

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 4月23日現在

機関番号：14403

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2010～2011

課題番号：22830045

研究課題名（和文） 概念変容を視座とした学校数学カリキュラム開発のための基礎的研究

研究課題名（英文） A Research for the Development of School Mathematics Curriculum from Conceptual Change Perspective

研究代表者

真野 祐輔 (SHINNO Yusuke)

大阪教育大学・教育学部・講師

研究者番号：10585433

研究成果の概要（和文）：本研究における主要な成果は次の2点である。一つは、概念変容という角度から、カリキュラムや領域の構成を検討することを通して、具体的な概念変容場面として「変数性に関する概念変容」を同定したことである。もう一つは、「式」のコンセプトの変容を捉える枠組みに基づく授業を設計・実施し、理論的枠組みの妥当性やその実践的有效性を検討したことである。

研究成果の概要（英文）：There are two main findings in this research: 1) as a result of curriculum analysis from the theory of conceptual change, “conceptual change on the notion of variables” was identified as an essential situation for conceptual change; 2) a theoretical model for “conceptual change on the notion of variables” was constructed, and then it was examined by means of designing and conducted a teaching experiment.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	350,000	105,000	455,000
2011年度	340,000	102,000	442,000
総計	690,000	207,000	897,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：数学教育, 概念変容

## 1. 研究開始当初の背景

学習を要約すれば、「知らないことを知るようになること」に他ならない。すなわち学習によってはじめて、既知が未知へと変貌し、その逆も生じるのであるし、そうした認識過程は本質的には不連続的なものであると考える。そしてこのことが特に明確に現れるのが、直観と論理を手がかりに意味を形式に変換し、方法を対象化することで展開していく算数・数学の学習であるといえる。そうした数学的認識の展開の不連続性は、数学的概念の形成に深く関わるため、これまでも算数・数学学習の本質的な様相として注目され、特に「学習水準の飛躍」

として特徴づけられてきた。こうした算数・数学学習特有の様相を「認識の飛躍」と呼ぶなら、そこには、程度の差こそあれ、様々な学習指導上の困難が予想される。そうした困難を、授業実践の弊害として回避するのではなく、数学的認識の更新の契機として積極的にとらえ、そうした認識論的方向づけのもとで学校数学カリキュラムを編成するためには、その理論的基盤の考察と教授学的な方法論の検討が必要不可欠である。

このことを課題意識にして、本研究では、学校数学のカリキュラム構成を考察する上で、「概念変容(conceptual change)」に注

目する。概念変容という考え方は、科学哲学にそのルーツをもつものであり、1980年代に科学教育の分野へ導入されて以来、主として科学的概念の学習における子どものコンセプションを説明するために用いられてきたという背景がある。それは、学習に先行する知識を重視し、新しい数学的知識は先行知識に付加されるのではなく、様々なレベルでの知識の再構成によって学習が成立することを主張する知識論・認識論である。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、「概念変容」という視座から、学校数学のカリキュラム構成を再検討し、大局的にアプローチすることで、新たなカリキュラム・モデルを開発することである。本研究では、小学校算数と中学校数学の双方の側から、両者の接続を視野に入れて各内容領域のカリキュラムを分析し、学習者の先行知識の全面的再構成を伴う概念変容場面を同定する。各内容領域において同定された概念変容場面について、当該の教材構成を具体的に提示するだけでなく、大局的な角度から学校数学の新たなカリキュラム・モデルを開発したい。

## 3. 研究の方法

本研究では、「概念変容」という視座から学校数学のカリキュラム構成を再検討し、新たなカリキュラム・モデルを開発するために、文献解釈の方法による基礎的・理論的研究だけでなく、事例分析や授業観察に基づく実践的研究も取り入れて研究を進めていく。具体的な研究活動としては、初年度に、先行研究の状況分析と現行カリキュラムの目標・内容の確認、概念変容研究の今日的動向に関する資料収集・整理、概念変容理論による学校数学カリキュラムの分析を行う。そして初年度の研究成果と課題を受けて、二年次に、概念変容場面の具体化、学校数学カリキュラム・モデルの開発、研究成果の総括と公開に取り組む。

## 4. 研究成果

### (1) 研究成果の概要

平成22年度の研究活動は、研究資料の収集・整理・分析をとおして、数学教育における概念変容研究の理論的基盤を明確にし、その視座から学校数学のカリキュラム構成を分析することで、主として関数領域における概念変容場面を同定することを計画し、実施した。

最終年度(平成23年度)は、初年度の研究活動を受けて、「変数性に関する概念変容」に焦点をあてて、とくに「式」のコンセプションの変容を捉える理論的枠組みの構築やそ

の妥当性・有効性に関する実践的検討を進めた。理論的考察として、スファード(A. Sfard)の具象化理論と平林の数学的表記論に依拠しながら、記号的代数と関数概念の歴史的系統発生を分析したり、学校数学における代数領域や関数領域のカリキュラム構成を検討したりすることを通して、変数性に関する概念変容の諸側面を明確にした。その成果は、「式」のコンセプションの変容を捉える解釈的枠組みとして理論的に提示しただけでなく、枠組みの諸要素や要素間の関係について具体的事例を通して検討した。実践的考察として、平成23年12月に、理論的枠組みの有効性を検討するため、大学附属小学校の算数科教員に協力を仰ぎ、小学校第6学年1クラスにおいて教授実験を計画・実施した。第6学年をターゲットにしたのは、数字式から文字式への移行や比例から関数への展開という移行期に焦点をあてたからである。

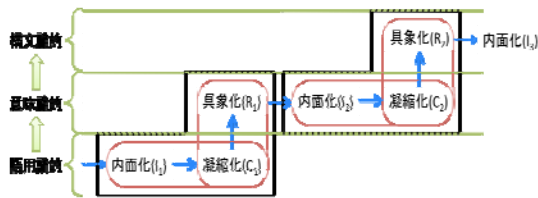
### (2) 理論的枠組みの構築

スファードの概念形成モデルによれば、コンセプションの変容において、内面化・凝縮化の段階と具象化の段階は質的に区別されている。

- ・内面化：既に馴染みのある対象を用いて活動を遂行し、あるプロセスが心的対象としての実行可能性をもつようになる
- ・凝縮化：一連の操作を、より処理しやすい構成単位にチャンク化し全体として考察される
- ・具象化：内面化・凝縮化に内在する数学的概念を、実体をもった対象として意識化し、それを用いて新たな活動に取り組む

また具象化は、より高次の内面化とともに生じるので、当該の内面化はその前段階の具象化と同一水準にあると捉えることができる。また「式」のコンセプションは、語用論・意味論・構文論という3つの記号論的水準内に埋め込まれた形で変容を遂げていると考えられる。そこで平林の数学的表記論を援用して具象化理論を補完することで、「式」のコンセプションの変容の特徴づけを試みた。

「コンセプションの水平的発達」とは、同一水準内におけるコンセプションの推移を指している。また「水準」とは、語用論→意味論→構文論という水準移行を想定しているだけでなく、スファードのモデルにおける内面化・凝縮化及び具象化の3段階の連鎖と階層的に対応している。



水平的発達と垂直的変容の質的な相違は、先行研究における「概念発達(conceptual development)」と「概念変容(conceptual change)」の区別にそれぞれ符合するものでもあり、上図における2つの垂直的変容(「凝縮化(C)→具象化(R)」)を概念変容場面として同定し得る。上の図式は、比較的長いスパンを想定して図式化したものであるが、下の表は、水平的発達や垂直的変容を決定づける教材例を示している。無論、このリストは仮説的なものであり、本稿における枠組みに基づく記述的研究を進めていく中で、修正を加えていくことが重要であると考える。

	教材例
① $(I_1) \rightarrow (C_1)$	小学1年「1位数の減法」(減加法と減減法)
② $(C_1) \rightarrow (R_1)$	小学2年「加法と減法の相互関係」(逆思考の問題)
③ $(I_2) \rightarrow (C_2)$	小学4年「計算の順序」(分解式と総合式)
④ $(C_2) \rightarrow (R_2)$	中学1年「関数関係の意味」(変数を含む式)

## (2) 事例的考察

本研究では、上述した「式」のコンセプションの変容を捉える解釈的枠組みを例証するために、各教材についてより事例的な考察を行った。例えば、②垂直的変容「 $(C_1) \rightarrow (R_1)$ 」では、いわゆる逆思考の問題場面を取り上げているが、そこでは時間性に依存する添加や求残を、時間性に依存しない合併や求差と統合的に捉え直すことが不可欠である。すなわち②では、語用論的水準から意味論的水準への移行を想定している。本研究では、もう一つの垂直的変容(④「 $(C_2) \rightarrow (R_2)$ 」)、すなわち意味論的水準から構文論的水準における変数性に関する概念変容を惹起すべき場面に焦点化して小学校第6学年における教授実験を計画・実施した。平成20年改訂の教育課程では

、中学校第1学年において、「関数」や「変数」などの用語の導入とともに、関数関係の考察における文字を用いた式の有用性について理解することが意図されている。中学校では、「式」を用いることにより比例を関数として、すなわち2つの変数間の一意対応として再定義していくこととなるため、算数から数学への移行期に焦点をあてて、小学校算数科の「数量関係」の学習の文脈において、変数性のコンセプションの変容を促す場面をデザインすることにした。

## (3) 本研究の意義

本研究の意義は次の2点である。第一に、算数と数学の接続という今日的課題に対して、概念変容という角度から、カリキュラムや領域の構成を検討することを通して、具体的な概念変容場面として「変数性に関する概念変容」を同定したことである。第二に、理論と実践の統合という今日的課題に対して、「式」のコンセプションの変容を捉える枠組みに基づく授業を設計・実施し、理論的妥当性や実践的有效性を検討したことである。

## (4) 今後に残された課題

本研究では、主として関数領域のカリキュラムに焦点化して検討しているため、より一般的なカリキュラム・モデルの構築という点において課題が残されている。この点については、異なる内容領域間の比較を通して、カリキュラム開発に向けた原理と方法を検討していく必要がある。また本研究で行った教授実験は、小学校第6学年1クラスを対象としたものであるため、その実際を質的に分析するとともに、小学校だけでなく中学校における教授実験を行い、本科学研究で得られた理論的・実践的成果を総合的に検討する必要がある。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

- ① Yusuke Shinno, Identifying conceptual change situations in mathematics curricular content: on the development from rational to real numbers, In Proceedings of the 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education (査読有), Vol. 2, 622-629, 2010.
- ② 真野祐輔, 変数性に関する概念変容を捉える枠組みの設定, 日本数学教育学会『第43回数学教育論文発表会論文集』(査読有), 第2巻, 627-632, 2010.
- ③ 真野祐輔, 変数性に関する概念変容場面のデザインに向けた基礎的研究(I), 全国数学

教育学会誌『数学教育学研究』（査読有），  
Vol. 17(2)，13-24，2011.

- ④真野祐輔，数学学習における概念変容を捉える過程モデルの操作性に関する一考察，日本数学教育学会『第44回数学教育論文発表会論文集』（査読有），第1巻，597-602，2011.
- ⑤真野祐輔，数学教育における数学史の活用の方法論，大阪教育大学数学教室『数学教育学研究』（査読無），第40号，59-69，2011.
- ⑥真野祐輔，変数性に関する概念変容の数学史的背景，大阪教育大学数学教室『数学教育学研究』（査読無），第40号，71-87，2011.  
〔学会発表〕（計5件）
- ①真野祐輔，関数領域における変数性の認識に関する一考察，全国数学教育学会第32回研究発表会．（2010/6/26-27，広島大学）
- ②真野祐輔，変数性に関する概念変容のデザインに向けた基礎研究，全国数学教育学会第33回研究発表会．（2011/1/22-23，愛媛大学）
- ③真野祐輔，数学学習における「式」のコンセプションの変容に関する研究，全国数学教育学会第34回研究発表会．（2011/6/25-26，広島大学）
- ④ Yusuke Shinno & Hideki Iwasaki, Two routes to the reification of variable as a key to conceptual change in mathematics learning, In Ubuz, B. (ed.), Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1, p. 389. (2011/7/10-15, Ankara, Turkey)
- ⑤真野祐輔，具象化理論に基づく変数性のコンセプションの変容に関する研究，全国数学教育学会第35回研究発表会．（2012/1/21-22，愛知教育大学）

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

真野 祐輔 (SHINNO Yusuke)  
大阪教育大学・教育学部・講師  
研究者番号：10585433