

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年6月7日現在

機関番号：16301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2012

課題番号：22740097

研究課題名（和文） 形状記憶合金の熱弾塑性の数学解析

研究課題名（英文） Mathematical Analysis for the Thermo-Elasto-Plasticity of Shape Memory Alloys

研究代表者

吉川 周二 (YOSHIKAWA SHUJI)

愛媛大学・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号：80435361

研究成果の概要（和文）：

形状記憶合金方程式は温度と金属の変位の関係を記述する熱弾性(粘性や塑性を考慮したモデルもある)方程式の一つである。この問題に関係する方程式について考察した。研究機関中に得られた結果は、(1) 多次元形状記憶合金方程式の定常状態の安定性、(2) 弱い摩擦項付き半線形梁方程式の平滑化効果と漸近形、(3) 加速度付き Cahn-Hilliard 方程式の漸近形、(4) 弱い摩擦項付きの三次元等温 Falk-Konopka モデルの漸近形、の4点である。

研究成果の概要（英文）：

Shape memory alloys system is one of thermo-elastic (thermo-visco-elasto-plastic) systems which describe the relation between displacement vector and temperature. We studied equations related to these topics. Our results for this research subject are as follows: (1) stability of steady state for multi-dimensional shape memory alloys system (2) smoothing effect and asymptotic profile of the solution for semilinear beam equation with weak damping, (3) asymptotic profiles of solutions for the Cahn-Hilliard equation with inertial term, (4) asymptotic profiles of solutions for the Falk-Konopka system of shape memory alloys with weak damping.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	2,300,000	690,000	2,990,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：非線形偏微分方程式，熱弾性，塑性，相転移，形状記憶合金

1. 研究開始当初の背景

形状記憶合金は，常温下で変形させてもお湯をかけるなどして温度を高めるとその形状を復元する材料である．形状記憶の効果は合金の格子構造の相転移によって生じることが知られている．そこから導かれる変位と温度の関係を表現した非線形連立偏微分方程式とその周辺の問題が興味の対象である．最も古典的なモデルとして知られているのはFalkモデルである．Falkは合金の一次元変形のひずみを秩序変数として相転移のGinzburg-Landau理論を適用して，形状記憶合金の相転移を表現した．

このFalkの形状記憶合金方程式をベースにして，内部粘性を導入した粘弾性モデルや，多次元モデル，塑性を厳密に表現する熱弾塑性モデルなどが考案された．

研究開始当初の背景としては，粘弾塑性モデルなどのように，より厳密に現象を表現することを目的とする研究成果が国内外では多く，その多くは解の存在を示すというものであり，たとえ塑性を含まない古典的なモデルであっても，解の性質などについての結果は粘性付き問題を除くとあまり知られていない状況であった．

2. 研究の目的

形状記憶合金の弾(塑)性変形と温度分布を記述する非線形連立偏微分方程式について研究する．この研究の目的は，上記の背景を踏まえて解の性質を調べることにある．最終目標は形状記憶合金の安定な形状を決定するなどのダイナミクス の 解明である．形状記憶合金は患部を固定する医療用クリ

ップの素材などに利用されているが，この問題の解決により例えばこのクリップの安全性を保証するといった応用も考えられる．数学の立場からみると形状記憶合金方程式の研究は，抽象放物型方程式・特異積分・非局所楕円型方程式・ヒステリシス作用素など様々な問題と関連している．形状記憶合金方程式を通じてこれらの多岐にわたる数学理論の発展に貢献することも目標の一つである．

3. 研究の方法

まず双対変分原理を応用して定常状態の安定性を証明する．また，解の挙動をより詳しく調べるために弱い摩擦項を付与し，等温の条件を仮定し，その初期値問題を考察する．方法としては，消散波動方程式に対して発展した方法や調和解析の手法を用いる．また，放物型方程式などで発展した，漸近形の理論を用いて研究を進める．別の視点として，数値実験を通じて解の挙動を推測すること，不変測度の構成を通じた解の性質の調査も考えられる．

4. 研究成果

以下の4つの結果が得られた．

- (1) 多次元熱弾性問題について，双対変分原理を応用し，定常状態の安定性を証明した．ここでいう安定性とは，リアプノフの意味での安定性である．本研究は大阪大学の鈴木貴氏との共同研究に基づく．
- (2) 等温条件下での方程式として，ここでは一次元半線形梁方程式を考察した．消散波動方程式におけるいわゆるソーシング

項を持つ梁方程式を考える。まず線形化方程式の時間減衰評価を求め、発展作用素の性質を詳しく調べた。消散波動方程式では解表示を用いている評価に対して、高階の項を含む我々の考えている梁方程式の場合、その解表示は知られていない。そこで振動積分の理論を応用することで平滑化効果を証明した。これらの評価を応用し、非線形問題の漸近形を求めた。さらに高次の漸近形を求めることで、解のより詳しい情報も観測した。本研究は福岡工業大学の竹田寛志氏との共同研究に基づく。

- (3) また空間多次元の問題として、加速度項付き Cahn-Hilliard 方程式について考察した。この方程式は多次元梁方程式のスカラ場版といえる方程式である。本研究は福岡工業大学の竹田寛志氏との共同研究に基づく。
- (4) (3) で得た結果を、目標である形状記憶合金の多次元 Falk-Konopka 方程式に応用し、更に高次の 3 次の漸近形まで求めることで、高温相における低階項の解の挙動への寄与を観測した。低階項は温度によって大きく性質を変える項であるため、この項が解にどのような影響を与えるのかを調べることは、摩擦のないもとの方程式を考える上でも重要であると考えている。本研究は福岡工業大学の竹田寛志氏との共同研究に基づく。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- (1) Hiroshi Takeda, Shuji Yoshikawa,
On the initial value problem of the

semilinear beam equation with weak damping I: smoothing effect,
Journal of Mathematical Analysis and Applications, 401(2013), 244-258.

- (2) Hiroshi Takeda, Shuji Yoshikawa,
On the initial value problem of the semilinear beam equation with weak damping II: asymptotic profiles,
Journal of Differential Equations, 253(2012), 3061-3080.
- (3) Hiroshi Takeda, Shuji Yoshikawa,
Asymptotic profile of solutions for the limit unstable Cahn-Hilliard equation with inertial term,
Differential and Integral Equations, 25(2012), 341-362.
- (4) Takashi Suzuki, Shuji Yoshikawa,
Stability of the steady state for multi-dimensional thermoelastic systems of shape memory alloys,
Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series S, 5(2012), 209-217.

[学会発表] (計 7 件)

- (1) Shuji Yoshikawa,
Asymptotic profiles of solutions for the isothermal Falk-Konopka system of shape memory alloys with weak damping,
Linear and Nonlinear Waves, No.10, Ohtsu, 2012 年 11 月 1 日.
- (2) 吉川周二
Higher order expansion of solutions for the isothermal Falk-Konopka system of shape memory alloys,

熊本大学応用解析セミナー, 2012 年 10 月 13 日.

(3) 吉川周二

形状記憶合金の等温 Falk-Konopka モデルの解の高次漸近形,
広島微分方程式研究会, 2012 年 10 月 6 日.

(4) Shuji Yoshikawa,

Asymptotic profiles of solutions for the isothermal Falk-Konopka system with weak damping,
The 9th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Orlando, Florida, 2012 年 7 月 3 日.

(5) 吉川周二

形状記憶合金の等温 Falk-Konopka モデルの解の三次の漸近形,
京都駅前セミナー, 2012 年 6 月 15 日.

(6) Shuji Yoshikawa,

Mathematical analysis for shape memory alloys,
Mathematical approach to emerging topics in materials science 2012, Sendai, 2012 年 2 月 18 日.

(7) Shuji Yoshikawa,

Asymptotic profiles for the Falk-Konopka elastic system with weak damping,
The 4th MSJ-SI Nonlinear Dynamics in Partial Differential Equations, 2011 年 9 月 20 日.

[その他]

ホームページ等

<http://www.me.ehime-u.ac.jp/labo/kikaiane/math/yoshikawa/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉川 周二 (YOSHIKAWA SHUJI)

愛媛大学・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号 : 80435461

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし