal

Craig Pastro, Complementing comonads, Algebra, Logic and Topology (Seminar), 2012/03/20, University of Coimbra, Portugal

Craig Pastro, Complementing comonads, 2011/7/28, Workshop on Categories, Logic, and Computation, Kyoto University, Kyoto, Japan

Craig Pastro,

Star-autonomous comonads, Categories Seminar, 2011/6/2, Kyoto University, Kyoto, Japan

Craig Pastro,

Star-autonomous categories, Peripatetic Seminar, 2010/08/12 University of Calgary, Calgary, Canada

[ 図書 ] ( 計 0 件 )

[ 産業財産権 ]

出願状況 ( 計 0 件 )

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

出願年月日 :

国内外の別 :

取得状況 ( 計 0 件 )

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

取得年月日 :

国内外の別 :

[ その他 ]

ホームページ等

<http://artsci.kyushu-u.ac.jp/~craig/>

6．研究組織

(1)研究代表者

Craig Pastro（パストロ・クレイグ）

九州大学・基幹教育院・准教授

研究者番号：5 0 5 3 2 5 6 1

(2)研究分担者

（ ）

研究者番号：

(3)連携研究者

（ ）