

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 17 日現在

機関番号：32619

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22740079

研究課題名(和文)一般確率論における相関の基礎研究と量子情報理論への応用

研究課題名(英文)On correlation in general probabilistic theories and its application to quantum information theory

研究代表者

木村 元 (Kimura, Gen)

芝浦工業大学・システム工学部・助教

研究者番号：80517011

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円、(間接経費) 600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、操作主義的にもっとも一般的である一般確率論を利用した量子力学及び量子情報科学の研究である。特に、情報の本質をとらえることで、量子力学の物理原理的導出を目指したものである。結果、量子情報理論と整合する形で一般確率論を厳密に整備し、量子ビット系の物理原理的導出が可能となった他、情報理論的に安全な鍵配送への応用につながる相関の様々な一般的性質を見出すことができた。

研究成果の概要(英文)：We studied a foundation of quantum mechanics and quantum information theory using the general probabilistic theories, which is considered to provide the most general framework of operationally valid probability theories. One of the goal of this study is to derive quantum mechanics based on purely physical principles, with the help of the recent development of the quantum information science. In particular, we have derived qubit system with appropriate physical principles and found general properties of correlations applicable to unconditionally secure key distribution.

研究分野：数学一般(含確率論・統計数学)

科研費の分科・細目：確率論

キーワード：量子力学の物理原理 一般確率論 相関

1. 研究開始当初の背景

近年量子力学の原理を情報理論へ応用する量子情報科学が理論・実験共に発展している。中でも無条件安全性を誇る量子暗号(量子鍵配送)、遠隔地に物体の量子状態を転送する量子テレポーテーション、超高速検索やRSA暗号などの解読を可能とする量子コンピュータは世間にも広く喧伝されている。その結果、物理学を問わずさまざまな分野の研究者が量子情報科学の発展に参画し、量子情報科学の理論的発展は成熟し、改めて量子力学の基礎的理解に関心が集まる結果となっている。特に、従来の量子力学の理論的記述(例えばHilbert空間や線形作用素論)や、量子情報処理の現象間の論理的関連性に対する理解に対する不満が生じ、一部の理論家(特に基礎論に興味を持つ研究者)たちの研究の方向性が、そのような問題を解消することに向いている。

2. 研究の目的

本研究の目的は大きく分けて二つある。ひとつは、量子力学の理論を物理原理に基づき構成すること、もうひとつは量子情報処理と物理原理の論理的関連性を追求することである。ここで物理原理とは、実験で検証可能な物理的な命題を指す。二つの目的は相補的なものであり、片方が基礎、もう片方が応用に関するものである。前者は量子力学誕生直後よりさまざまな研究者によって散発的に問われた未解決問題であり、その物理原理を情動的言語に求めることで後者の目的と連関する。後者は、情報処理間の関連性を理解することで、情報の本質を捉えることにつながり、ひいては量子力学などの個別の物理法則に立脚しない一般的な情報理論の構築を期待させるものである。本研究では、特に量子状態の相関(エンタングルメント)に着目し、相関の一般的性質を一般確率論の範疇で論じることで、量子力学の原理探求及び情報処理の本質を探ることを目指す。またこれらの大目的を背景として、併せて量子力学及び量子情報科学の研究も遂行する。

3. 研究の方法

本研究では、従来の量子力学の公理的な方法とは異なり、操作主義的な確率モデルを議論することのできる一般確率論を研究の土台として採用する。一般確率論は、物理系やその状態の準備、物理量の測定、時間発展、物理系の合成といった操作的に意味のある概念のみを使用し、測定において生じる確率を論じる一般的な理論的枠組みを提供する。その結果、古典確率論はもちろんのこと量子確率論をも含み、操作的に意味のある確率モデルを全て統一的に議論することが可能となる。一般確率論は1960年代にMackeyや

Arakiによって導入され、その後Holevo, Gudderなどにより展開、現在では量子情報科学を論じるに最適な形としてBarrettや我々によって発展させられている。我々の研究では、量子力学のひとつの本質を「測定におけるランダム性とその確率的記述(Bornの確率則)」に見出すことにより、一般確率論における量子力学の位置づけを物理原理で決定するという方法を取る。数学的には、上述した操作的概念をHausdorff局所凸位相線形空間とそれ上のアフィン関数で表現することになり、特に、状態空間(状態の集合)はコンパクト凸集合、測定はエフェクト値測度が対応する。

4. 研究成果

(1) 一般確率論の数学的整備:

一般確率論はこれまでにさまざまな研究者によって独立に展開されていたが、本研究において無限次元を含み、かつ、近年の量子情報科学の発展で整備された形でまとめることに成功した。特に、操作的に意味ある物理原理として課す公理をまとめている(論文,)。

(2) 量子ビット系の物理原理的導出

量子力学の物理原理の探求として、本研究では「純粋状態の物理的等価性」及び「状態の識別可能状態による準備可能性」を提案した。前者は、物理的に特別な純粋状態は存在しないことを意味し、状態空間の対象性を保障する。後者は量子論における固有値分解定理を操作的な概念で述べたものである。両者ともに原理的に実験検証可能なものであるため物理原理とみなすことができる。本研究では一般確率論の枠組みにこれらの原理を適用し、個々の原理が満たす確率モデルの分類を行った。特に、状態空間の次元が2, 3次元の場合、両者を満たす確率モデルが、古典確率論及び量子確率論(量子ビット系)のみとなることを証明した(論文)。今後の課題としては、あらゆる次元の量子系を原理的に導出することであるが、近年Darianoグループにより考案された純粋化可能性の原理、及び、Pawlowskiらにより提案された情報因果律(詳細は(5)参照)に着目して、我々の方法との関連性を調査し、次元の一般化を試みている。

(3) 状態識別問題:

安全な鍵配送の問題に重要となる状態識別問題を一般確率論で論じる幾何学的方法を提案し、無限次元を含めた厳密な解析を行った(論文)。この方法では、状態空間の幾何学を把握することにより、ここの状態たちの幾何学的配置が状態識別の最適な測定法、ならびに、成功確率を与えることが可能となる。

(4) 状態識別測度の導入：

一般確率論において状態識別測度とエントロピーといった量を導入した。これにより、従来量子力学に固有と考えられていた複製不可能定理、情報取得による状態擾乱、情報量限界などが一般確率論においても広く成立することがわかり、本研究によりそれらの簡易で定量的な証明が可能となった。(論文)

(5) 相関と混合性の一般的性質の解明：

瞬間伝送禁止即(No-signaling 条件)を仮定するあらゆる一般確率論において「系の純粋性が、他のあらゆる環境系との無相関性を保障する」ことを示した(論文)。この結果は、基礎的興味だけでなく、一般確率論における安全な鍵配送の可能性を議論する重要な性質となる。実際、この結果より(量子系のように)純粋で相関をもてる部分系 AB が存在すれば、それらは他の系(盗聴者の系 E)との無相関性が保障されるため、AB 間の相関を鍵共有に安全に利用することを保障するからである。

(6)チレルソン限界の一般的解析

古典物理と量子物理を分かち量子相関の著しい性質は、局所実在性を持たないことにある。これは CHSH 不等式でもっとも簡明に表される。他方、量子相関においても、CHSH 不等式の破れは、一般的相関の限界にまで達せず、これはチレルソン限界として知られている。近年 Pawłowski らによって情報因果律と呼ばれる物理原理が提案され、チレルソン限界の物理的説明が可能となった。本研究では、一般確率論の土台を用いて情報因果律を定式化し、次の二つの研究を行った：

二次元確率モデルの合成系の状態空間の決定とチレルソン限界：

正方形モデルは古典でも量子でもない一般確率モデルの中で非自明なもっとも簡易なモデルである。本研究では正方形モデルの合成系の状態空間を特徴づける最小テンソル積空間と最大テンソル積空間の解析的決定を行った。特に、最大テンソル積空間におけるチレルソン限界が最大に破れることを示した。これは正方形モデルにおける情報因果律の破れを意味する。また、PR ボックスとして知られていた仮想なモデルを一般確率論のモデルとして実現することになった。現在これらを二次元多角形と円(量子ビット)に拡張し、チレルソン限界の破れを定量的に調査している。特に、円モデルは(測定制限下の)量子ビット系に対応しており、下記の研究によりチレルソン限界を満たすことがわかった。多角形モデルの頂点数とチレルソン限界の漸近的性質は、古典・量子の差を極限としてみることを可能とするため興味深い。

量子確率論を最大テンソル積に拡張したモデルにおけるチレルソン限界：

量子系の合成系は最小テンソル積空間(分離可能状態空間)と最大テンソル積空間の間に位置する。そのため、量子系の最大テンソル積空間への拡張モデルは、量子系を相関の観点からミニマルに拡張する興味深いモデルを提供する。本研究では、量子系の最大テンソル積拡張におけるチレルソン限界を調査している。特に、正写像の理論を利用し、CP(完全正)写像と co-CP 写像の和に分解可能なクラスで記述される状態におけるチレルソン限界を証明した(投稿準備中)。これにより、量子ビット系同士、または、量子ビット系と量子3準位系の合成系における最大テンソル積拡張におけるチレルソン限界が成り立つことがわかる。現在の課題は、分解不可能な正写像が現れる高次元系におけるチレルソン限界を明らかにすることである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

Gen Kimura, Koji Nuida, On affine maps on non-compact convex sets and some characterizations of finite-dimensional solid ellipsoids, Journal of Geometry and Physics, 査読有, 掲載決定 2014
<http://arxiv.org/abs/1012.5350>

木村元, 量子力学の原理探究, 科学基礎論研究, 査読有, 40, 2013, 23-28,
<http://ci.nii.ac.jp/naid/110009596571>

Gen Kimura, Shuich Tasaki, On the general property of correlation, 物性研究, 査読有, 97, 2011, 421-428
<http://ci.nii.ac.jp/naid/110008799111>

Gen Kimura, Koji Nuida, Hideki Imai, Distinguishability Measures and Entropies for General Probabilistic Theories, Reports on Mathematical Physics, 査読有, 66, 2010, 175
DOI: 10.1016/S0034-4877(10)00025-X

Koji Nuida, Gen Kimura, Takayuki Miyadera, Optimal Observables for Minimum-Error State Discrimination in General Probabilistic Theories, Journal of Mathematical Physics, 査読有, 51, 2010, 093505(30p)
DOI: 10.1063/1.3479008

〔学会発表〕(計 25 件)

木村元, 操作主義的確率論に基づく量子力学の原理探求, 量子論の諸問題と今後の発展, 2014/3/10, 高エネルギー加速器研究機構

木村元, 一般確率論上の情報理論及び量子力学の原理的理解について, 第 29 回量子情報技術研究会, 2013/11/18, 早稲田大学

Gen Kimura, The power of Entanglement in General Probabilistic Theories -On the principle of Information Causality, ワークショップ「量子情報理論とその応用」, 2012/12/15, 立命館大学

木村元, 量子力学の原理探求, 科学基礎論学会 2011 年度 秋の研究例会 --- 代数的観点からみた量子力学の基礎 ---, 2011/11/6, 日本大学文理学部

木村元, 確率論から見る量子力学, 量子論の深化と発展, 2011/9/13, 東工大

Gen Kimura, On Basic Principles of General Probabilistic Theories , Conceptual Foundations and Foils for Quantum Information Processing, 2011/5/9, Perimeter Institute, Toronto, Canada

〔その他〕本課題に関連する解説記事

木村元, 情報から生まれる量子力学, 日経サイエンス, 7, 2013, 46-53

6. 研究組織

(1)研究代表者 木村元 (KIMURA, Gen)
芝浦工業大学・システム理工学部・助教
研究者番号: 80517011