

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 6 月 5 日現在

機関番号：32682

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2010～2011

課題番号：22840042

研究課題名（和文）ホモロジカル予想の研究とその応用

研究課題名（英文）Study on homological conjectures and their applications

研究代表者

下元 数馬（SHIMOMOTO KAZUMA）

明治大学・研究・知財戦略機構・ポスト・ドクター

研究者番号：70588780

研究成果の概要（和文）：

当該研究では可換環論において重要なホモロジカル予想の研究とそこから生じた手法を用いて、代数的な特異点論や数論で重要なモジュラー形式に関する岩澤主予想について幾つかの重要な結果を得た。

研究成果の概要（英文）：

I made an extensive study on homological conjectures in commutative algebra and developed some algebraic techniques. These techniques were applied to consider applications to singularities arising from algebraic geometry and the main conjecture of Iwasawa theory on modular forms.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010 年度	650,000	195,000	845,000
2011 年度	770,000	231,000	1,001,000
総計	1,420,000	426,000	1,846,000

研究分野：代数学

科研費の分科・細目：数学

キーワード：数論・代数幾何への応用

1. 研究開始当初の背景

- (1) 当該研究を開始した背景には、環論の手法を他の分野、特に数論で扱われる環構造の解析に応用する事であった。この様な形での研究はそれまで殆ど成されていなかった。
- (2) ホモロジカル予想や代数多様体の特異点の研究成果は豊富であるが、自然な問題であっても具体的には知られていない重要な問題を積極的に取り上げた。

2. 研究の目的

- (1) 研究を行う最大の目的は、環論固有の問題を考察するだけに留まらず、他分野への波及効果、特に新たな手法を開発する事である。ホモロジカル予想と呼ばれる完全には解かれていない問題の研究の過程で得た手法を発展させる事が重要である。
- (2) 具体的な研究対象を述べる。代数幾何ではフロベニウス写像でもって定義される特異点の研究、また数論では p -進ヘッケ環と呼ばれるネーター環の構造や、 p -進ホッジ理論で扱われる非ネーター環の構造を詳しく調べる事である。

3. 研究の方法

- (1) 代数学、中でも環論の手法が主な研究手段であるが、必要に応じて代数幾何や数論の手法も取り入れる。特に正標数の数学において最もよく使われるフロベニウス写像が研究の道具として用いられるが、ヴィット環を通じて標数がゼロの問題にも適用が可能である。 p -進ホッジ理論や余接複体の研究

でも環論の手法が従来とは違った形で利用されつつある。

- (2) 非ネーター環や数論的な環を積極的に扱う。その構造を調べる為には、従来の枠組みでは不十分である。それらを扱うための基礎的な理論を開発しつつ、それらを道具としても利用する。

4. 研究成果

- (1) 1970年代に提起されたホモロジカル予想は環が体を含まない場合、つまり数論的な部分は未解決であり、数論で扱われる周期環の考えを援用する事で予想を支持するかなり良い結果が得られた。
- (2) 非ネーター環の重要なクラスである連接環を使って、密着閉包の中で新しいクラスとして F -連接環を導入した。これによってある条件の下で、 F -入射や F -純といった事が簡単に調べられるようになった。
- (3) 通常なモジュラー形式族の岩澤理論に応用する為に環の正規性に関するベルティニ型の定理を証明した。この方面の研究はその重要性にも拘わらず、拡張・精密化については大きな進展は無かった。また具体的な計算例も得られ、この方面の研究の理解の助けとなる事も考えた。
- (4) 代数多様体上のある種の特異点に関して、変形問題や局所化問題について詳しく調べた。これらは幾何的な応用、特に代数多様体のモジュライ問題と深く関係している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者
には下線)

[雑誌論文] (計1件)

- ① 下元 数馬 F-coherent rings with applications to tight closure theory、
338 巻、2011 年、24-34
DOI:10.1016/j.jalgebra.2011.05.006

[学会発表] (計3件)

- ① ヌタ大学、Local Bertini theorem and the Iwasawa main conjecture、2月26日、2011年
- ② ミシガン大学、Workshop on almost purity at Ann Arbor、5月13日～5月15日、2011年
- ③ クイニョン大学 (ベトナム)、The 7-th Japan-Vietnam Seminar、12月12日～12月16日、2011年

6. 研究組織

(1) 研究代表者

下元 数馬 (SHIMOMOTO KAZUMA)

明治大学・研究知財戦略機構・

ポストドクター

研究者番号：70588780